3. LA REGOLA FONDAMENTALE DELLA POLITICA ECONOMICA (O REGOLA DI TINBERGEN)

Risolvere un problema di politica economica significa, come abbiamo visto, individuare la manovra ottimale da attuare, ossia determinare il valore ottimale da assegnare agli strumenti a disposizione, per raggiungere gli obiettivi prefissati.

Avrete altresì notato che tutti i modelli di politica economica presi in esame avevano una particolare caratteristica: il numero degli strumenti era uguale al numero degli obiettivi.

Questa caratteristica dei modelli di politica economica riflette il primo fondamentale requisito che deve essere soddisfatto affinché un problema di politica economica abbia una soluzione univoca: se i responsabili della politica economica vogliono raggiungere n obiettivi devono disporre di n strumenti.

Questo primo fondamentale requisito deriva dalla **regola fondamentale della politica economica (o regola di Tinbergen)**, secondo la quale condizione necessaria (ma non sufficiente) perché un problema di politica economica abbia soluzione univoca è che il numero delle variabili obiettivo sia uguale al numero delle variabili strumento.

La ragione di questa regola nasce dal fatto che nel modello in forma ridotta (modello di politica economica) ricavabile dal modello in forma strutturale (modello di economia politica) il numero delle equazioni è uguale al numero degli obiettivi, mentre il numero delle incognite coincide con il numero degli strumenti. Se il numero degli obiettivi è uguale al numero degli strumenti, allora nel modello in forma ridotta il numero delle equazioni sarà uguale al numero delle incognite, che è condizione necessaria per la risoluzione di un sistema di equazioni lineari, come normalmente, per semplicità, si ipotizza.

L'uguaglianza tra il numero delle equazioni ed il numero delle incognite è condizione necessaria, ma non sufficiente ad assicurare che un sistema di equazioni lineari abbia soluzione univoca. Bisogna inoltre verificare che **le incognite, ossia gli strumenti, siano tra di loro linearmente indipendenti**, perché in caso contrario il sistema risulta sotto determinato ed ammette infinite soluzioni.

Affinché un problema di politica economica ammetta soluzione univoca devono pertanto essere soddisfatti due requisiti:

a) il numero degli strumenti a disposizione dei responsabili della politica economica deve essere uguale al numero degli obiettivi che si prefiggono di raggiungere;
b) gli strumenti a disposizione devono essere linearmente indipendenti.

LO SCHEMA GENERALE DI POLITICA ECONOMICA

La risoluzione di un problema di politica economica richiede, pertanto, che si segua il seguente procedimento[1]:

1. Individuare gli obiettivi (es. O_1 e O_2).
   (Considerazioni economico – politiche)

2. Definire il valore ottimale degli obiettivi O_1^*, O_2^*, attraverso la minimizzazione (massimizzazione) di una funzione di perdita (benessere) sociale
$$L = \left(O_1 - O_1^*\right)^2 + \left(O_2 - O_2^*\right)^2$$
3. Costruire il modello strutturale di Economia Politica, che lega Obiettivi e Strumenti:

$$\begin{cases} O_1 = \gamma_1 S_1 + \gamma_2 S_2 + \gamma_3 O_2 \\ O_2 = \delta_1 S_1 + \delta_2 S_2 + \delta_3 O_1 \end{cases}$$

4. Passare alla forma ridotta del modello, ossia al modello di Politica Economica (soluzione del modello strutturale rispetto agli obiettivi).

$$\begin{cases} O_1 = \dfrac{1}{1-\gamma_3\delta_3}\left[(\gamma_1 + \gamma_3 \cdot \delta_1) \cdot S_1 + (\gamma_2 + \gamma_3 \cdot \delta_2) \cdot S_2\right] = \alpha_1 \cdot S_1 + \alpha_2 \cdot S_2 \\ O_2 = \left[\delta_1 + \dfrac{\delta_3 \cdot (\gamma_1 + \gamma_3 \cdot \delta_1)}{1-\gamma_3\delta_3}\right] \cdot S_1 + \left[\delta_2 + \dfrac{\delta_3 \cdot (\gamma_2 + \gamma_3 \cdot \delta_2)}{1-\gamma_3\delta_3}\right] \cdot S_2 = \beta_1 \cdot S_1 + \beta_2 \cdot S_2 \end{cases} \qquad [\,1\,]$$

Ovvero riscrivendo il sistema in forma matriciale

$$\begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad \Longrightarrow \quad O = A \times S$$

[1] Per vedere come procedere utilizziamo un semplice esempio in cui vi siano 2 strumenti e 2 obiettivi.

