Oligopolio non cooperativo

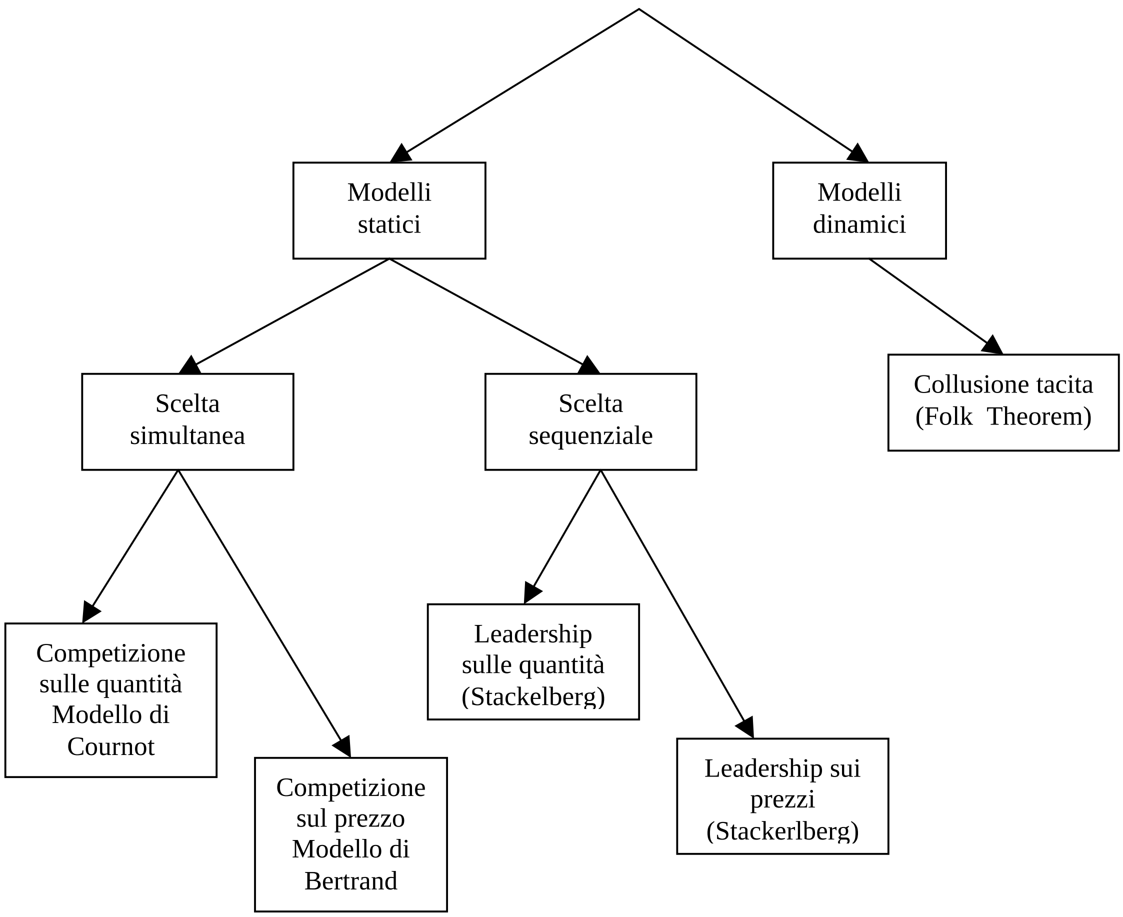
Gianmaria Martini

Introduzione

La teoria dell'oligopolio non cooperativo studia l'interazione strategica tra imprese che hanno potere di mercato (sono quindi price maker), sono coscienti della reciproca influenza (la cosiddetta interdipendenza strategica) ma scelgono la strategia di mercato in modo indipendente, diversamente da quanto avviene nella teoria dei cartelli, in cui la scelta è cooperativa, quindi la strategia di mercato è unica e frutto di un accordo.

La teoria dell'oligopolio non cooperativo non è sintetizzabile in un unico modello, quanto piuttosto in una serie di modelli, ciascuno in grado di fornire spiegazioni a certe situazioni del mondo reale. Essa può essere sintetizzata nel seguente modo

Oligopolio non cooperativo – schema dei principali modelli



I modelli statici (o uniperiodali) analizzano l'interazione strategica tra imprese con potere di mercato quando ciascuna di esse desidera massimizzare i propri profitti tenendo conto che essi sono influenzati dalle scelte dei rivali, e tali scelte vengono effettuate una volta sola. Dal punto di vista analitico, tali modelli sono simili a quelli visti in precedenza sia con riferimento alla concorrenza perfetta che al monopolio. In questi modelli le imprese massimizzano i profitti uniperiodali, quindi non tengono conto di quanto avverrà in futuro e di quello che si è verificato in passato. Per questa ragione i modelli a scelta uniperiodale sono definiti statici. Essi posseggono quindi un pregio ed un difetto: il pregio consiste nella spiegazione dell'effetto dell'interazione strategica sui profitti delle imprese. Il difetto nel non considerare gli effetti dinamici della competizione tra le imprese, ossia la possibilità di inviare segnali, di scatenare rappresaglie o guerre di prezzo, di costruire una reputazione di mercato anche passando attraverso perdite di breve periodo. Tale difetto viene superato nei modelli dinamici, dove le imprese effettuano le loro scelte tenendo conto dei periodi futuri e quindi potendo legare le scelte di oggi a quelle di domani.

I modelli statici a loro volta si dividono in simultanei e sequenziali: nei primi le imprese scelgono nello stesso momento. Nei secondi scelgono sequenzialmente, quindi una dopo l'altra. Nei modelli simultanei ogni impresa deve prevedere quale sarà la mossa che verrà razionalmente adottata dai rivali; nei modelli sequenziali alcune imprese scelgono conoscendo già la scelta effettuata da altre. Nei modelli sequenziali, in modo leggermente controintuitivo, chi sceglie per primo gode di un vantaggio della prima mossa. In seguito si chiarirà perché la possibilità di scegliere per primo in alcuni casi costituisce effettivamente un vantaggio. Chi gode di questo vantaggio è definito leader del mercato, chi sceglie successivamente follower.

