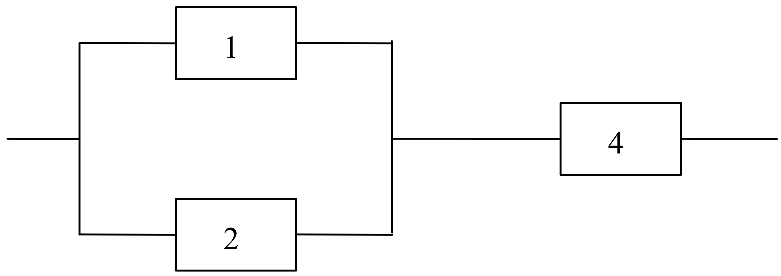
Ricerca Operativa II

Prova Generale

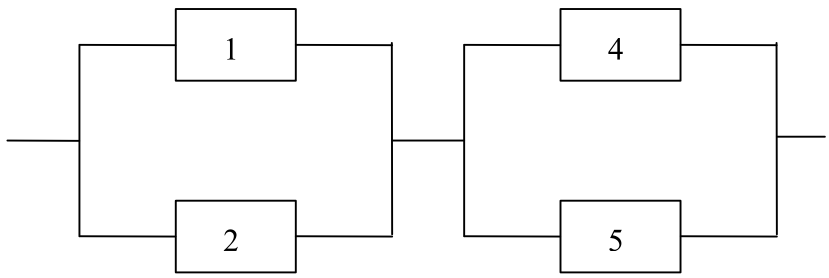
1. Siete il responsabile di produzione di un'azienda e dovete determinare il piano produttivo aziendale per i prossimi 5 anni. In particolare, state analizzando le seguenti alternative. Adottare il prodotto *A*, che ha un costo di produzione di 5 per ogni unità prodotta ed assicura un flusso netto in entrata di 6 per ogni unità prodotta. Il prodotto A è il vostro standard: non ci sono particolari cambiamenti da adottare nella vostra azienda, che pertanto opera nella configurazione riportata in Figura:



Il tasso di rottura dei sottosistemi della linea è il seguente:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 = 0.3[1/anno] \\ \lambda_2 = 0.2[1/anno] \\ \lambda_4 = 0.1[1/anno] \end{bmatrix} \quad \#$$

Il sistema produce 100 unità al giorno se non ci sono guasti. Invece si sta pensando di introdurre il prodotto *B*, che garantierebbe un flusso netto per unità prodotta pari a 1.5, con una produttività di 110 unità al giorno. Tuttavia per produrre B occorrerebbe modificare la configurazione dell'impianto come segue:



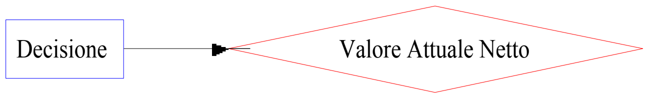
con l'introduzione del sottosistema 5, tasso di guasto $\lambda_5 = 0.05[1/anno]$. Il costo del nuovo sottositema è 20000. In entrambe i casi i sistemi sono sottoposti ad una manutenzione programmata di 3 giorni/anno. Considerate un tasso di attualizzazione del 5%.

- **a.** Disegnate il diagramma di influenza per questo problema
- **b.** Ricavate il corrispondente albero delle decisioni
- **c.** Determinate la decisione ottimale. (Sugg.: per ciascuno dei due sistemi
  - **i.** Determinate i Minimal Cut Sets (MCS)
  - **ii.** Determinate Determinare la funzione di struttura limitata ai MCS
  - **iii.** Determinare l'indisponibilità media dei produzione annuale per i prossimi 5 anni utilizzando l'approssimazione di Taylor.)
- **d.** Supponete ora che vi diano le seguenti informazioni sul tasso di guasto del nuovo

componente. In un test di durata 4 anni, non si sono verificati guasti. Se partivate da una distribuzione a priori di tipo $\gamma(\alpha,\beta)$ con valore atteso $E[\lambda_5] = 0.05[1/anno]$ e $V[\lambda_5] = 1[1/anno]$, qual è la scelta ottimale adesso?

---

a.



b.

?1=3[1/anno]
?2=1.5[1/anno]
?4=[1/anno]

$$\lambda := \begin{pmatrix} .3 \\ .2 \\ 0 \\ .1 \\ .05 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = 0.2$$

Unrelaibility A

$$U(t) := \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_2 \cdot t}\right) + \left(1 - e^{-\lambda_4 \cdot t}\right)$$

$$h := 1$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$U(h) = 0.142144268$$

$$R(h) := 1 - U(h) \qquad R(h) = 0.857855732$$

Taylor Approximation

$$\tau := 1 \qquad \tau r := \frac{3}{365}$$

$$u(t) := \lambda_1 \cdot t \cdot \left(\lambda_2 \cdot t\right) \cdot 1 + 1 \cdot \left(\lambda_4 \cdot t\right)$$

$$u(1) = 0.16$$

$$h := 1$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$U(1) = 0.142144268$$

$$q(\tau) := \frac{\int_0^{\tau} u(t)\, dt}{\tau} + \frac{\tau r}{\tau}$$

$$q(\tau) = 0.078219178$$

Flusso unitario sistema A $\quad PA := 100 \quad FA := 6 - 5$

$$FA \cdot (365) \cdot \left(1 - q(\tau)\right) \cdot PA = 3.3645 \times 10^4 \qquad BA := FA \cdot (365) \cdot \left(1 - q(\tau)\right) \cdot PA$$