5. Verificare che sia soddisfatta la regola di Tinbergen

REGOLA DI TINBERGEN: *Condizione necessaria affinché un problema di Politica Economica abbia soluzioni univoche (la soluzione del modello sia unica) è che il numero delle variabili obiettivo sia eguale al numero delle variabili strumentali*.

5.1. Conteggio strumenti e obiettivi

5.2. Se il <u>numero delle variabili strumentali è uguale al numero delle variabili obiettivo</u> come in questo caso, allora bisogna verificare che gli strumenti siano linearmente indipendenti. Per questo occorre stabilire se il determinante della matrice A è diverso da 0.

$$\det A = \alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 \neq 0 .$$

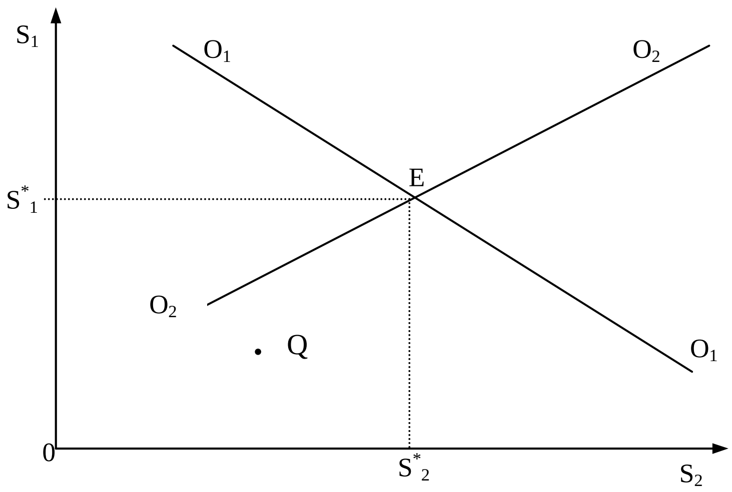
Se così è allora la matrice A e' invertibile e il problema di politica economica ha soluzione univoca ossia

$$\mathrm{S} = \mathrm{A}^{-1} \times \mathrm{O}$$

6. Imporre alle variabili obiettivo il loro valore ottimale ricavato al punto (2) e risolvere rispetto agli strumenti:

$$\begin{cases} S_1^* = \dfrac{\beta_2 \cdot O_1^* - \alpha_2 \cdot O_2^*}{\alpha_1 \cdot \beta_2 - \alpha_2 \cdot \beta_1} \\ \\ S_2^* = \dfrac{\alpha_1 \cdot O_2^* - \beta_1 \cdot O_1^*}{\alpha_1 \cdot \beta_2 - \alpha_2 \cdot \beta_1} \end{cases} \qquad [\ 2\ ]$$

7. Il valore ottimale degli strumenti (S^*_1, S^*_2) è individuato dall'intersezione tra le due rette del sistema [1] (oltre che dalla sua soluzione analitica [2]).



DALLA VERIFICA DELLA REGOLA DI TINBERGEN

I. Il <u>numero delle variabili strumento è maggiore del numero degli obiettivi.</u> Si possono semplicemente eliminare le variabili strumentali in eccesso e ricondursi alla situazione descritta nell'enunciato.

II. Il <u>numero delle variabili strumentali è uguale al numero delle variabili obiettivo.</u> Una volta risolto il problema di politica economica, occorre abbinare correttamente gli strumenti agli obiettivi. Questa operazione permette di adottare la più efficace manovra di Politica Economica ogniqualvolta il sistema si trova fuori dall'equilibrio (Es. punto Q). In tal caso per tornare ad esso si è soliti assegnare il raggiungimento di ciascun obiettivo ad uno specifico strumento. <u>L'abbinamento obiettivi/strumenti segue **la regola di Mundell**</u>.

Mundell, infatti, si è posto il seguente problema: come abbinare gli strumenti giusti agli obiettivi giusti, una volta stabilito che il numero degli strumenti è appropriato e che essi sono indipendenti tra di loro?