In questi modelli le imprese scelgono un bene omogeneo: questo riduce le strategie di mercato adottabili a due. Le imprese possono scegliere o la quantità o il prezzo. Un caso del mondo reale di competizione sulla quantità potrebbe essere quello dei paesi produttori di petrolio, che decidono le quote di produzione da immettere nei mercati.

Modelli statici o uniperiodali e sequenziali

Competizione sulle quantità (Modello di Cournot)

Cominciamo ad esaminare il caso più semplice, ossia il duopolio.

Passiamo al file Cournot.

Quindi il prezzo è maggiore del costo marginale e le imprese realizzano profitti superiori ai livelli normali.

Vediamo come cambia l'equilibrio se abbiamo $2 < N$.

Se le imprese fossero 4, avremmo $y = y1 + y2 + y3 + y4$, con i seguenti profitti

```
> restart;pi1:=(100-2*(y1+y2+y3+y4))*y1-4*y1;
```

$$\pi 1 := (100 - 2\,y1 - 2\,y2 - 2\,y3 - 2\,y4)\,y1 - 4\,y1$$

```
> pi2:=(100-2*(y1+y2+y3+y4))*y2-4*y2;
```

$$\pi 2 := (100 - 2\,y1 - 2\,y2 - 2\,y3 - 2\,y4)\,y2 - 4\,y2$$

```
> pi3:=(100-2*(y1+y2+y3+y4))*y3-4*y3;
```

$$\pi 3 := (100 - 2\,y1 - 2\,y2 - 2\,y3 - 2\,y4)\,y3 - 4\,y3$$

```
> pi4:=(100-2*(y1+y2+y3+y4))*y4-4*y4;
```

$$\pi 4 := (100 - 2\,y1 - 2\,y2 - 2\,y3 - 2\,y4)\,y4 - 4\,y4$$

Abbiamo dunque quattro condizioni del primo ordine

```
> cpo1:=diff(pi1,y1);
```

$$cpo1 := -4\,y1 + 96 - 2\,y2 - 2\,y3 - 2\,y4$$

```
> cpo2:=diff(pi2,y2);
```

$$cpo2 := -4\,y2 + 96 - 2\,y1 - 2\,y3 - 2\,y4$$

```
> cpo3:=diff(pi3,y3);
```

$$cpo3 := -4\,y3 + 96 - 2\,y1 - 2\,y2 - 2\,y4$$

```
> cpo4:=diff(pi4,y4);
```

$$cpo4 := -4\,y4 + 96 - 2\,y1 - 2\,y2 - 2\,y3$$

e le corrispondenti funzioni di reazione

```
> R1:=solve(cpo1,y1);
```

$$R1 := -\frac{1}{2}\,y4 + 24 - \frac{1}{2}\,y2 - \frac{1}{2}\,y3$$

```
> R2:=solve(cpo2,y2);
```

$$R2 := -\frac{1}{2}\,y4 + 24 - \frac{1}{2}\,y1 - \frac{1}{2}\,y3$$

```
> R3:=solve(cpo3,y3);
```

$$R3 := -\frac{1}{2}\,y4 + 24 - \frac{1}{2}\,y1 - \frac{1}{2}\,y2$$

```
> R4:=solve(cpo4,y4);
```

$$R4 := -\frac{1}{2}\,y3 + 24 - \frac{1}{2}\,y1 - \frac{1}{2}\,y2$$

Risolvendo il sistema si ottiene

```
> solve({cpo1,cpo2,cpo3,cpo4},{y1,y2,y3,y4});
```

$$\{y3 = \frac{48}{5},\ y2 = \frac{48}{5},\ y1 = \frac{48}{5},\ y4 = \frac{48}{5}\}$$

```
> assign(%);
```

Pertanto $y = \frac{192}{5}$. ossia $y = 38.4$. Il prezzo è dunque $p = 23.2$. I profitti sono

```
> pi1,pi2,pi3,pi4;
```

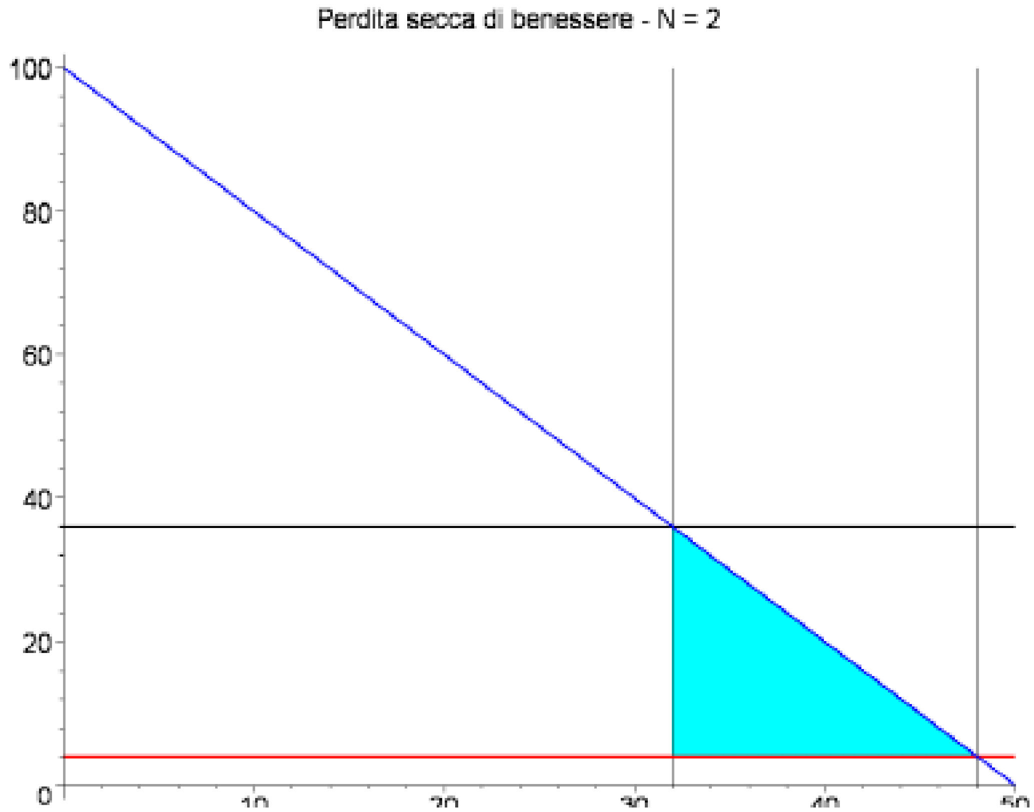
$$\frac{4608}{25},\ \frac{4608}{25},\ \frac{4608}{25},\ \frac{4608}{25}$$

ossia ogni impresa realizza un profitto di 184.32. Quindi l'aumento del numero delle imprese ha portato a: (1) una riduzione del prezzo, (2) un aumento della quantità totale prodotta, più vicina a quella dell'ottimo sociale data da 48 (verifica), (3) una riduzione dei profitti delle imprese, (4) una riduzione della perdita secca di benessere della collettività. Essa infatti passa dall'area in blu della seguente figura, relativa al caso di $N = 2$,

```
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
```

