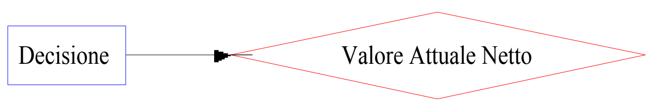
Ricerca Operativa II

Prova Generale

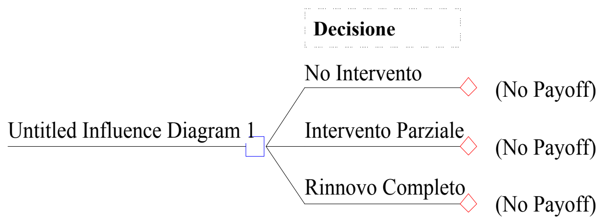
1. Siete il responsabile di produzione di un'azienda e dovete scegliere tra le seguenti opzioni. Continuare con la linea attuale, che ha un tasso di guasto $\lambda_1 = 1/anno$ e richiede due manutenzioni all'anno per una durata di 2 giorni ciascuna. La capacità produttiva sarebbe di 5000 unità all'anno se funzionasse a tempo pieno. Intervenire sulla linea attuale con un costo di 50000, che porterebbe la linea ad avere una capacità di 6000 e la possibilità di una manutenzione completa annuale della durata di 3 giorni. Vi si propone anche di rinnovare completamente la linea, per un costo totale di 130000. La nuova linea avrebbe rateo di guasto pari ad un decimo del precedente e sarebbe soggetta ad una manutenzione annuale di un solo giorno. La capacità produttiva raggiungerebbe le 7000 unità annue. Supponendo che la produzione garantisca un flusso di cassa pari a 10 per unità prodotta con cui andare a coprire il costo di investimento, quale degli interventi risulta preferibile se si considera un orizzonte di 5 anni ed un tasso di sconto del 10%?
   a. Disegnate il diagramma di influenza per questo problema
   b. Ricavate il corrispondente albero delle decisioni
   c. Individuate la decisione ottimale

---

a.



b.



PROBLEMA 1

$$\lambda := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0.1 \\ 1.1\times 10^{-2} \\ 9\times 10^{-2} \end{pmatrix} \qquad \lambda_1 = 1$$

1

$$U(t) := \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right) \qquad \int_0^1 \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right) dt = 0.367879441$$

$$U(1) = 0.632120559$$

$$2\cdot\left[\frac{\int_0^{0.5}\left(1 - e^{-\lambda_1\cdot t}\right)dt}{0.5} + \frac{\frac{2}{365}}{0.5}\right] \rightarrow .44804044706971177660 \quad q1 := 2\cdot\left[\frac{\int_0^{0.5}\left(1 - e^{-\lambda_1\cdot t}\right)dt}{0.5} + \frac{\frac{2}{365}}{0.5}\right]$$

$$R1 := (1 - q1)\cdot 5000\cdot 10 \qquad R1 = 2.759797765\times 10^4 \qquad q1 = 0.448040447$$

$$R15 := \sum_{i=1}^{5} \frac{R1}{(1.1)^i} \qquad R15 = 1.046180485\times 10^5$$

2

$$U(t) := \left(1 - e^{-\lambda_2 \cdot t}\right) \qquad \int_0^1 \left(1 - e^{-\lambda_2 \cdot t}\right) dt = 0.367879441$$

$$U(1) = 0.632120559$$

$$q2 := 1\cdot\left[\frac{\int_0^{1}\left(1 - e^{-\lambda_2\cdot t}\right)dt}{1} + \frac{\frac{3}{365}}{1}\right] \qquad q2 = 0.376098619$$

$$R2 := (1 - q2)\cdot 6000\cdot 10 \qquad R2 = 3.743408284\times 10^4$$

$$R25 := -50000 + \sum_{i=1}^{5} \frac{R2}{(1.1)^i} \qquad R25 = 9.190462597\times 10^4$$