Egli ha affermato che per raggiungere ciascuno degli obiettivi dovrò utilizzare quello strumento che si rivela relativamente più efficace per il raggiungimento di quel determinato obiettivo. Il problema era: come misurare l'efficacia relativa dei vari strumenti rispetto ad un determinato obiettivo?

Supponiamo di volere raggiungere l'obiettivo O1 del nostro esempio, dovendo scegliere tra S1 ed S2. Mundell ha suggerito di misurare l'efficacia relativa dei due strumenti per il raggiungimento dell'obiettivo prefissato costruendo il rapporto $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ e confrontandolo con il rapporto $\frac{\beta_1}{\beta_2}$, dove $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ ci dice quanto S1 ed S2 influenzano O1, e $\frac{\beta_1}{\beta_2}$ ci dice quanto S1 ed S2 influenzano O2. In particolare, se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} > 1$ allora $\alpha_1 > \alpha_2$ e quindi S1 è in assoluto più efficace di S2 nel raggiungere O1 (in modo analogo si può ragionare per $\frac{\beta_1}{\beta_2}$).

Tuttavia, se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} > \frac{\beta_1}{\beta_2}$ allora S1 sarà anche relativamente più efficace di S2 nel raggiungimento di O1, e per contro S2 sarà relativamente più efficace di S1 nel raggiungimento di O2.

In generale, vale, pertanto, secondo Mundell la seguente regola:

se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} > \frac{\beta_1}{\beta_2}$ $\quad$ S1 $\Longleftrightarrow$ O1, S2 $\Longleftrightarrow$ O2

se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} < \frac{\beta_1}{\beta_2}$ $\quad$ S1 $\Longleftrightarrow$ O2, S2 $\Longleftrightarrow$ O1

III. Il <u>numero delle variabili strumentali è inferiore al numero delle variabili obiettivo</u>,

Dato il sistema generico:

$$O_1 = \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2$$

$$O_2 = \beta_1 S_1 + \beta_2 S_2$$

poi riscritto in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$$

ossia:

$$O = A \times S$$

Per avere una soluzione univoca deve valere la condizione $\det A \neq 0$ ovvero

In generale deve valere che: $\det A = \alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 \neq 0$.

Tale condizione può non essere soddisfatta (cosicchè il det*A*=0), quando <u>il numero degli strumenti è inferiore al numero delle variabili obiettivo</u> (oppure è uguale, ma gli strumenti non sono linearmente indipendenti). Se si suppone che a venir meno sia il secondo strumento (S_2), il sistema assume la seguente forma:

$$O_1 = \alpha_1 S_1$$

$$O_2 = \beta_1 S_1$$

ossia, $$\begin{aligned} S_1 &= O_1 / \alpha_1 \\ S_1 &= O_2 / \beta_1 \end{aligned}$$

e quindi sarà possibile determinare una relazione tra le variabili obiettivo.

$$O_2 = \frac{\beta_1}{\alpha_1} O_1 \qquad [3]$$

<u>Questo significa che non sarà più possibile inseguire liberamente qualsiasi configurazione dei valori delle variabili obiettivo, ma solo quelle configurazioni che rispettano la [3], ossia giacciono sulla retta di cui la [3] descrive l’equazione. Ciò implica che non si possano raggiungere gli obiettivi ottimali in senso assoluto, ma solo ottimi di secondo livello.</u>