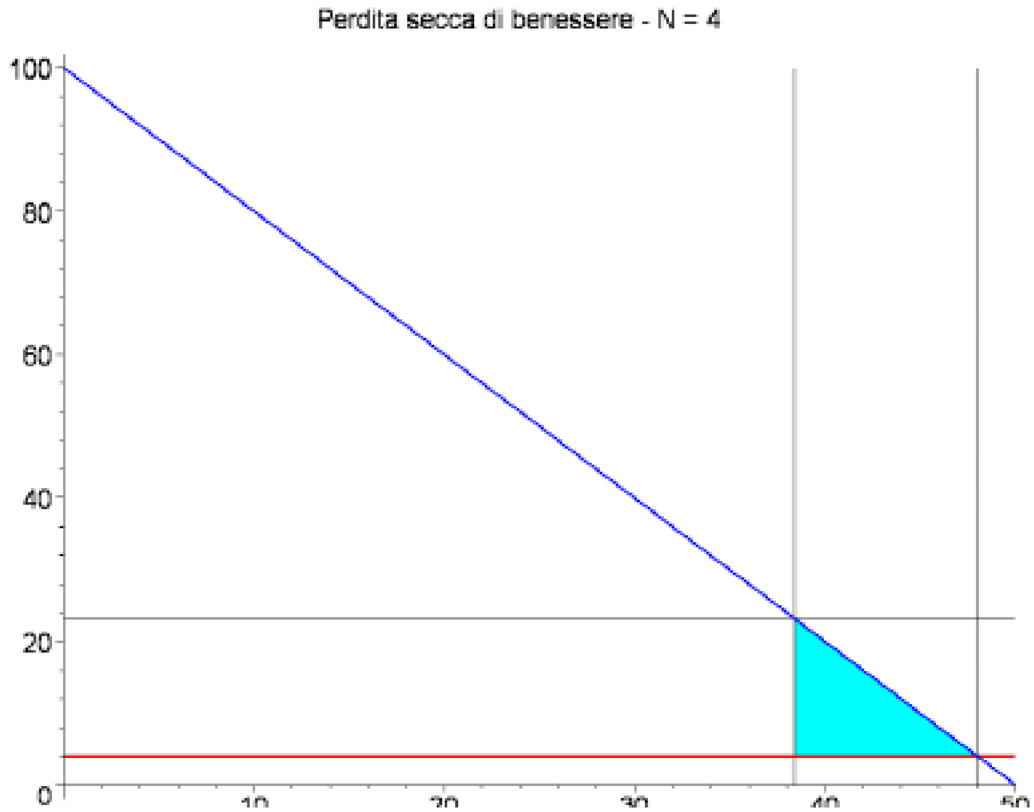
```
> a:=plot([100-2*y, 4], y=0..50,
```

```
color=[blue,red],thickness=3, title="Perdita secca di
benessere - N = 2"):
> b:=inequal({p<=100-2*y, y>=32, y<=48, p>=4, p<=36},
y=0..50, p=0..100,
optionsfeasible=(color=cyan),optionsexcluded=(color=white)
):
> display([a,b]);
```



all'area in blu della seguente figura, relativa al caso di $N = 4$ (sovrapponi i due grafici per un confronto)

```
> a:=plot([100-2*y, 4], y=0..50,
color=[blue,red],thickness=3,title="Perdita secca di
benessere - N = 4"):
> b:=inequal({p<=100-2*y, y>=38.4, y<=48, p>=4, p<=23.2},
y=0..50, p=0..100,
optionsfeasible=(color=cyan),optionsexcluded=(color=white)
):
> display([a,b]);
```



Pertanto nel modello di Cournot le imprese fanno profitti positivi e producono una perdita secca di benessere. Tale perdita si riduce al crescere di *N*. Infatti, generalizzando, abbiamo che l'output prodotto dall asingola impresa è pari a, tenendo *N* come parametro

```
> restart;ysingola:=(a-c)/((N+1)*b);
```

