

Cognome _____ Nome _____ Voto

Appello regolare Sessione estiva
04 lug. 2007

Istruzioni: Le risposte devono essere scritte unicamente su questi fogli. Compilare la facciata con i propri dati. Approssimare i risultati finali alla terza cifra decimale, se la quarta cifra decimale fosse 5 si approssimi per eccesso la terza cifra.

1. Un investimento è caratterizzato dai flussi di cassa

Scadenza (anni)	0	1	2	3
Flusso (€)	-10.000,00	5.000,00	2.100,00	5.000,00

- a.(4punti) Si determini la convenienza dell'operazione per un investitore con costo opportunità dei mezzi propri $i = 3,8\%$
- b.(4punti) Si calcoli l'*APV* ($3,8\%$) dell'operazione finanziata con un prestito che origina i flussi di cassa

Scadenza (anni)	0	1	2
Flusso (€)	4.000,00	-2.200,00	-2.200,00

- c.(3punti) Si scomponga la seconda rata del prestito in quota di capitale e quota di interessi, sapendo che il tasso applicato è $j = 10\%$.

Soluzione

- (a) Utilizzando il metodo dell'*N.P.V.*

$$G(0,038) = -10.000 + \frac{5.000}{1,038} + \frac{2.100}{(1,038)^2} + \frac{5.000}{(1,038)^3} = 1.236,738\text{€} > 0$$

l'operazione risulta conveniente

- (b) I flussi di cassa netti sono

Scadenza (anni)	0	1	2	3
Flusso (€)	-6.000,00	2.800,00	-120,00	5.000,00

e

$$APV(0,038) = -6.000 + \frac{2.800}{1,038} - \frac{120}{(1,038)^2} + \frac{5.000}{(1,038)^3} = 1.056,85\text{€} > 0$$

l'operazione descritta è ancora conveniente.

- (c) E' possibile calcolare la successione dei debiti residui

$$\begin{aligned} D_0 &= 4.000,00 \\ D_1 &= D_0(1+j) - R_1 = 2.200,00 \end{aligned}$$

e quindi

$$R_2 = 2.220,00\text{€} \quad I_2 = D_1 \times j = 220\text{€} \quad C_2 = R_2 - I_2 = 2.000,00\text{€}$$

2. I tassi spot (annui) espressi dal mercato sono

$$\begin{aligned} h^{(0)}(0; 0, 5) &= 6\% & h^{(0)}(0; 1) &= 8\% \\ h^{(0)}(0; 1, 5) &= 8,5\% & h^{(0)}(0; 2) &= 9,7\% \end{aligned}$$

- a.(4punti) Determinare il prezzo a pronti $v^{(0)}(0; 2)$ ed il tasso forward $h^{(0)}(0, 5; 2)$ coerenti con la struttura indicata.
- b.(4punti) Una società desidera emettere un prestito obbligazionario con durata biennale, prezzo di collocamento $P = 32.000,00\text{€}$ e struttura

Scadenza (anni)	0	1	2
Flusso (€)	P	c	15.000,00

Si determini il flusso c in modo che non vi siano arbitraggi con la struttura per scadenze dei tassi indicata

- c.(3punti) Sul mercato è trattato il titolo obbligazionario

Scadenza (anni)	0	1	2	3
Flusso (€)	-16.000,00	3.000,00	3.000,00	13.000,00

Calcolare il tasso spot $h^{(0)}(0, 3)$.

Soluzione

(a)

$$\begin{aligned} v^{(0)}(0, 2) &= (1 + h^{(0)}(0, 2))^{-2} = 0,831 \\ (1 + h^{(0)}(0, 5; 2))^{-1,5} &= \frac{(1 + h^{(0)}(0, 2))^{-2}}{(1 + h^{(0)}(0, 0, 5))^{-0,5}} \end{aligned}$$

quindi

$$h^{(0)}(0, 5; 2) = \left(\frac{(1 + h^{(0)}(0, 2))^2}{(1 + h^{(0)}(0, 0, 5))^{0,5}} \right)^{\frac{1}{1,5}} - 1 = 10,962\%$$

- (b) Deve essere rispettata la condizione di chiusura

$$32.000 = \frac{c}{1,08} + \frac{15.000}{(1,097)^2}$$

da cui

$$c = 21.098,243\text{€}$$

- (c) Poiché deve essere, per evitare arbitraggi

$$16.000 = \frac{3.000}{1,08} + \frac{3.000}{(1,097)^2} + \frac{13.000}{(1 + h^{(0)}(0, 3))^3}$$

si ottiene

$$h^{(0)}(0, 3) = 6,608\%$$

3. Una operazione finanziaria è descritta dall'intensità istantanea di interesse

$$\rho(x) = 0,04 + 0,002x$$

a.(4punti) Si calcoli il montante di 100.000€, impiegati per 5 anni.

b.(3punti) Si scriva l'espressione della legge finanziaria descritta

c.(4punti) Si determini il tasso di interesse annuo composto che descrive l'impiego in a.

Soluzione

(a) Il montante sarà

$$M = 100.000 \times e^{\int_0^5 (0,04+0,002x)dx} = 125.232,272\text{€}$$

(b) Si ha

$$f(t) = e^{\int_0^t (0,04+0,002x)dx} = e^{0,04t+0,001t^2}$$

(c) Deve risultare

$$100.000 \times f(5) = 100.000 \times (1+i)^5$$

da cui

$$1,252 = (1+i)^5$$

e, infine

$$i = \sqrt[5]{1,252} - 1 = 4,597\%$$