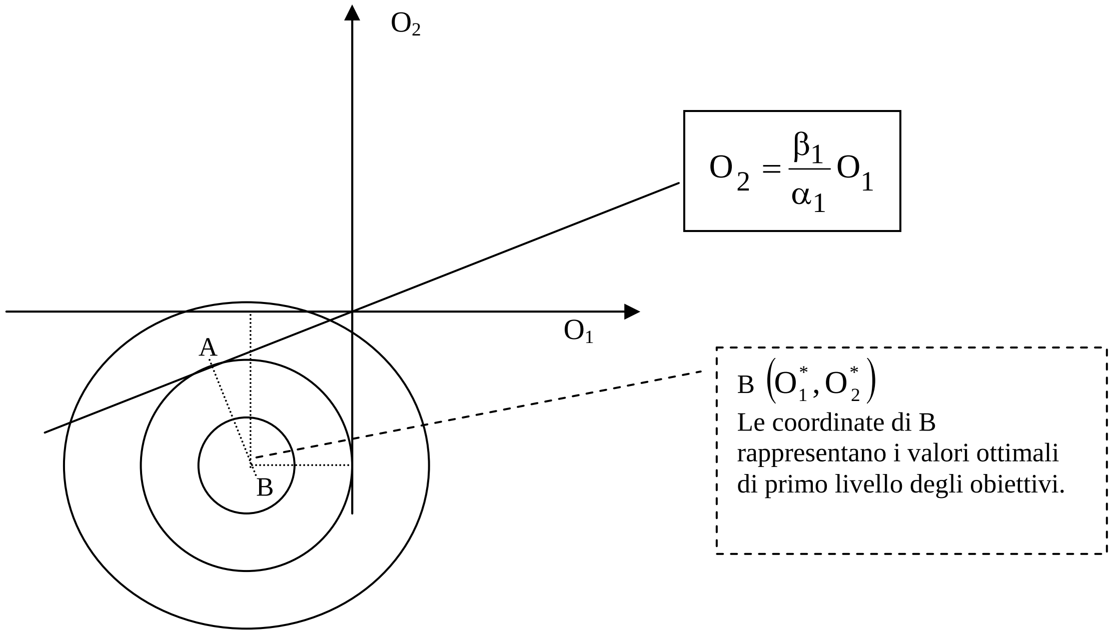
In altri termini, data la consueta funzione quadratica di perdita sociale:

$$L = \left(O_1 - O_1^*\right)^2 + \left(O_2 - O_2^*\right)^2$$

l’oramai noto schema sequenziale di Politica Economica prevede che si ricavi il valore ottimale degli obiettivi minimizzando la funzione L, ma in questo caso la minimizzazione avviene sotto il vincolo espresso dalla eq [3].

$$\min_{O_1, O_2} L = \left(O_1 - O_1^*\right)^2 + \left(O_2 - O_2^*\right)^2 \quad \text{sotto il vincolo che} \quad O_2 = \frac{\beta_1}{\alpha_1} O_1$$

Graficamente:



Lungo ogni cerchio concentrico il livello di perdita sociale è costante e cresce procedendo verso i cerchi più esterni. Maggiore è la distanza (raggio) dal centro (punto di ottimo assoluto B) e maggiore è la perdita sociale. La perdita stessa verrà minimizzata sotto vincolo nel punto A che descrive la tangenza tra la retta del vincolo $O_2 = \frac{\beta_1}{\alpha_1} O_1$ e la più bassa curva di indifferenza possibile tra quelle derivate dalla funzione di perdita sociale.

Es**empio 1**

E' dato il seguente modello di Economia Politica, con il valore dei parametri specificato nella seconda colonna della tabella:

$Y = C + I + G + X - Q$		
$C = c_0 + c_1 (Y - T)$	$c_0 = 500$ $c_1 = 0{,}8$ $T = 200$	$C = 500 + 0{,}8\ (Y - 200)$
$I = \bar{I} + aY - b\ i$	$\bar{I} = 100$ $a = 0{,}1$ $b = 1000$	$I = 100 + 0{,}1\ Y - 1000\ i$
$N = Y/\ u$	$u = 0{,}5$	$N = 2Y$
$Q = mY$	$m = 0{,}2$	$Q = 0{,}2\ Y$
$KY - h\ i = M$	$k = 0{,}2$ $h = 2000$	$0{,}2Y - 2000\ i = M$
	$X = 300$	

Si considerino "N" e "i" come variabili obiettivo. In particolare si vuole N = 5000 e i = 15% in equilibrio.

Gli strumenti siano G e M.

Trovare i valori degli strumenti che consentono di avere la soluzione desiderata.

Soluzione:

$$\begin{cases} Y = \overbrace{500 + 0{,}8\ (Y - 200)}^{C} + \overbrace{100 + 0{,}1\ Y - 1000\ i}^{I} + G + \overbrace{300 - 0{,}2\ Y}^{X - Q} \\ \\ i = \dfrac{0{,}2Y - M}{2000} \end{cases}$$

quindi:

Y = 500 + 0,8 (Y-200) + 100 + 0,1 Y – 1000($\frac{0,2Y - M}{2000}$)+ G + 300 – 0,2 Y