$$ysingola := \frac{a-c}{(N+1)\,b}$$

```
> data:=(a=100,b=2,c=4);
```

$$data := a = 100,\, b = 2,\, c = 4$$

```
> ysingola:=subs(data,ysingola);
```

$$ysingola := 48\,\frac{1}{N+1}$$

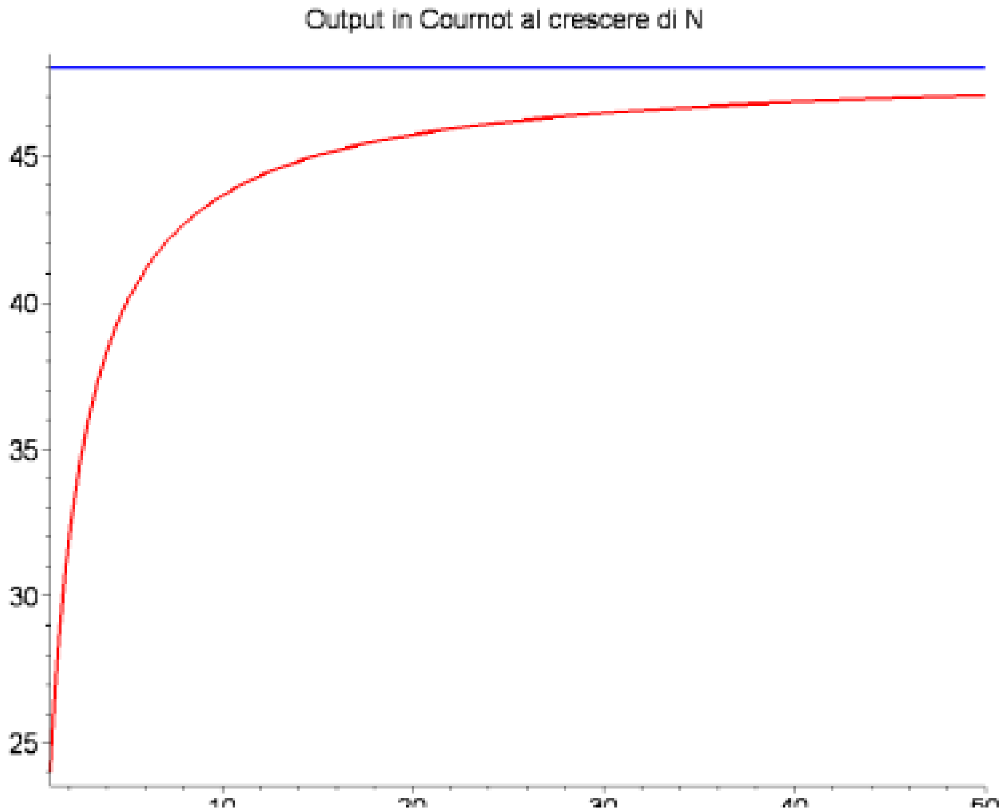
mentre l'output totale prodotto nell'equilibrio di Cournot è

```
> ytotale:=N*ysingola;
```

$$ytotale := 48\,\frac{N}{N+1}$$

possiamo ora plottare l'output totale nell'equilibrio di Cournot al crescere di N e paragonarlo a quello prodotto in un mercato perfettamente concorrenziale, in la produzione sarebbe pari a 48.

```
> plot([48,ytotale], N=1..50,color=[blue,red],
  thickness=3,title="Output in Cournot al crescere di N");
```



Competizione sul prezzo (Modello di Bertrand)

In caso di competizione sul prezzo, mantenendo la funzione di domanda $p = 100 - 2\,y$ e le stesse funzioni di costo viste in precedenza, e iniziando sempre dal caso di duopolio ($N = 2$), le imprese scelgono $p1$ e $p2$. Occorre quindi innanzitutto invertire la funzione di domanda, data da $y = 50 - \frac{p}{2}$. Inoltre, essendo la competizione su un bene omogeneo e non esistendo (per ipotesi) vincoli di capacità produttiva, i consumatori acquisteranno tutti dall'impresa che pratica il prezzo più basso, mentre si divideranno a metà tra le due imprese se esse praticano lo stesso prezzo. Pertanto la domanda residuale dell'impresa 1 è la seguente

```
> restart;
> y1:=p1->piecewise(p1>p2,0, p1=p2, 25-p1/4, 50-p1/2);
```

$$y1 := p1 \rightarrow \mathrm{piecewise}\left(p2 < p1,\, 0,\, p1 = p2,\, 25 - \frac{1}{4}\,p1,\, 50 - \frac{1}{2}\,p1\right)$$

```
> y1(p1);
```

$$\begin{cases} 0 & p2 < p1 \\ 25 - \frac{1}{4}\,p1 & p1 = p2 \\ 50 - \frac{1}{2}\,p1 & \mathit{otherwise} \end{cases}$$

mentre la funzione di domanda dell'impresa 2 è

```
> y2:=p2->piecewise(p2>p1,0, p1=p2, 25-p2/4, 50-p2/2);
```

$$y2 := p2 \rightarrow \mathrm{piecewise}\left(p1 < p2,\, 0,\, p1 = p2,\, 25 - \frac{1}{4}\,p2,\, 50 - \frac{1}{2}\,p2\right)$$

```
> y2(p2);
```

$$\begin{cases} 0 & p1 < p2 \\ 25 - \frac{1}{4}p2 & p1 = p2 \\ 50 - \frac{1}{2}p2 & otherwise \end{cases}$$

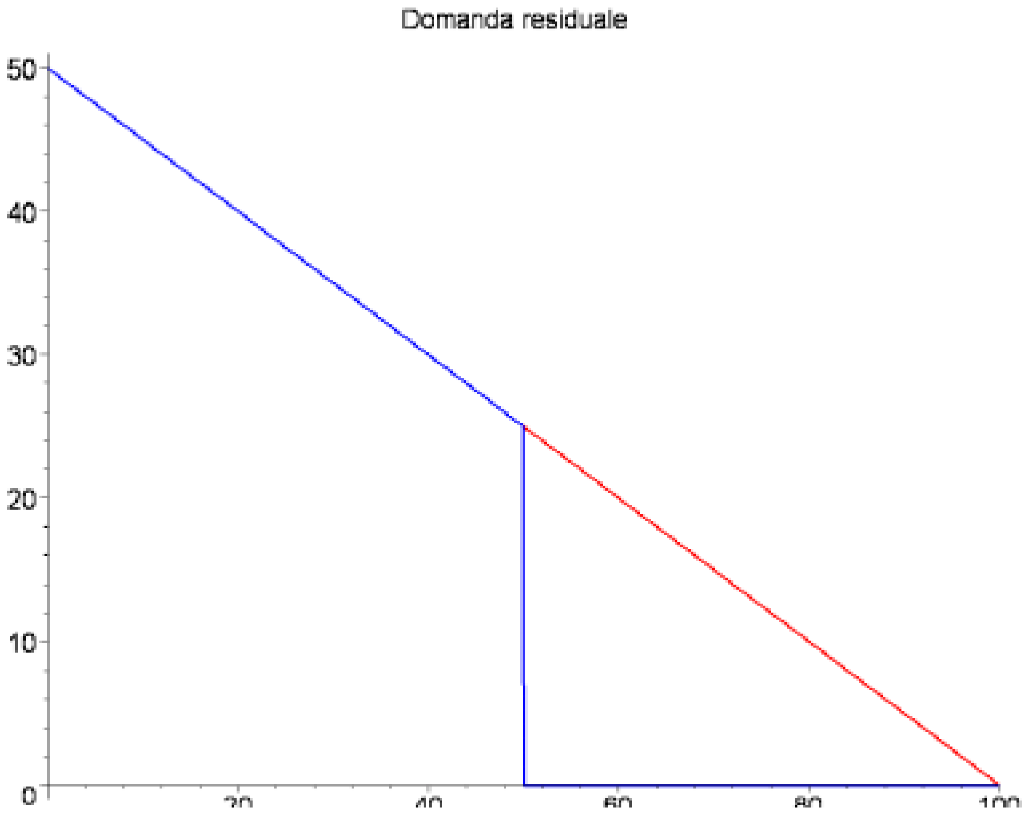
Se ad esempio $p1 = 50$ abbiamo

```
> p1:=50:y2(p2);
```

$$\begin{cases} 0 & 50 < p2 \\ 25 - \frac{1}{4}p2 & 50 = p2 \\ 50 - \frac{1}{2}p2 & otherwise \end{cases}$$

rappresentabile graficamente nel seguente modo

```
> plot([y2(p2),50-p2/2], p2=0..100,color=[blue,red],thickness=3, title="Domanda residuale");
```



