

---

# Curva di *Learning*

C. Noè

# Generalità

La curva di *learning* (detta anche di apprendimento o di progresso) è uno strumento che può essere utilizzato sia per valutazioni di tipo strategico relative alla competitività produttiva sia per progettare (o riorganizzare) sistemi di produzione tenendo conto di variazioni che intervengono nel tempo a seguito del fenomeno dell'apprendimento.

**"L'efficienza produttiva di ogni attività aumenta continuamente al ripetersi di tale attività"**

E' il concetto base che, tradotto in modelli matematici adeguati, consente di poter prevedere con una ragionevole precisione, naturalmente se applicato con criterio, la variazione nel tempo di grandezze dipendenti dall'apprendimento (e dal progresso) quali il costo unitario di un prodotto, il tempo necessario per costruirlo, le ore di manutenzione necessarie per unità di volume di produzione, ecc.

# Generalità

Il learning è somma di:

## **FATTORI DISCRETI**

per "fattori discreti" si vuole intendere il verificarsi di eventi particolarmente significativi - quali invenzioni, scoperte, applicazioni diffuse in tempi molto concentrati di tecnologie sostanzialmente innovative - che possono provocare una variazione praticamente istantanea e facilmente avvertibile nella grandezza osservata

# Generalità

e di:

## MIGLIORAMENTI CONTINUI

eventi cioè non avvertibili singolarmente ad una osservazione superficiale e che sono riconducibili alle aree:

- ♦ progettuale

- documentazione sullo stato dell'arte
- disegno del prodotto
- migliore definizione dei metodi operativi, ecc.

- ♦ tecnologico/tecnica

- sul processo (automazione, applicazione di tecnologie alternative)
- sui cicli di lavorazione (ottimizzazione delle procedure, scelte più opportune di utensili e strumenti), ecc.

# Generalità

- ◆ organizzativo/gestionale
  - organizzazione dei reparti
  - livello di addestramento
  - controllo della produzione
  - miglioramento dell'impiego della manodopera
  - miglioramento dell'impiego dei materiali
  - miglioramento dell'impiego dell'energia, ecc.

# Generalità

Per poter migliorare occorre comunque creare nell'azienda condizioni adatte in quanto l'apprendimento dipende da:

- ◆ attitudine/capacità di imparare
  - adattabilità fisica
  - grado culturale
  - motivazione
- ◆ fattori endogeni (caratteristiche del lavoro)
  - complessità
  - lunghezza dei tempi di ciclo
- ◆ fattori esogeni (condizioni al contorno)
  - motivazioni esterne
  - cambiamenti di situazioni e condizioni legate al lavoro

---

# Modello "Classico"

Modello matematico "classico" della curva di learning

$$y = a \cdot X^{-b}$$

dove:

**y** = misura della produttività (p.e.: tempo ciclo unitario, costo unitario, peso unitario)

**a** = parametro legato alla misura della produttività: produttività all'istante iniziale (p.e.: primo pezzo)

**X** = volume cumulato di produzione

**b** = tasso di apprendimento: pendenza della produttività marginale

---

# Modello "Classico"

Il parametro **b** rappresenta di quanto varia percentualmente la produttività ad ogni variazione percentuale del volume di produzione:

$$\frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dX}{X}} = -b$$

ovvero, qual è il rapporto tra le produttività passando da un volume cumulato di produzione ad un suo multiplo

$$\frac{y_K}{y_i} = n^{-b}$$

Nel caso particolare di  $n = 2$  si un incremento di produttività corrispondente a **b** al raddoppio del volume cumulato di produzione.



---

## Modello "Classico"

La variazione di produttività è normalmente espressa in termini percentuali cui corrisponde evidentemente un preciso valore numerico del parametro **b**

Variazione di produttività (%)	Pendenza della curva (b)
55	0,8292
60	0,7372
70	0,514
80	0,322
90	0,152
95	0,074

---

# Determinazione parametri

Come determinare i valori dei parametri **a** e **b** ?

## Metodo di Cochran

1. Determinare i valori di produttività a regime (p.e.: tempo standard dopo  $n$  produzioni)
2. Stimare le percentuali di miglioramento di ciascuna attività in cui viene ripartita la produzione
3. Attribuire un peso a ciascuna attività per arrivare ad un tasso di miglioramento **b** medio ponderale
4. Partendo dalla produttività di regime ed avendo così stimato il tasso di miglioramento, determinare la produttività iniziale **a**.

---

# Determinazione parametri

## Metodo di Williams

Si parte dall'esame statistico di curve verificatesi per produzioni analoghe e confermate nella pratica, quindi:

1. Si considera caratteristica la curva ritenuta più adatta tra le esaminate e se ne assume lo stesso tasso di miglioramento **b**
2. Si misura la produttività della seconda produzione e si calcola la produttività iniziale **a**.