Y = 500 + 0,8 (Y-200) + 100 + 0,1 Y – $\frac{0,2Y - M}{2}$ + G + 300 – 0,2 Y

Y = 500 + 0,8 (Y-200) + 100 + 0,1 Y – 0,1Y + $\frac{M}{2}$ + G + 300 – 0,2 Y

(1 - 0,8 – 0,1 + 0,1 + 0,2) Y = 500 – 160 + 100 + $\frac{M}{2}$ + G + 300

0,4 Y = 740 + $\frac{M}{2}$ + G

$Y = \frac{1}{0,4}\left(740 + \frac{M}{2} + G\right) = 2,5\left(740 + \frac{M}{2} + G\right)$ = 1850 + 1,25 M + 2,5 G

Da cui considerando che N = 2Y = 2(1850 + 1,25 M + 2,5 G)

N = 3700 + 5 G + 2,5 M **(equazione 1 del modello ridotto)**

Per quanto riguarda l'obiettivo sul tasso di interesse abbiamo la seguente equazione:

$$i = \frac{0,2Y - M}{2000} = \frac{0,2(1850 + 1,25M + 2,5G)}{2000} - \frac{M}{2000}$$

$$i = \frac{0,1(1850 + 1,25M + 2,5G)}{1000} - \frac{M}{2000}$$

$$i = 0,0001(1850 + 1,25M + 2,5G) - \frac{M}{2000}$$

$$i = 0{,}185 + \frac{G}{4000} - \frac{3}{8000}M$$ **(equazione 2 del modello ridotto)**

Verifico che il determinante della matrice dei coefficienti delle variabili strumento nella forma ridotta sia diverso da zero e che quindi G ed M siano linearmente indipendenti.

Det A = $5 \times \left(-\frac{3}{8000} \right) - 2{,}5 \times \frac{1}{4000} \neq 0$

Ora si può sostituire il livello di disoccupazione desiderato (N = 5000) nell'equazione 1:

5000 = 3700 + 2,5 M + 5 G

1300 = 2,5 M + 5 G

G = 260 – $\frac{M}{2}$ (equazione 3)

L'equazione 3 indica la relazione tra G e M affinché sia raggiunto l'obiettivo di impiego desiderato.

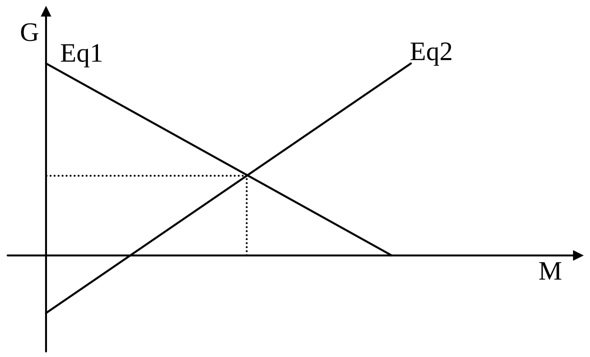
Se sostituiamo il livello di tasso d'interesse desiderato (i = 15%) nell'equazione 2:

$$0{,}15 = 0{,}185 + \frac{G}{4000} - \frac{3}{8000}M$$

$$G = (0{,}15 - 0{,}185)4000 + \frac{3}{8000}4000M$$

$$G = -140 + \frac{3}{2}M$$ (equazione 4)

L’equazione 4 indica la relazione tra G e M affinché sia raggiunto l’obiettivo di tasso d'interesse desiderato.



Risolvendo il sistema si ottiene

G = 160

M = 200

Esempio 2

E’ dato il seguente modello di Economia Politica, con il valore dei parametri specificato nella seconda colonna della tabella:

$Y = C + I + G + X - Q$		
$C = c_0 + c_1 (Y - T)$	$c_0 = 500$ $c_1 = 0,8$ $T = 200$	$C = 500 + 0,8 (Y - 200)$
$I = \bar{I} + aY$	$\bar{I} = 100$ $a = 0,1$	$I = 100 + 0,1 Y$
$N = Y/ u$	$u = 0,5$	$N = Y / 0,5$
$Q = mY$	$m = 0,2$	$Q = 0,2 Y$
$h/ i = M$	$h = 30$	$30 / i = M$
	$X = 300$	

Si considerino N e i come variabili obiettivo. In particolare si vuole N = 5000 e i = 15% in equilibrio.
Gli strumenti siano G e M.
Trovare i valori degli strumenti che consentono di avere la soluzione desiderata.