La domanda residuale dell'impresa 1 (blu) è pari a 0 se $50 < p1$, a 12.5 se $p1 = 50$ e coincide con la domanda del mercato (rossa) per livelli di $p1$ inferiori a 50. Pertanto, in generale, la funzione del profitto dell'impresa 1 diventa la seguente

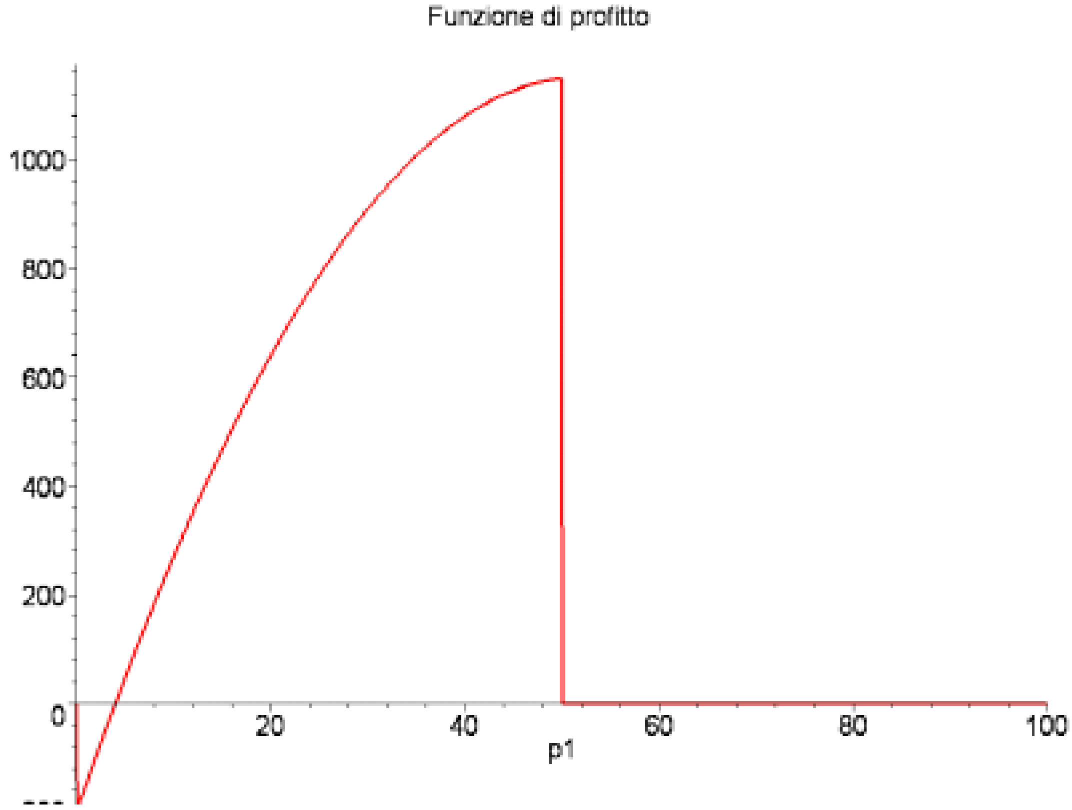
```
> p1:='p1':pi11:=p1->piecewise(p1>0 and p1<50,
  (p1-4)*(50-(p1/2)), p1=50, 575, 0);
```

$$\pi 11 := p1 \to \text{piecewise}\left(0 < p1 \textbf{ and } p1 < 50, (p1-4)\left(50 - \frac{1}{2}p1\right), p1 = 50, 575, 0\right)$$

```
> pi11(p1);
```

$$\begin{cases} (p1-4)\left(50-\frac{1}{2}p1\right) & -p1 < 0 \textbf{ and } p1 < 50 \\ 575 & p1 = 50 \\ 0 & \textit{otherwise} \end{cases}$$

```
> plot(pi11(p1), p1=0..100,thickness=3,title="Funzione di
  profitto");
```



Pertanto, la funzione presenta il massimo profitto in corrispondenza di $p1 = 50 - \varepsilon$, ossia tagliando il prezzo dell'impresa rivale di pochissimo (ε). Si noti che se l'impresa 1 fosse monopolista sceglierebbe $p1 = 52$, che rappresenta il prezzo di monopolio. Pertanto il prezzo dell'impresa 1 in funzione del prezzo dell'impresa 2 è il seguente (per esigenze grafiche sostituiamo ε con 1)

