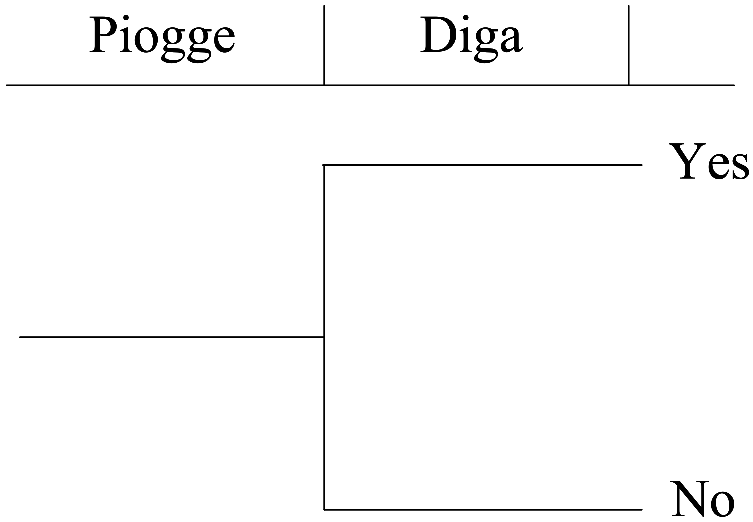


Figure 1:

Universita' C. Cattaneo
Ricerca Operativa II
Settembre 2003
Prova Scritta

1. (a) Che cosa e' un albero degli eventi?
   (b) Cosa differenzia un albero delle decisioni da un albero degli eventi?
   (c) Cosa e' un arco di informazione?
   (d) Cosa e' il valore atteso dell'informazione perfetta?
   (e) Cosa e' il valore atteso dell'informazione non perfetta?
   (f) Relativamente alla domanda e, come si calcola?

2. State studiando la protezione di una valle da una possibile alluvione in caso le piogge fossero sopra la media. Se la diga a monte non reggesse, la valle verrebbe spazzata, con danni alle coltivazioni. La valle non e' abitata.

   (a) Scrivete l'albero degli eventi per questa sequenza incidentale
   (b) La diga si puo' "rompere" per tracimazione (TR) o per cedimento (CD). Il cedimento puo' essere provocato da usura (US), cattiva progettazione (CP) o cattivo comportamento dei materiali (CM). Disegnate l'albero dei guasti per l'evento rottura della diga.
   (c) Determinate i minimal cut sets
   (TR,US,CP,CM)
   (d) Scrivete la funzione di struttura per l'evento rottura della diga fermandovi ai minimal cut sets (approssimazione degli eventi rari)
   $X_T = X_{TR} + X_{US} + X_{CP} + X_{CM}$
   (e) Utilizzando la "regola aurea" calcolate la probabilita' di "rottura" della diga entro un anno, date le seguenti probabilita' degli eventi:
   $P_{TR} = 5 \cdot 10^{-4}$
   $P_{US} = 4 \cdot 10^{-5}$
   $P_{CP} = 3 \cdot 10^{-5}$

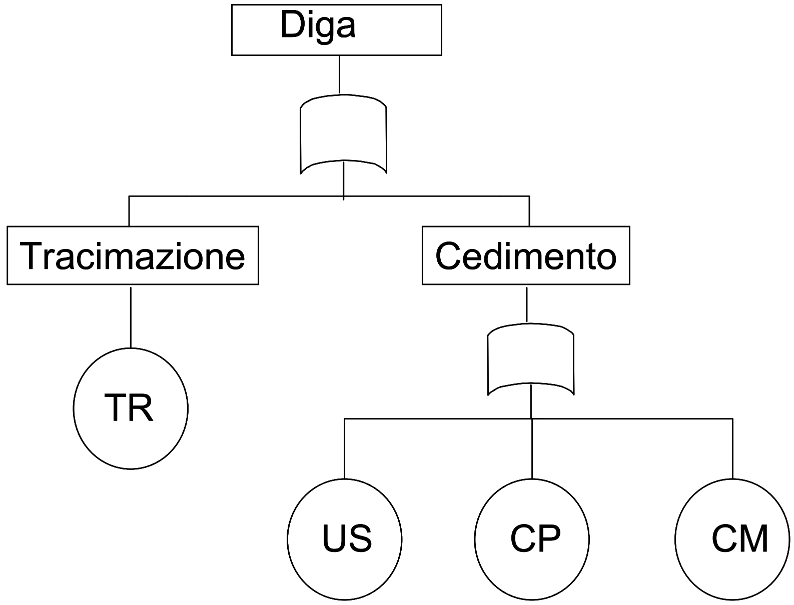


Figure 2:

$P_{CM} = 2 \cdot 10^{-5}$
$P_T = P_{TR} + P_{US} + P_{CP} + P_{CM} = .00059$

(f) FV
$FV_{TR} = \frac{P_{TR}}{P_T} = .847\,46$
$FV_{US} = \frac{P_{US}}{P_T} = 6.779\,7 \times 10^{-2}$
$FV_{CP} = \frac{P_{CP}}{P_T} = 5.084\,7 \times 10^{-2}$
$FV_{CM} = \frac{P_{CM}}{P_T} = 3.389\,8 \times 10^{-2}$

