

Il processo di misurazione e gestione del rischio
nell'ambito di modelli VaR

Aldo Nassigh

16 Ottobre 2007



INDICE

- 1. La misurazione del rischio di mercato attraverso il VaR
 - 1.a Nozioni basilari
 - 1.b I metodi parametrici
 - 1.c I metodi di simulazione

- 2. La misurazione del VaR per portafogli complessi e diversificati

- 3. La gestione dei rischi per portafogli complessi e diversificati

- 4. Conclusioni

1.a Nozioni basilari

Il Value at Risk (VaR)

Il VaR riassume in un unico numero la rischiosità di singole posizioni o portafogli di strumenti finanziari

Il VaR viene espresso come quantità di denaro e rappresenta la perdita potenziale su una posizione (o portafoglio):

- con un certo **intervallo di confidenza**
- in un determinato **orizzonte temporale**

Il VaR è utilizzato per:

- Il confronto omogeneo tra la rischiosità di *asset classes* diverse
- Determinazione di limiti operativi
- Costruzione di misure di *Risk-adjusted performance*
- Analisi di adeguatezza patrimoniale

1.a Nozioni basilari

Calcolo del VaR di portafoglio

Il VaR è una misura di rischio **sub-additiva**

(Nella maggior parte dei casi - la proprietà non è dimostrata in modo rigoroso)

$$\text{VaR}(A + B) \leq \text{VaR}(A) + \text{VaR}(B)$$

Dove A, B sono singoli strumenti finanziari o interi portafogli

La sub-additività è conseguenza del fatto che le oscillazioni di valore di strumenti finanziari diversi non sono mai perfettamente correlate

Di conseguenza, è improbabile che in un portafoglio ben diversificato si verifichino perdite di grande entità per tutte le posizioni contemporaneamente

1.a Nozioni basilari

Distribuzione di probabilità

I risultati dei modelli VaR dipendono dalle ipotesi relative alla distribuzione futura delle le possibili P&L del portafoglio.

Statisticamente ciò corrisponde a costruire una **distribuzione di probabilità** delle P&L potenziali future.