NPVA

$$NPVA := \sum_{i=1}^{5} \frac{BA}{(1 + 0.05)^i} \qquad NPVA = 1.456652426 \times 10^5$$

Unrelaibility B

$$U(t) := \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right)\cdot\left(1 - e^{-\lambda_2 \cdot t}\right) + \left(1 - e^{-\lambda_4 \cdot t}\right)\cdot\left(1 - e^{-\lambda_5 \cdot t}\right)$$

$h := 1$

$\lambda_3 = 0$

$U(h) = 0.05162282$

$R(h) := 1 - U(h) \qquad R(h) = 0.94837718$

Taylor Approximation

$\tau := 1 \qquad \tau r := \frac{3}{365}$

$u(t) := \lambda_1 \cdot t \cdot \left(\lambda_2 \cdot t\right) \cdot 1 + 1 \cdot \left(\lambda_4 \cdot t\right) \cdot \left(\lambda_5 \cdot t\right)$

$u(1) = 0.065$

$h := 1$

$\lambda_3 = 0$

$U(1) = 0.05162282$

$$q(\tau) := \frac{\int_0^{\tau} u(t)\, dt}{\tau} + \frac{\tau r}{\tau}$$

$q(\tau) = 0.029885845$

Flusso unitario sistema A $\qquad PB := 110 \qquad FB := 1.5 \qquad CB := 50000$

$FA \cdot (365) \cdot \left(1 - q(\tau)\right) \cdot PA = 3.540916667 \times 10^4 \qquad BB := FB \cdot (365) \cdot \left(1 - q(\tau)\right) \cdot PB$

$BB = 5.8425125 \times 10^4$

$$NPVB := \sum_{i=1}^{5} \frac{BB}{(1 + 0.05)^i} + -CB \qquad NPVB = 2.029502157 \times 10^5$$

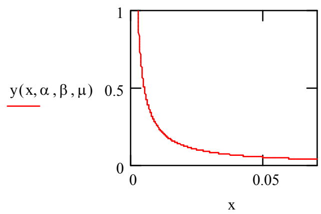
Supponete ora che vi diano le seguenti informazioni sul tasso di guasto del nuovo componente. In un test di durata 4 anni, non si sono verificati guasti. Se partivate da una distribuzione a priori di tipo gamma(a,ß) con valore atteso E[lambda5]=0.05[1/anno] e V[lambda5]=1[1/anno], qual è la scelta ottimale adesso?

$Ex := 0.05 \qquad Vx := 1 \qquad \mu := 0 \qquad r := 0 \qquad T := 4$

$$y(\lambda,\alpha,\beta,\mu) := \frac{\beta^{\alpha}\cdot(\lambda-\mu)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}\cdot e^{-\beta\cdot(\lambda-\mu)}$$

$\alpha := \frac{Ex^2}{Vx} \qquad \alpha = 2.5\times 10^{-3}$

$\beta := \frac{Ex}{Vx} \qquad \beta \rightarrow 5.\cdot 10^{-2}$



$$y(\lambda,\alpha1,\beta1,\mu) := \frac{\beta1^{\alpha1}\cdot(\lambda-\mu)^{(\alpha1)-1}}{\Gamma(\alpha1)}\cdot e^{-\beta1\cdot(\lambda-\mu)}$$

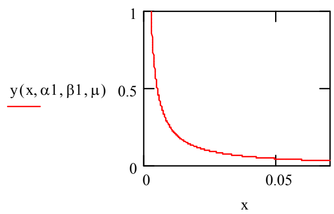
$\alpha1 := \alpha + r \qquad \alpha1 = 2.5\times 10^{-3}$

$\Gamma(3) \rightarrow 2$

$\beta1 := \beta + T \qquad \beta1 \rightarrow 4.05$

$\int_0^{\infty} y(x,\alpha1,\beta1,\mu)\,dx \rightarrow 1.0000000000000000000$

$$f(x) := \frac{\beta1^{\alpha1}\cdot(x-\mu)^{\alpha1-1}}{\Gamma(\alpha1)}\cdot e^{-\beta1\cdot(x-\mu)}$$



$Ex1 := \frac{\alpha1}{\beta1} \qquad Ex1 = 6.172839506\times 10^{-4}$

$Vx1 := \frac{\alpha1}{\beta1^2} \qquad Vx1 = 1.524157903\times 10^{-4}$

The failure rate decreases and is therefore even more convenient to invest in B