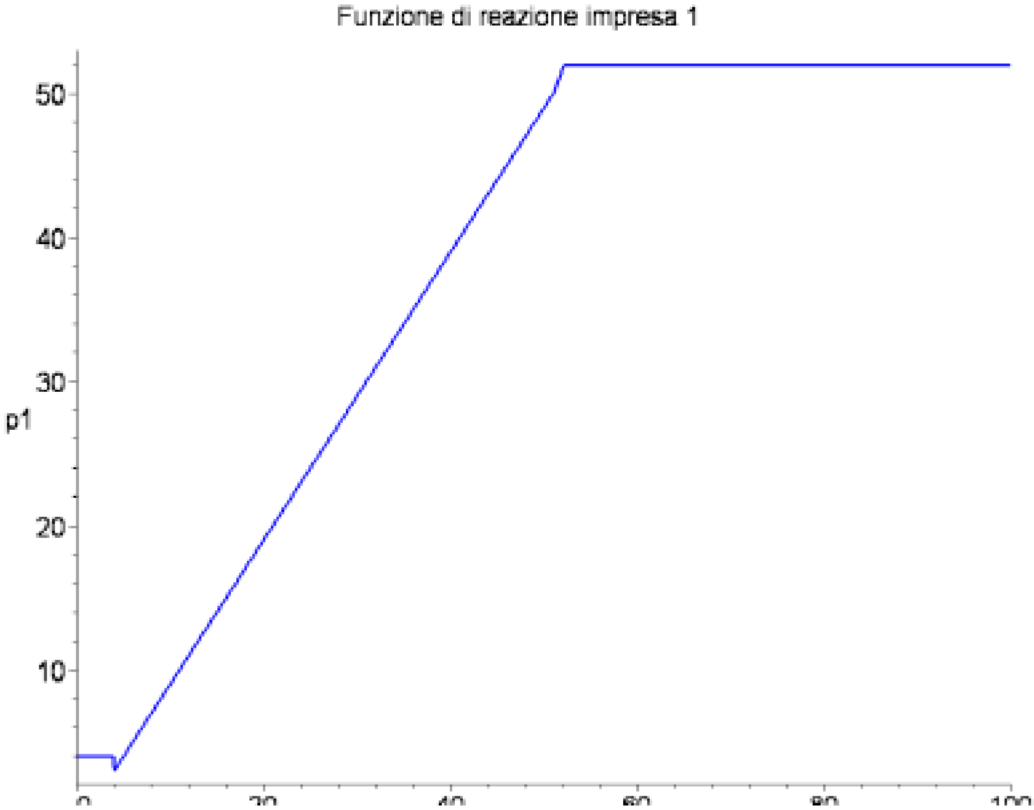
```
> R11:=p2->piecewise(p2>=0 and p2<=4, 4, p2>4 and p2<52,
  p2-1, 52);
```

$$R11 := p2 \to \text{piecewise}(0 \le p2 \textbf{ and } p2 \le 4, 4, 4 < p2 \textbf{ and } p2 < 52, p2 - 1, 52)$$

```
> R11(p2);
```

$$\begin{cases} 4 & -p2 \le 0 \textbf{ and } p2 - 4 \le 0 \\ p2 - 1 & -p2 < -4 \textbf{ and } p2 < 52 \\ 52 & \textit{otherwise} \end{cases}$$

```
> plot(R11(p2), p2=0..100, color=blue,
  labels=[p2,p1],thickness=3,title="Funzione di reazione
  impresa 1");
```



Allo stesso modo la funzione di reazione dell'impresa 2 sarà (attenzione in realtà *p2* è funzione di *p1* ma per rappresentare poi le due funzioni di reazione nello stesso grafico occorre invertire *R2*)

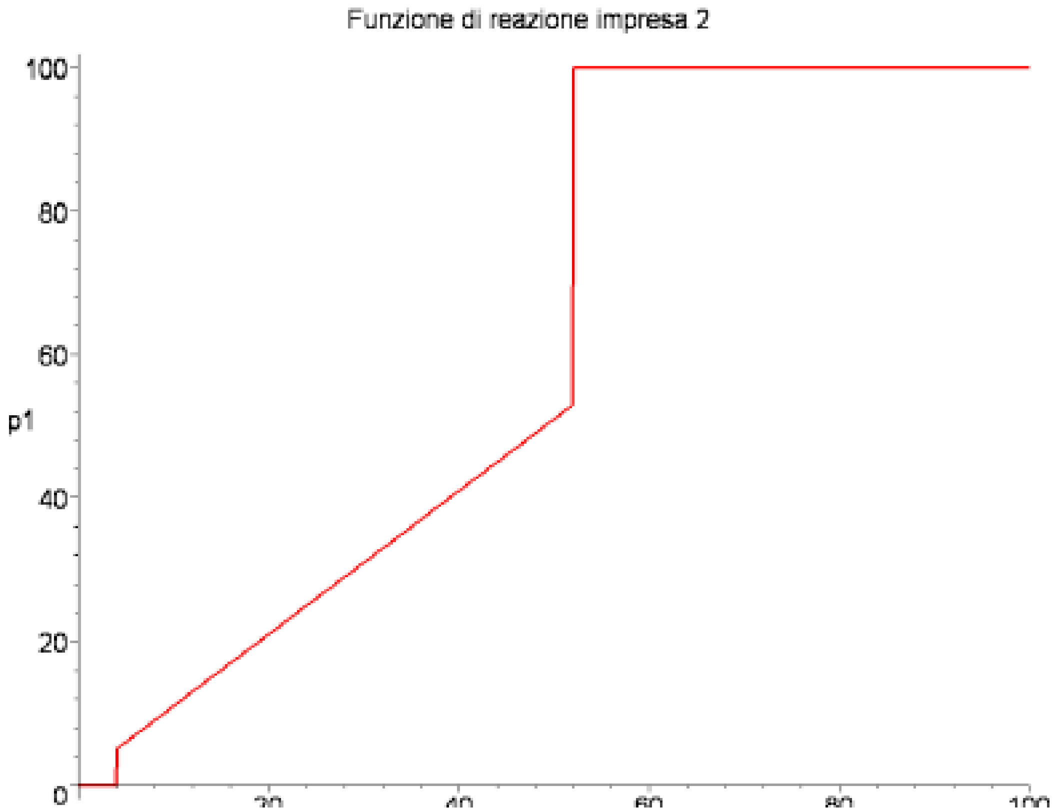
```
> R22:=p2->piecewise(p2>=0 and p2<=4, 0, p2>4 and p2<52,
  p2+1, 100);
```

$$R22 := p2 \to \text{piecewise}(0 \le p2 \textbf{ and } p2 \le 4, 0, 4 < p2 \textbf{ and } p2 < 52, p2 + 1, 100)$$

```
> R22(p2);
```