1.a Nozioni basilari

Distribuzione di probabilità

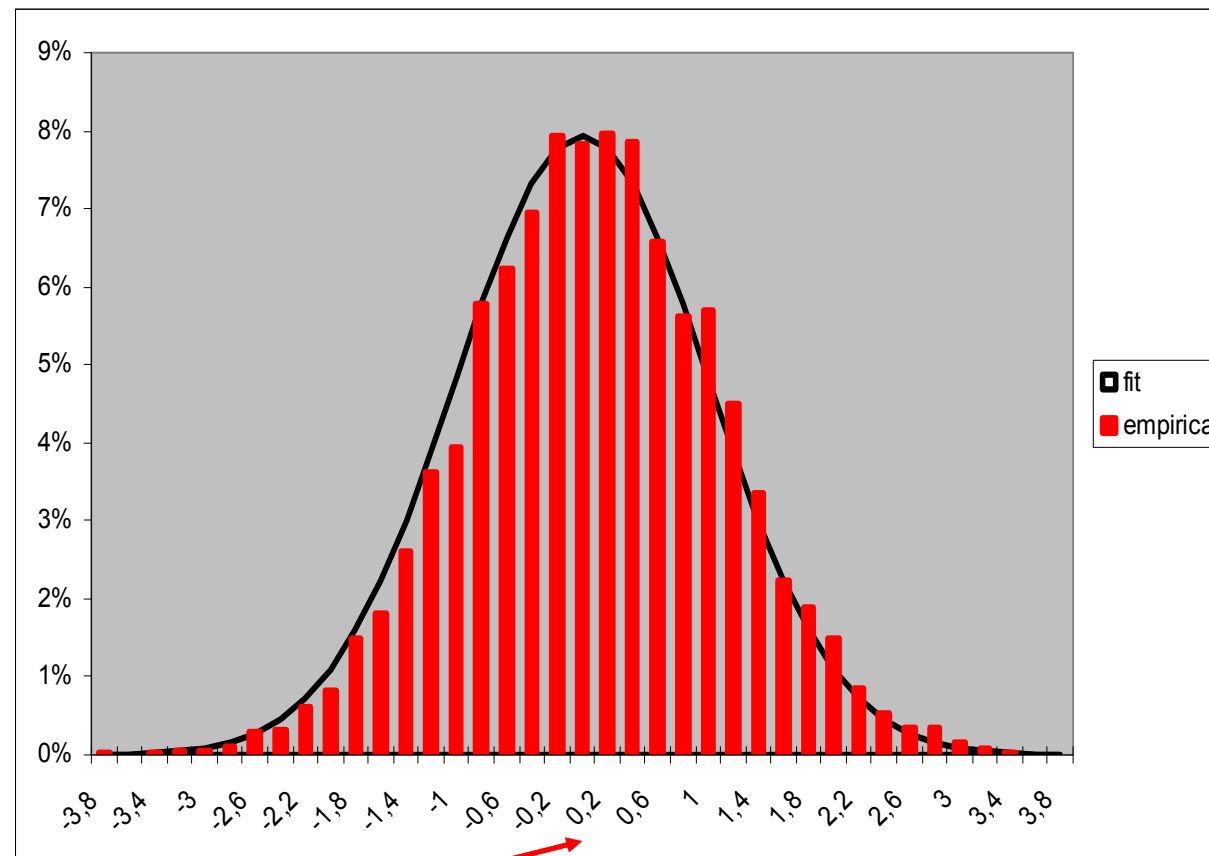
Asse Y:
Densità

Media:

valore più
probabile

Varianza:

larghezza
della
distribuzione



Asse X: Utili/perdite potenziali

1.a Nozioni basilari

Distribuzione normale

Una classe particolare di distribuzioni di probabilità è la distribuzione **normale**.

Essa è rappresentata da una funzione di densità:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[- \left(\frac{1}{2\sigma^2} \right) * (x - \mu)^2 \right]$$

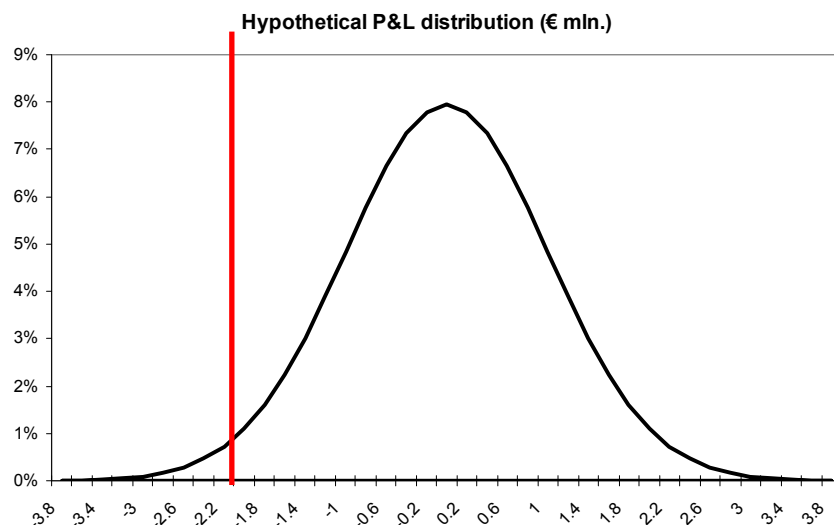
Dove:

σ^2 = varianza

μ = media

1.a Nozioni basilari

Grado di confidenza



All'interno di una distribuzione il **grado di confidenza** rappresenta la probabilità che un evento si verifichi in un determinato intervallo.

L'intervallo di confidenza utilizzato per il calcolo del VaR è funzione dell'avversione al rischio della singola istituzione finanziaria. Ad esempio *Riskmetrics* prevede l'utilizzo di un intervallo di confidenza del 95%.

In una distribuzione normale il grado di confidenza è semplicemente un multiplo della deviazione standard (radice della varianza σ).