Soluzione

Questo esercizio serve a mostrare l’esempio di un sistema non integrato. Tra mondo reale e monetario non vi sono relazioni, così che le prime cinque equazioni possono essere risolte separatamente dalla 6 (provate a costruire la matrice di partecipazione)

$M = 30 / i$ se $i = 0,15$ $M =200$

Per trovare G bisogna risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} Y = C + I + G + X - Q \\ C = 500 + 0{,}8\,(Y - 200) \\ I = 100 + 0{,}1\,Y \\ N = Y/0{,}5 \\ Q = 0{,}2\,Y \end{cases}$$

$$Y = 500 + 0{,}8\,Y - 160 + 100 + 0{,}1\,Y + G + 300 - 0{,}2\,Y$$

$$Y\,(1 - 0{,}8 - 0{,}1 + 0{,}2) = 740 + G$$

$Y = 740/0{,}3 + G/0{,}3$ e quindi

$$N = (740*2)/0{,}3 + (2/0{,}3)\,G$$

Se imponiamo $N^* = 5000$ e risolviamo l'equazione rispetto a G, allora otteniamo il valore ottimale da assegnare a G per raggiungere l'obiettivo di occupazione prefissato

$$5000 = (740*2)/0{,}3 + (2/0{,}3)\,G$$

$$G = 750 - 740 = 10$$

Esempio 3

E' dato il seguente modello di Economia Politica, con il valore dei parametri specificato nella seconda colonna della tabella:

Y = C + I + G + X – Q		
C = c (Y – T)	C = 0,8 T = 300	C = 0,8 (Y – 300)
I = A / i	A = 100	I = 100 / i
N = Y/ u	u = 0,5	N = 2Y
Q = mY	m = 0,2	Q = 0,2 Y
kY + h / i = M	k = 0,2 h = 50 M = 900 (l'offerta reale viene mantenuta costante adattando l'offerta nominale alle variazioni dei prezzi)	0,2Y + 50 / i = M
Q = b Y – d ε	b = 0,2 d = 50	Q = 0,2 Y – 50 ε
X = a ε	a = 400	X = 400ε
$\pi = \lambda\ (Y - Y^*) + f\ \varepsilon$	λ = 0,001 f = 0,03 $Y^* = 3000$	π = 0,001 (Y – 3000) + 0,03 ε

Si considerino N e π (inflazione) come variabili obiettivo. In particolare si vuole N = 6000 (pieno impiego) e π = 5% in equilibrio.

Gli strumenti siano G e ε.

Trovare i valori degli strumenti che consentono di avere la soluzione desiderata.

Soluzione:

Per trovare l'equazione che mette in relazione il valore di G e ε che consente di raggiungere l'obiettivo di piena occupazione occorre risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} Y = 0{,}8\ (Y - 300) + 100 / i + G + 400\ \varepsilon - 0{,}2\ Y + 50\ \varepsilon \\ \\ i = \dfrac{50}{900 - 0{,}2Y} \end{cases}$$

$Y = 0{,}8\,Y - 240 + 100\,\dfrac{900 - 0{,}2Y}{50} + G + 400\,\varepsilon - 0{,}2\,Y + 50\,\varepsilon$

$Y = 0{,}8Y - 240 + 1800 - 0{,}4Y + G + 400\,\varepsilon - 0{,}2Y + 50\,\varepsilon$

$(1 - 0{,}8 + 0{,}2 + 0{,}4)\,Y = -240 + 1800 + G + 450\,\varepsilon$

$$Y = \frac{1}{0{,}8}\left(1560 + G + 450\varepsilon\right)$$

E quindi poiché $N = 2Y = 2\,\dfrac{1}{0{,}8}\left(1560 + G + 450\varepsilon\right) = \dfrac{1}{0{,}4}\left(1560 + G + 450\varepsilon\right)$

N $= 2{,}5\,(1560 + G + 450\,\varepsilon) =$ **$3900 + 2{,}5\,G + 1125\,\varepsilon$** **(equazione 1 del modello ridotto)**

Per quanto riguarda l'obiettivo inflazione abbiamo invece la seguente equazione:

$\pi = 0{,}001\,(Y - 3000) + 0{,}03\,\varepsilon$

$\pi = 0{,}001\left(\dfrac{1560 + G + 450\varepsilon}{0{,}8} - 3000\right) + 0{,}03\,\varepsilon$