(g) RAW
$RAW_{TR} = RAW_{US} = RAW_{CP} = RAW_{CM} = \frac{1}{P_T} = 1694.\,9$

3. Per un componente sottoposto a manutenzione periodica di periodo τ e durata τ_r.

(a) calcolate l'intervallo di manutenzione ottimale consideranto i seguenti dati:
$\tau_r = 12$
$\lambda = 10^{-5}$
$C_q = 100$
$c_0 = 5$
$L = 40000$
$\tau = \left[2\left(\frac{\tau_r}{\lambda} + \frac{L}{\lambda}\frac{c_0}{C_q}\right)\right]^{1/2} = 20060.0$

(b) Se la probabilita' di rottura on dimand e'
$Q_0 = 10^{-3}$
e quella di guasto dopo la manutenzione
$\gamma_0 = 10^{-4}$
calcolate la indisponibilita' media del componente nell'intervallo di manutenzione ottimale calcolato al punto a.
Soluzione:
$\tau = 20060.0$
$q = Q_0 + \gamma_0 + \lambda\frac{\tau}{2} + \frac{\tau_r}{\tau} = .102$

Figure 3:

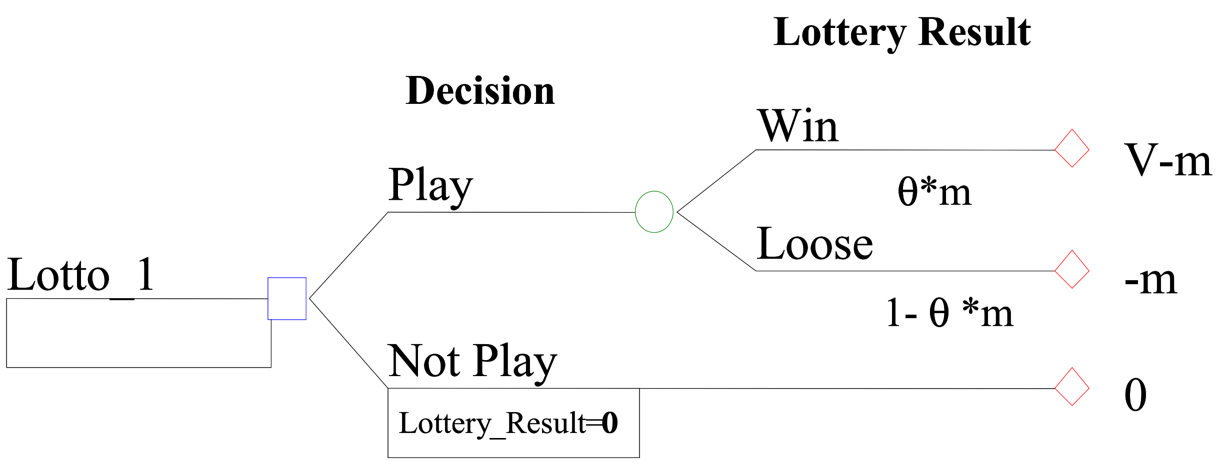


Figure 4:

4. Dovete decidere se giocare o meno al seguente gioco e dovete decidere quanto investire m. Il gioco vi fa vincere una quantita' V con una probabilita' proporzionale alla quantita' di soldi che investite ovvero $p = \theta m$.

   (a) Disegnate il digramma di influenza per questa decisione.

   (b) Disegnate il corrispondente albero delle decisioni

   (c) Supponete
   $V = 50 \cdot 10^6$
   $\theta = 1.67 \cdot 10^{-9}$
   $m = 100$
   Cosa decidete?

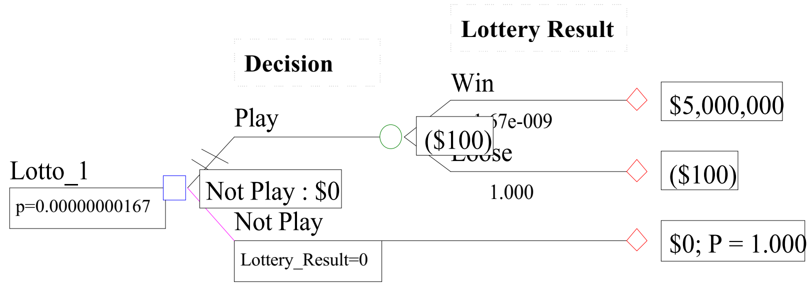
   (e) Esiste un valore di m per cui le due alternative si equivalgono?

   $$0 = \theta m(V - m) + (1 - \theta m)(-m) \tag{1}$$

   che ha soluzione m=0, equivalente a non giocare.

   (f) Supponete di evere una funzione utilita' data da $u(x; x_0) = (x + x_0)^\alpha$ dove x_0 e' la vosta ricchezza attuale e α e' un parametro. Impostate il calcolo della quantita' m da investire per massimizzare la vostra utilita' nel caso in cui decideste di giocare.
   La funzione utilia' e':

   $$u(m, \theta, V) = \theta m u(V) + (1 - \theta m)u(m) \tag{2}$$



(d)

Figure 5:

$$u(m) = \theta m(V - m + x_0)^\alpha + (1 - \theta m)(-m + x_0)^\alpha \tag{3}$$

che risulta massima per il valore di m che rende nulla la derivata prima e negativa la derivata seconda:

$$\frac{d}{dm} u(m, \theta, V) = 0 \tag{4}$$

e

$$\frac{d^2}{dm^2} u(m, \theta, V) < 0 \tag{5}$$