## Metodo di Baloff

Si considera una correlazione tra tasso di miglioramento **b** e produttività **Y**.

L'analisi della correlazione è continua nel tempo.

---

# Determinazione parametri

## Metodo di Westinghouse

Come Williams, assume una curva caratteristica per determinare il tasso di miglioramento **b**.

Stima però, come Cochran, la produttività a regime e il quantitativo di produzioni per raggiungerla per determinare la produttività iniziale **a**.

---

# Determinazione parametri

L'apprendimento provoca sbilanciamenti nelle linee di produzione.

Per ribilanciare le linee si possono seguire vari metodi fra i quali:

## Metodo di Dar-El e Rubinovitz

1. Attraverso criteri abbastanza semplici, le fasi di lavorazione (attività) si distinguono in due categorie:
  - fasi caratterizzate maggiormente da apprendimento intellettuale (separandole poi anche tra alto e basso apprendimento intellettuale, rispettivamente con tassi di miglioramento **b** compresi tra  $70\% \div 75\%$  e  $75\% \div 80\%$ )

---

# Determinazione parametri

## Metodo di Dar-El e Rubinovitz - segue-

- fasi caratterizzate maggiormente da acquisizione di abilità manuale (separandole poi anche tra alta e bassa acquisizione di abilità manuale, rispettivamente con tassi di miglioramento **b** compresi tra 80% ÷ 85% e 85% ÷ 90%)
2. Si determina la curva ponderata da utilizzare e, per mezzo di un algoritmo che tiene conto delle diverse regressioni, si perviene alla ridefinizione delle linee in funzione del crescere della cumulata delle produzioni.

---

## Determinazione parametri

Per tenere conto del fatto che la produzione può essere sospesa per un certo periodo e poi ripresa (produzione a lotti), occorre considerare un elemento che viene chiamato "*forgetting factor*".

Il forgetting factor dipende, sostanzialmente, dall'intervallo di tempo intercorrente tra la produzione di un lotto e del successivo e dalla complessità delle lavorazioni.

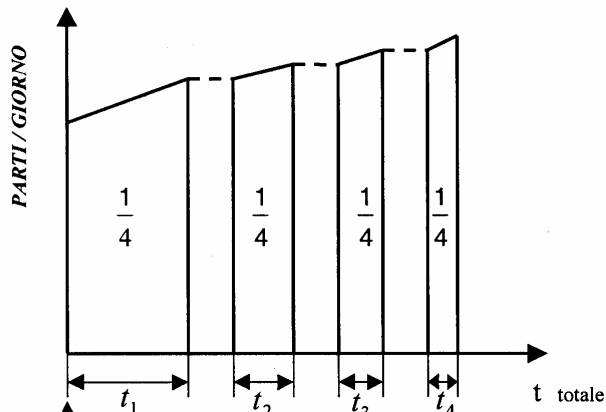
## Analisi di Towill

1. Si considera un quantitativo determinato di parti identiche da produrre in  $n$  lotti di pari dimensioni intervallati da periodi di tempo uguali
2. Si fa variare la dimensione dei lotti
3. Si fa variare il valore del *forgetting factor* espresso in termini percentuali
4. Si analizza il risultato in funzione del tempo complessivo necessario per la produzione di tutto il quantitativo ipotizzato