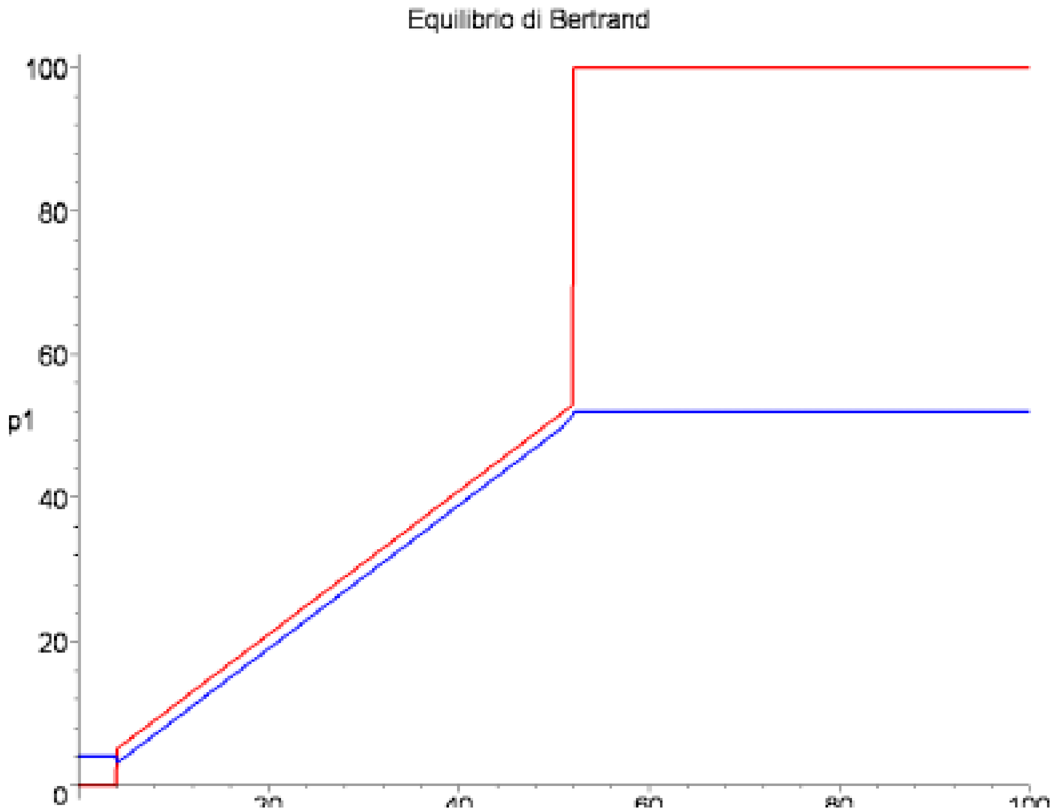
$$\begin{cases} 0 & -p2 \le 0 \textbf{ and } p2 - 4 \le 0 \\ p2 + 1 & -p2 < -4 \textbf{ and } p2 < 52 \\ 100 & \textit{otherwise} \end{cases}$$

```
> plot(R22(p2), p2=0..100, color=red,
  labels=[p2,p1],thickness=3,title="Funzione di reazione
  impresa 2");
```



(non considerate il tratto orizzontale pari a 100, disegnato per vincoli di software, in realtà *p2* = 52 per ogni *p1* superiore a 52). Mettendo insieme le due funzioni di reazione otteniamo il seguente grafico

```
> plot([R11(p2),R22(p2)], p2=0..100, color=[blue,red],
  labels=[p2,p1],thickness=3,title="Equilibrio di
  Bertrand");
```



Quindi l'unico punto di intersezione corrisponde a $p1 = 4$ e $p2 = 4$, ossia le imprese fanno lo stesso prezzo, uguale al costo marginale. Nel modello di Bertrand è sufficiente che due imprese siano attive nel mercato (non occorre quindi estendere l'analisi a $2 < N$) perché si raggiunga l'ottimo sociale. Le imprese realizzano profitti normali e non esiste perdita secca di benessere. L'industria produce lo stesso output di un mercato perfettamente concorrenziale.

Confrontando l'equilibrio di Cournot e quello di Bertrand si nota come la competizione sui prezzi costringa le imprese a tagliarli continuamente, fino ai costi marginali. Se invece esse competono sulle quantità non sono soggette alla stessa pressione concorrenziale, e ottengono profitti positivi.

Modelli sequenziali o di leadership (Stackelberg)

Nei modelli sequenziali la scelta avviene con una scansione temporale. Prima sceglie il leader, poi il follower. Anche in questo caso la scelta può essere sulle quantità (avremo allora la quantity leadership) oppure sui prezzi (price leadership). In ogni caso il leader sa che, qualunque sia stata la sua scelta, il follower massimizzando i suoi profitti data la scelta del leader, si collocherà sulla sua funzione di reazione. In caso di competizione sulle quantità, se il leader è l'impresa 1, il follower sceglierà

```
> y2:=24-y1/2;
```

$$y2 := 24 - \frac{1}{2} y1$$

Pertanto la funzione del profitto del leader diventa

```
> pi1:=(100-2*(y1+y2))*y1-4*y1;
```

$$\pi 1 := (52 - y1)\, y1 - 4\, y1$$

Si noti come tale espressione sia funzione esclusivamente di *y1*. Infatti il leader riesce ad anticipare la funzione di reazione del follower. Questo è il vantaggio della prima mossa: il leader sceglie sia il suo livello di output che quello del follower. Il massimo profitto del leader è dunque

```
> diff(pi1,y1);
```

$$-2\, y1 + 48$$

```
> solve(%,y1);
```

$$24$$

```
> y1:=%;
```

$$y1 := 24$$

Sostituendo per *y1* nella funzione di reazione del follower si ottiene

```
> y2;
```