$\pi = 1{,}95 + 0{,}00125\,G + 0{,}5625\,\varepsilon - 3 + 0{,}03\,\varepsilon =$ **$-1{,}05 + 0{,}00125\,G + 0{,}5925\,\varepsilon$** **(equazione 2 del modello ridotto)**

Quindi la forma ridotta del modello e' data dalle seguenti due equazioni

$N = 3900 + 2{,}5\,G + 1125\,\varepsilon$

$\pi = -1{,}05 + 0{,}00125\,G + 0{,}5925\,\varepsilon$

Verifichiamo che per tale sistema di equazioni sia soddisfatta la Regola di Timbergen

$\text{Det}\begin{bmatrix} 2{,}5 & 1125 \\ 0{,}00125 & 0{,}5925 \end{bmatrix} = 2{,}5 * 0{,}5925 - 0{,}00125 * 1125 = 1{,}48125 - 1{,}40625 = 0{,}075 \neq 0$

Abbiamo un sistema di due equazioni in due incognite (due strumenti per due obiettivi) ed i due strumenti sono tra loro indipendenti. Il nostro problema di politica economica ammette soluzione univoca.

Equazione 1 (obiettivo piena occupazione N= 6000):

$6000 = 3900 + 2{,}5\ G + 1125\ \varepsilon$

$2{,}5G = 2100 - 1125\ \varepsilon$

$\mathbf{G = 840 - 450\ \varepsilon}$

Equazione 2 (obiettivo inflazione $\pi = 0{,}05$):

$0{,}05 = -1{,}05 + 0{,}00125\ G + 0{,}5925\ \varepsilon$

$0{,}00125\ G = 1{,}1 - 0{,}05925\ \varepsilon$

$\mathbf{G = 880 - 474\ \varepsilon}$

Otteniamo quindi i valori da assegnare ai due strumenti risolvendo il sistema

$\mathbf{G = 840 - 450\ \varepsilon}$

$\mathbf{G = 880 - 474\ \varepsilon}$

Ovvero

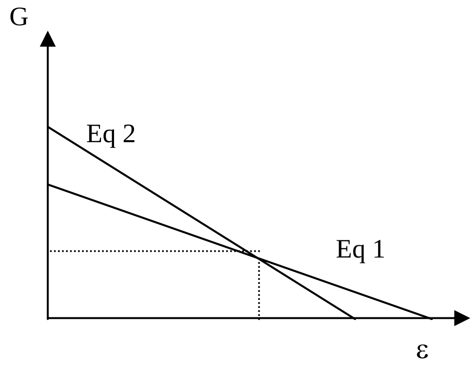
$840 - 450\ \varepsilon = 880 - 474\ \varepsilon$

$474\ \varepsilon - 450\ \varepsilon = 40$

$24\ \varepsilon = 40$

$$\varepsilon = \frac{40}{24} = \frac{10}{6} = 1{,}66$$

$$G = 840 - 450 \times \frac{10}{6} = 840 - 750 = 90$$



Esempio 4

Il numero degli strumenti è inferiore a quello degli obiettivi
Riprendiamo l'esercizio precedente nel quale eravamo giunti a scrivere che:

$N = 3900 + 2{,}5\ G + 1125\ \varepsilon$

$\pi = -1{,}05 + 0{,}00125\ G + 0{,}5925\ \varepsilon$

Verifichiamo che per tale sistema la regola di Tinbergen vale:

$2{,}5 * 0{,}5925 - 0{,}00125 * 1125 = 1{,}48125 - 1{,}40625 = 0{,}075 \neq 0$

Le equazioni possono essere scritte anche nella seguente forma:

$\Delta N = 2{,}5\ \Delta G + 1125\ \Delta\varepsilon$

$\Delta\pi = 0{,}00125\ \Delta G + 0{,}5925\ \Delta\varepsilon$

Supponiamo che il nostro paese aderisca ad un unione Monetaria e che di conseguenza abbandoni il tasso di cambio come strumento di Politica Economica.

E' possibile in questo caso raggiungere l'obiettivo di diminuzione dell'inflazione mantenendo costante l'occupazione ?