1.a Nozioni basilari

Grado di confidenza per la distribuzione normale

RELAZIONE TRA GRADO DI CONFIDENZA E DEVIAZIONE STANDARD

Grado di confidenza	Numero di deviazioni standard dalla media
99%	2,33
98%	2,06
97%	1,88
96%	1,75
95%	1,65

1.a Nozioni basilari

Orizzonte temporale (*holding period*)

L'*holding period* dipende da:

- grado di liquidità del mercato di riferimento
- orizzonte temporale soggettivo del trader/gestore
- ampiezza della posizione

Riskmetrics prevede l'utilizzo di un *holding period* di 10 giorni lavorativi

1.a Nozioni basilari

Fattori di rischio

Il processo di misurazione del VaR richiede l'individuazione di fattori di rischio elementari dai quali dipendono le variazioni di valore del portafoglio.

Il set tipico di fattori di rischio è composto da:

- tassi di interesse
- tassi di cambio
- prezzi di azioni e *commodities*

1.a Nozioni basilari

Scenari futuri per i fattori di rischio

Tutti i modelli di VaR utilizzano scenari sull'andamento futuro dei fattori di rischio e li trasformano in valori possibili della posizione.

Il passaggio da fattore di rischio a valore della posizione è semplice se la relazione è **lineare** (p.es. *currency risk*, *equity risk*).

Se la relazione non è lineare (p.es. *interest rate risk*, opzioni) il passaggio può avvenire con diversi gradi di approssimazione.

1.b I metodi parametrici

Le ipotesi dei modelli parametrici

I modelli parametrici si sviluppano sulle seguenti assunzioni:

- i rendimenti dei fattori di rischio sono distribuiti normalmente
- la relazione tra fattori di rischio e valori delle posizioni sono lineari
- se le distribuzioni dei rendimenti delle posizioni sono lineari lo è anche la distribuzione dei rendimenti del portafoglio
- obiettivo finale è ricavare la **varianza** dei rendimenti del portafoglio dalla quale è possibile, in base alle proprietà statistiche della distribuzione normale, ottenere il VaR con un certo livello di confidenza