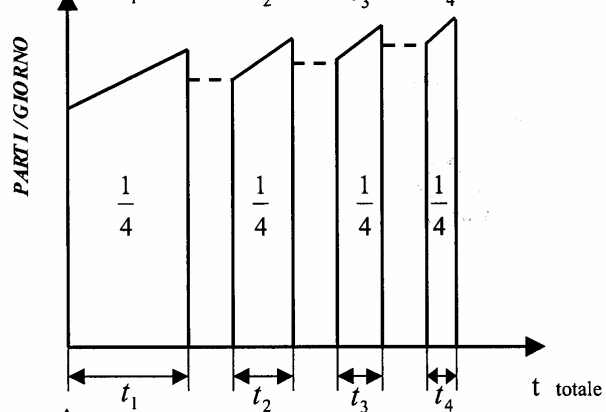
# Determinazione parametri

## Analisi di Towill



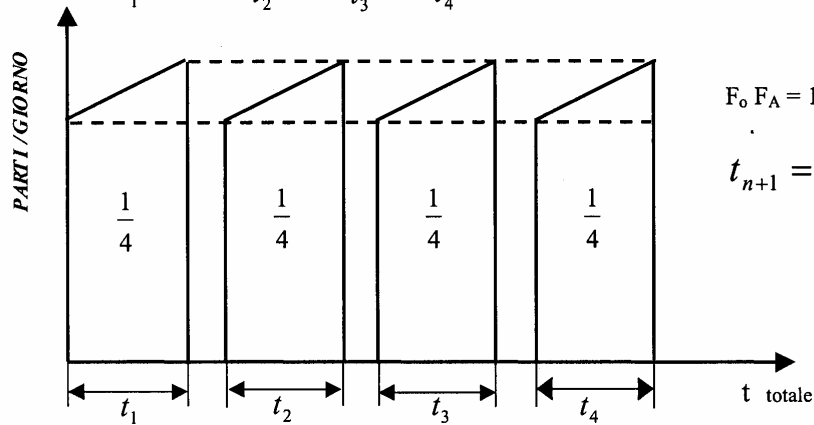
$$F_o F_A = 0\%$$

$$t_{n+1} < t_n$$



$$F_o F_A = 50\%$$

$$t_{n+1} < t_n$$



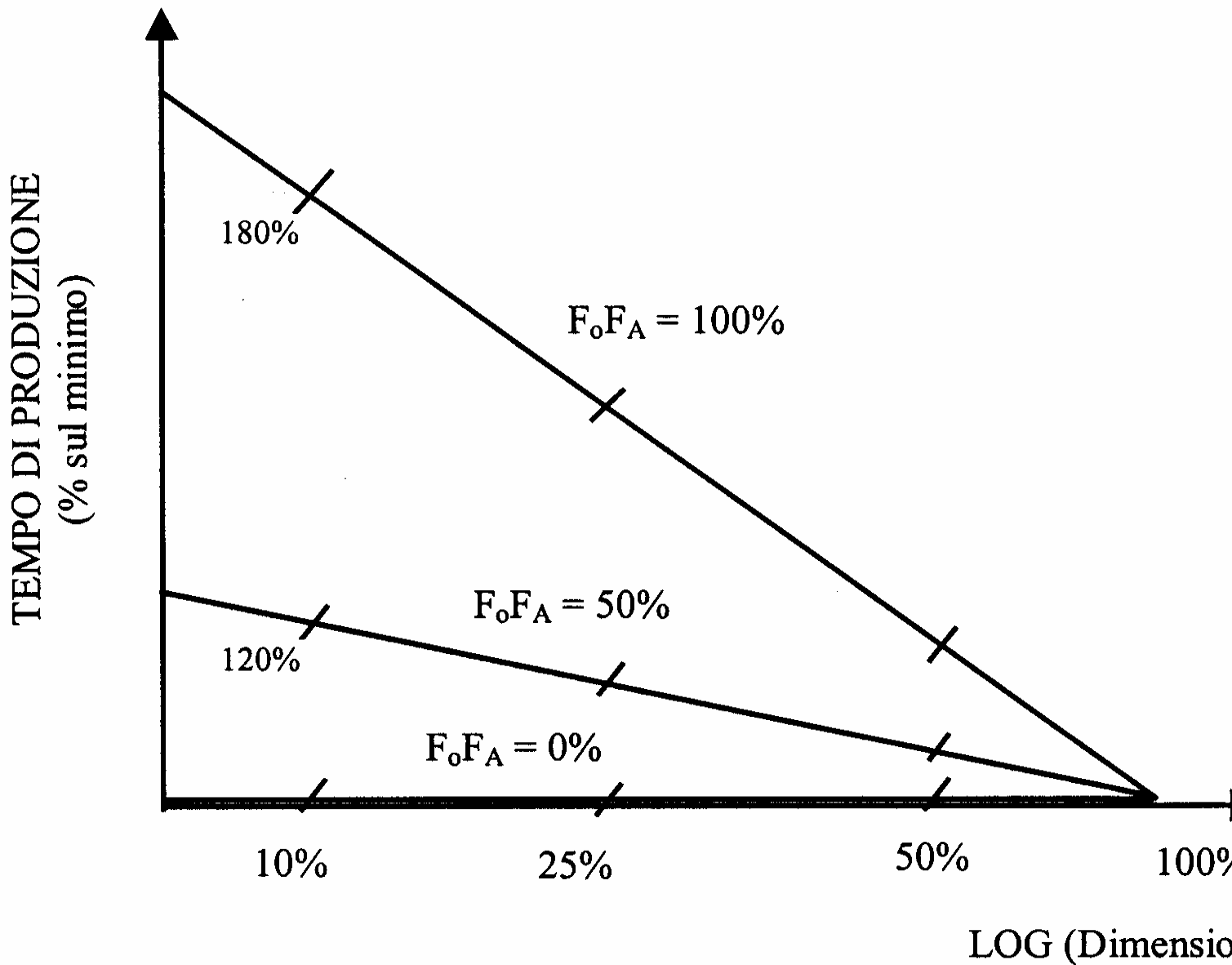
$$F_o F_A = 100\%$$

$$t_{n+1} = t_n$$

---

# Determinazione parametri

Analisi di Towill



---

# Altri modelli

- **Modello esponenziale**

La produttività varia di una quantità costante proporzionale al valore assunto nell'istante considerato