3

$$U(t) := \left(1 - e^{-\lambda_3 \cdot t}\right)$$

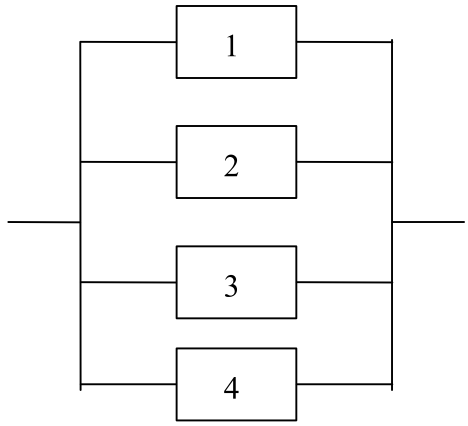
$$U(1) = 0.095162582$$

$$q3 := 1\cdot\left[\frac{\int_0^{1}\left(1 - e^{-\lambda_3\cdot t}\right)dt}{1} + \frac{\frac{1}{365}}{1}\right] \qquad q3 = 0.051113906$$

$$R3 := (1 - q3)\cdot 7000\cdot 10 \qquad R3 = 6.642202655\times 10^4$$

$$R35 := -130000 + \sum_{i=1}^{5} \frac{R3}{(1.1)^i} \qquad R35 = 1.217917395\times 10^5$$

2. Dato il seguente sistema:



i cui componenti sono in parallelo:

- **a.** Determinare i minimal cut sets
- **b.** Determinare la funzione di struttura
- **c.** Determinare l'espressione della probabilità di rottura del sistema entro il tempo T
- **d.** Si suppongano indipendenti le rotture dei componenti e tempi di guasto aleatori caratterizzati da distribuzioni esponenziali con tassi:

$$\lambda = \begin{bmatrix} 10^{-2} \\ 1.4 \cdot 10^{-2} \\ .7 \cdot 10^{-2} \\ 1.1 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$$

  in unità 1/anno.
- **e.** Determinate l'inaffidabilità del sistema su un anno
- **f.** Supponete di avere un target di 10000 unità da produrre in media in un anno. A regime il sistema produce 5 unità al giorno. Se il sistema è sottoposto a manutenzione periodica di periodo 6 mesi (1/2 anno) e durata 1 giorno, il sistema riesce a raggiungere il target?
- **g.** Utilizzando l'indisponibilità media del sistema e l'approssimazione di Taylor, impostare il calcolo dell'intervallo ottimale di manutenzione.

---

a.

Unrelaibility

$$U(t) := \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}\right)$$

$h := 1$

$\lambda_3 = 7 \times 10^{-3}$

$U(h) = 9.802150101 \times 10^{-9}$

$R(h) := 1 - U(h) \qquad R(h) = 0.99999999$

Taylor Approximation

$\tau := 0.5 \qquad \tau r := \frac{1}{365}$

$u(t) := \lambda_1 \cdot t \cdot \left(\lambda_2 \cdot t\right) \cdot \left(\lambda_3 \cdot t\right) \cdot \left(\lambda_4 \cdot t\right)$

$u(1) = 1.078 \times 10^{-8}$

$h := 1$

$\lambda_3 = 7 \times 10^{-3}$

$U(1) = 9.802150101 \times 10^{-9}$

$$q(\tau) := \frac{\int_0^{\tau} u(t)\, dt}{\tau} + \frac{\tau r}{\tau}$$

$q(\tau) = 5.47945219 \times 10^{-3}$

PRODUZIONE

$5 \cdot (365 - 104) \cdot \left(1 - q(\tau)\right) = 1.297849315 \times 10^{3}$

OTTIMIZZAZIONE

$$q(x) := \frac{\int_0^{x} u(t)\, dt}{x} + \frac{\tau r}{x}$$

$$\frac{d}{dx} q(x) \rightarrow 8.6240000000000000000010^{-9} \cdot x^3 - \frac{1}{365 \cdot x^2}$$

$a := 1$

Given

$$8.6240000000000000000010^{-9} \cdot a^3 - \frac{1}{365 \cdot a^2} = 0$$

$\tau ott := Find(a) \qquad \tau ott = 12.600568508$