$$12$$

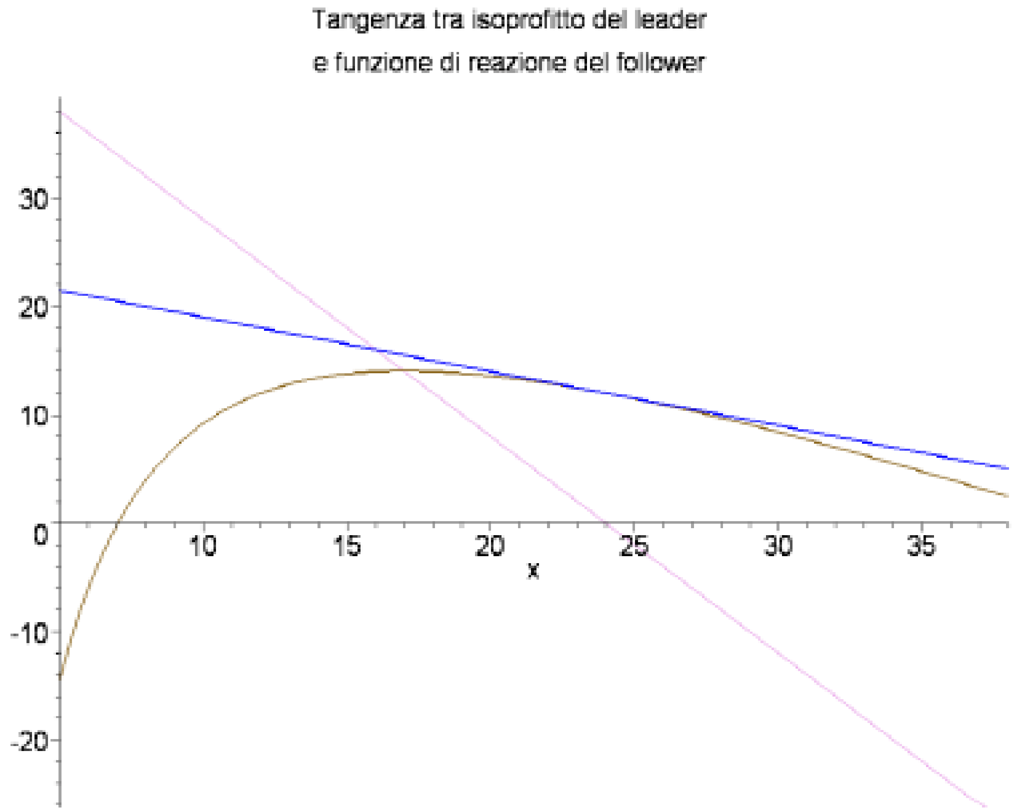
Pertanto $p = 100 - 2(24 + 12)$ ossia $p = 28$. I profitti sono dunque

```
> pi1, (28-4)*y2;
```

$$576,\ 288$$

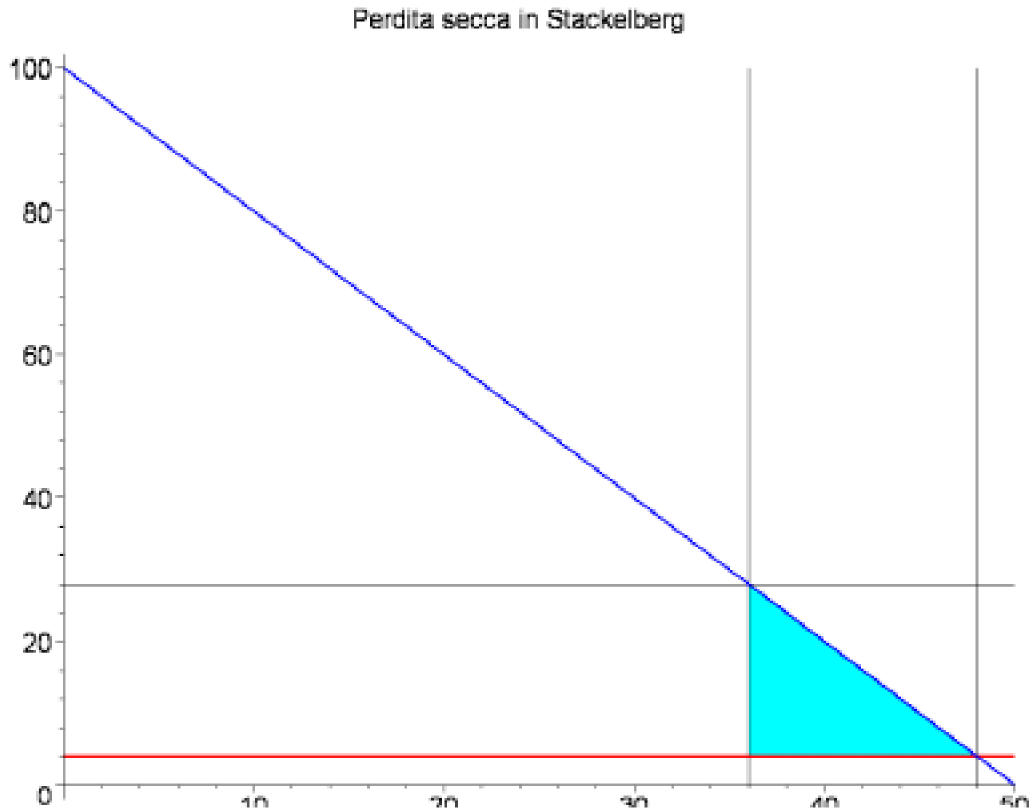
Il leader incrementa i profitti rispetto all'equilibrio di Cournot, mentre il follower li riduce. Conviene pertanto essere leader.
Di fatto, nell'equilibrio di Stackelberg il leader sceglie la funzione di isoprofitto più elevata dato l'output che produrrà il follower, quindi sceglie il punto di tangenza tra la funzione di isoprofitto e la funzione di reazione del follower.

```
> plot([24-x/2,48-x-576/(2*x),48-2*x],x=5..38,
  color=[blue,sienna,plum],thickness=2,title="Tangenza tra
  isoprofitto del leader\ne funzione di reazione del
  follower");
```



Il prezzo è più basso rispetto al modello di Cournot: quindi alla collettività conviene che esista una leadership. Come rappresentanto nel seguente grafico, la perdita secca è più bassa rispetto a quella del modello di Cournot.(sovrapponi con il grafico relativo a Cournot per $N = 2$)

```
> with(plots):
> a:=plot([100-2*y, 4], y=0..50,
  color=[blue,red],thickness=3,title="Perdita secca in
  Stackelberg"):
> b:=inequal({p<=100-2*y, y>=36, y<=48, p>=4, p<=28},
  y=0..50, p=0..100,
  optionsfeasible=(color=cyan),optionsexcluded=(color=white)
  ):
> display([a,b]);
```



In caso di price leadership, il follower, andando sulla propria funzione di reazione taglierà sempre il prezzo del leader, tranne in caso di prezzo uguale al costo marginale. Pertanto al leader conviene praticare un prezzo pari al costo marginale. Il modello sequenziale non cambia equilibrio rispetto a quello a scelta simultanea. Anche in caso di leadership sui prezzi si ottiene un risultato migliore per la collettività rispetto al caso di leadership sulle quantità.

In ogni caso, con price leadership conviene essere follower (cosa succede infatti se il *MC* del follower è inferiore a quello del leader?).