1.b I metodi parametrici

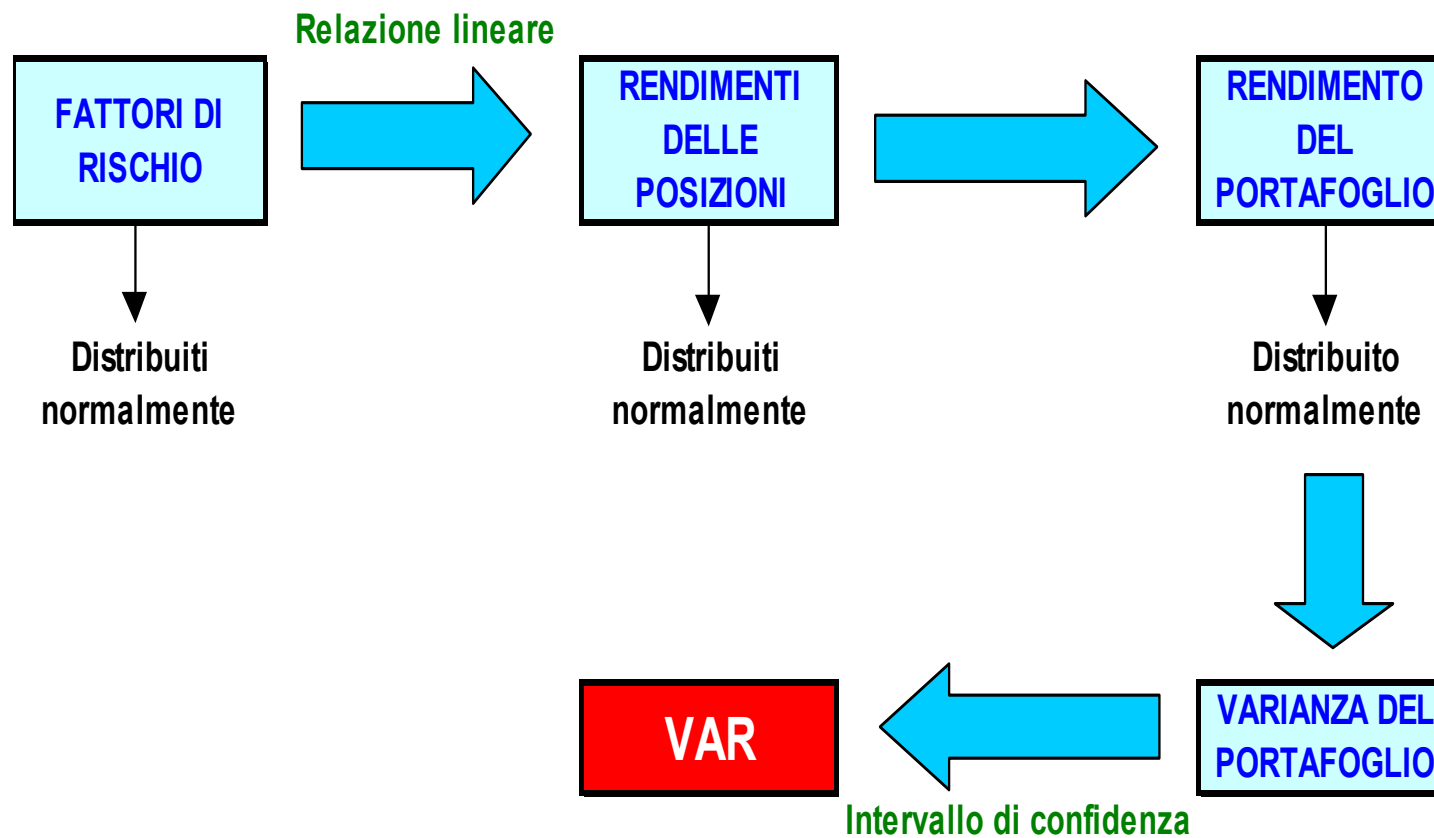
Steps funzionali per il calcolo del VaR

Nella pratica i passaggi richiesti per calcolare il VaR utilizzando modelli parametrici sono:

- 1) Identificare i fattori di rischio e le posizioni standardizzate ad essi collegate
- 2) Stimare i parametri (matrice varianza-covarianza) della distribuzione dei rendimenti dei fattori di rischio
- 3) Utilizzare i parametri dei fattori di rischio per determinare quelli delle posizioni standardizzate
- 4) Calcolare la varianza del portafoglio usando le proprietà della distribuzione normale
- 5) Determinare il VaR al livello di confidenza desiderato

1.b I metodi parametrici

Schema funzionale del calcolo del VaR





1.b I metodi parametrici

1) Identificare i fattori di rischio e le posizioni standardizzate ad essi collegate

Questo passaggio dipende dalla tipologia delle posizioni in portafoglio.

Le posizioni standardizzate sono ottenute attraverso il processo di *mapping*.

P.es un contratto forward EUR/USD a 3 mesi viene scomposto in tre posizioni standardizzate:

1. Long Zero Coupon EUR a 3 mesi
2. Short Zero Coupon USD a 3 mesi
3. Long EUR vs USD

1.b I metodi parametrici

3) Stimare i parametri (varianza-covarianza) della distribuzione dei rendimenti dei fattori di rischio

E' sicuramente il passaggio più delicato in quanto richiede modelli in grado di stimare questi parametri per il futuro. I parametri stimati vengono a costituire la *matrice varianza-covarianza*

σ_1^2	$\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$	$\rho_{13}\sigma_1\sigma_3$
$\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$	σ_2^2	$\rho_{23}\sigma_2\sigma_3$
$\rho_{13}\sigma_1\sigma_3$	$\rho_{23}\sigma_2\sigma_3$	σ_3^2

Matrice

varianza-covarianza

per tre fattori di rischio

I modelli utilizzabili sono:

- modelli basati sulla volatilità storica
- modelli GARCH
- modelli basati sulla volatilità implicita

1.b I metodi parametrici

2) Utilizzare i parametri dei fattori di rischio per determinare quelli delle posizioni standardizzate

Questo passaggio richiede la stima delle sensitività delle posizioni per variazioni dei fattori di rischio.

Trattandosi di relazioni lineari è necessario determinare il fattore costante Δ (p.es. *duration*, *beta*) che, moltiplicato per la varianza del fattore di rischio, definisca la varianza della posizione standardizzata.