In particolare è data la funzione di perdita sociale:

$L = (\Delta N - \Delta N^*)^2 + (\Delta\pi - \Delta\pi^*)^2$

Trovare la soluzione di diminuzione di π e diminuzione di N che minimizzi la perdita sociale considerando che per ridurre l'inflazione del 5% le autorità sono disposte a perdere 20 posti di lavoro **($\Delta N^* = -20$, $\Delta\pi^* = -5$)**

Soluzione:

$\Delta\varepsilon = 0$ poiché il tasso di cambio non varia.

Quindi le due equazioni precedenti diventano:

$$\begin{cases} \Delta N = 2{,}5\ \Delta G \\ \Delta\pi = 0{,}125\ \Delta G \end{cases}$$

Determiniamo la relazione tra le variabili obiettivo

$$\begin{cases} \Delta N = 2{,}5\ \Delta G \\ \Delta G = \dfrac{1}{0{,}125}\Delta\pi = 8\Delta\pi \end{cases}$$

e quindi

$\Delta N = 2{,}5 * 8\ \Delta\pi$

$\Delta N = 20\ \Delta\pi$

Il problema e'

$\min\limits_{\Delta N, \Delta\pi} L = \left(\Delta N - (-20)\right)^2 + \left(\Delta\pi - (-5)\right)^2$ sotto il vincolo $\Delta N = 20\ \Delta\pi$

$L = (\Delta N + 20)^2 + (\Delta\pi + 5)^2$ e sostituendo il vincolo

$L = (20\Delta\pi + 20)^2 + (\Delta\pi + 5)^2$

$L = 400\ \Delta\pi^2 + 800\ \Delta\pi + 400 + \Delta\pi^2 + 10\Delta\pi + 25$

$L = 401\ \Delta\pi^2 + 810\Delta\pi + 425$

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta\pi} = 802\ \Delta\pi + 810 = 0$$

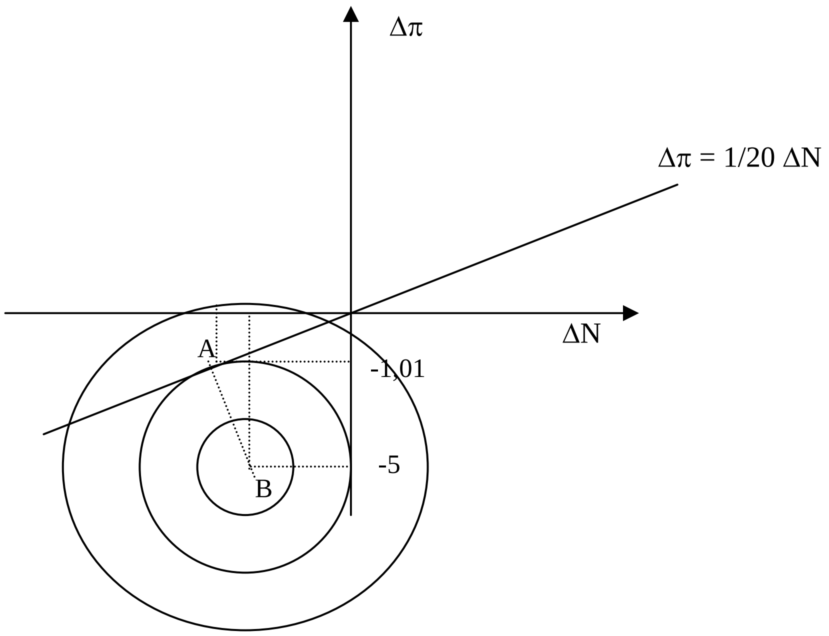
Da cui

$$\Delta\pi = \frac{-810}{802} = -1{,}01\,\%$$

$\Delta N = 20\ \Delta\pi = 20 * 1{,}01 = -20$ (circa)

Il governo non può raggiungere una riduzione dell'inflazione del 5% perché troppo costosa in termini di perdita di posti di lavoro.

Graficamente:



Nel punto A, tangente alla retta che determina le possibili combinazioni di variazione dell'inflazione e dell'occupazione viene minimizzata la perdita sociale.
Il punto B ha coordinate (-20, -5) e rappresenta il punto in cui la perdita sociale è nulla. Le circonferenze concentriche rappresentano il luogo dei punti in cui la perdita sociale è costante. Maggiore è il raggio del cerchio maggiore è la perdita sociale.