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot y$$

$$\frac{dy}{y} = k \cdot dx$$

quindi integrando e passando ai numeri reali si ottiene il modello esponenziale

$$y = y_0 e^{-Kx}$$

dove:  $y_0 :=$  costante

- **Modelli derivati di Pegel, De Jong, Levy**

Introducono, secondo diversi criteri, un asintoto alla curva

---

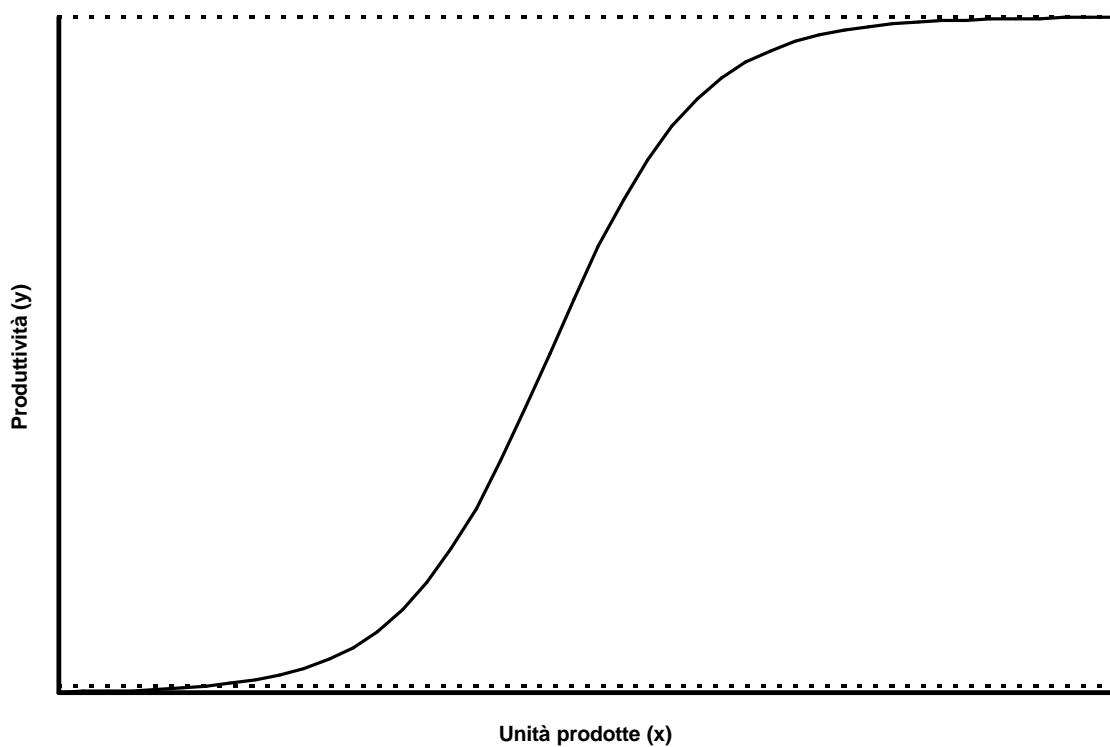
# Altri modelli

- Curve ad S

Prima fase ad apprendimento lento

Seconda fase ad apprendimento rapido

Terza fase ad apprendimento lento tendente ad un asintoto



---

# Altri modelli

- Curve ad S - segue-

Tali curve sono adatte per interpretare quei fenomeni dove all'inizio dell'attività l'operatore non conosce ancora completamente quello che deve svolgere

Variazioni al modello canonico della curva ad S sono apportati nei modelli delle:

- Curve ad S a più stadi
- Curve ad S asimmetriche

---

# Bibliografia

- Casu, G. F., *Le curve di progresso*, Tamburini Editore, Milano, 1975.
- Towill, D. R., "*The Use of learning Curve Models for Prediction of Batch Production Performance*", *International Journal of Operations & Production Management*, Vol. 5 No. 2, 1985, pp. 13-24.
- Kantor, P. B., Zangwill, W. I., "*Theoretical Foundation for a Learning Rate Budget*", *Management Science*, Vol. 37 No. 3, March 1991, pp. 315-330
- Ferrari, L., Noè, C., "Criteri per l'impiego delle curve di apprendimento", XX Congresso Nazionale di Impiantistica Industriale, Capri (NA), Ottobre 1993.
- Bellinzona, M., Devecchi, F., Noè, C., "*Learning Curves for Instrumental Goods assembling*", The 9th International Conference on CAD / CAM, Robotics and Factories of the Future: CAR's & FOF '93, Newark, USA, August 1993.
- Ezey, M. D., Rubinovitz, J., "*Using Learning Theory in Assembly Lines for New Products*", *International Journal of Production Economics*, Vol. 25, 1991, pp. 103-109.