1.b I metodi parametrici

4) Calcolare la varianza del portafoglio usando le proprietà della distribuzione normale

Una volta determinati:

- i valori di mercato delle posizioni standardizzate
- la matrice varianza-covarianza
- è possibile calcolare la varianza del portafoglio come:

$$\sigma^2 \text{ portafoglio} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (X_i * \sigma_i) * (X_j * \sigma_j) * \rho_{ij}$$



1.b I metodi parametrici

5) Determinare il VaR al livello di confidenza desiderato

Il calcolo del VaR richiede semplicemente di moltiplicare la deviazione standard del portafoglio per il coefficiente moltiplicativo del grado di confidenza desiderato.

P.es. per ottenere un livello di confidenza del 95% è necessario moltiplicare la deviazione standard del portafoglio per 1,65:

$$\text{VaR} = 1.65 \sqrt{\sigma^2 \text{ portafoglio}}$$



1.b I metodi parametrici

I limiti dei modelli parametrici

A fronte della semplicità concettuale e della possibilità di disporre di parametri varianza-covarianza da *provider* (p.es. *Riskmetrics*) i modelli parametrici presentano limiti evidenti:

- ipotesi di distribuzione normale dei rendimenti dei fattori di mercato
- stabilità della matrice varianza-covarianza
- linearità dei profili di rischio degli strumenti e dei portafogli

1.b I metodi di simulazione

Le ipotesi dei modelli di simulazione

Caratteristiche comuni dei modelli di simulazione sono:

- possibilità di eseguire la *full revaluation* delle posizioni
- modalità di determinazione del VaR (taglio sul percentile desiderato)
- minore dipendenza dall'ipotesi di normalità della distribuzione dei rendimenti



1.b I metodi di simulazione

I modelli di simulazione

I modelli di simulazione si dividono in due grandi categorie:

SIMULAZIONE STORICA

SIMULAZIONE CON IL METODO MONTE CARLO

La differenza fondamentale tra le due tipologie riguarda la stima della distribuzione di probabilità dei rendimenti del portafoglio.



1.b I metodi di simulazione – la simulazione storica

La simulazione storica

Concettualmente la distribuzione delle P&L del portafoglio viene costruita applicando ad esso i reali cambiamenti nei fattori di mercato verificatisi negli ultimi N giorni.

Una volta ottenuta la serie delle possibili P&L, il VaR si ricava “tagliando” la distribuzione sul percentile desiderato.

1.b I metodi di simulazione – la simulazione storica

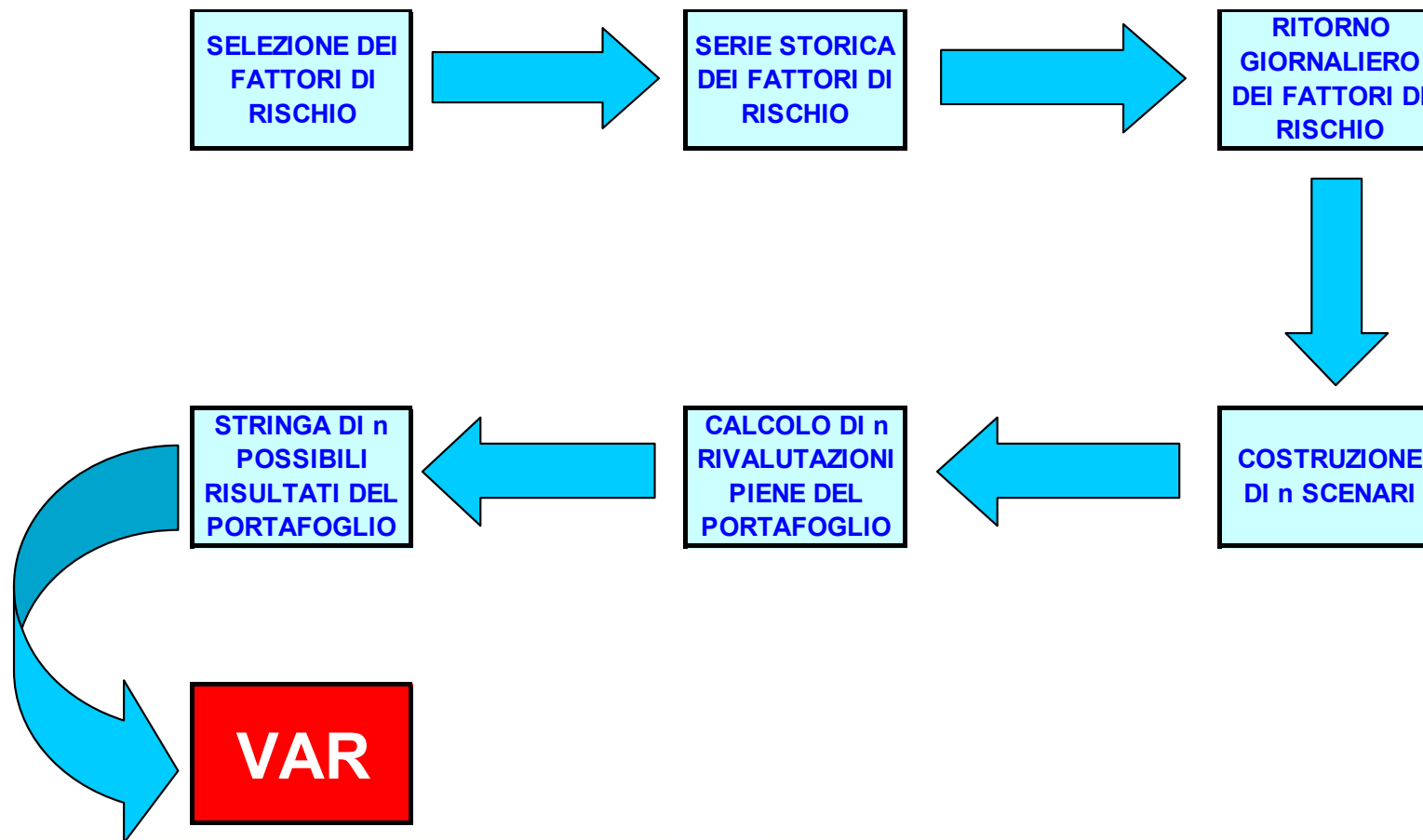
Steps funzionali per il calcolo del VaR

- 1) Selezionare i fattori di mercato rilevanti
- 2) Ottenere la serie storica dei fattori per gli ultimi N+1 giorni
- 3) Calcolare il ritorno giornaliero dei fattori
- 4) Applicare la serie dei ritorni all'ultimo dato disponibile, ricostruendo N possibili scenari
- 5) Effettuare N rivalutazioni del portafoglio sulla base degli N scenari calcolati.
- 6) Ricavare una stringa di N P&L confrontando il valore di mercato del portafoglio con le rivalutazioni effettuate
- 7) Definire il VaR come l'n-esimo peggior valore della stringa, che identifica l'intervallo di confidenza desiderato (p.es. il 10° peggiore risultato su 200 identifica un intervallo di confidenza del 95%)

Il processo di misurazione e gestione del rischio nell'ambito di modelli VaR

1.b I metodi di simulazione – la simulazione storica

Schema funzionale del calcolo del VaR



1.b I metodi di simulazione – la simulazione storica

La simulazione storica: vantaggi e limiti

Vantaggi:

- Semplicità della logica sottostante
- Valutazione implicita di volatilità e correlazioni
- Possibilità di scegliere tra *Partial Revaluation* e *Full revaluation*

Limiti

- Ipotesi di stazionarietà delle distribuzioni
- Difficoltà nel reperire serie storiche per orizzonti temporali superiori al giorno
- Effetti *drift* sulle serie storiche

1.b I metodi di simulazione – la simulazione Monte Carlo

La simulazione Monte Carlo

La principale differenza tra la simulazione storica e la simulazione Monte Carlo risiede nel modo di ricavare gli scenari dei fattori di rischio:

- la simulazione storica utilizza direttamente le serie storiche dei fattori di rischio
- la simulazione Monte Carlo genera delle distribuzioni casuali che approssimano l'andamento delle variabili rilevanti

1.b I metodi di simulazione – la simulazione Monte Carlo

La simulazione Monte Carlo: vantaggi e limiti

Vantaggi:

- è possibile generare delle distribuzioni con le caratteristiche che dovrebbero meglio rappresentare l'andamento delle variabili considerate
- è possibile generare un numero tendenzialmente infinito di scenari

Limiti:

- pesantezza dei calcoli
- concettualmente complesso
- assunzione di normalità della distribuzione dei fattori di rischio nella parametrizzazione della generazione casuale

Il processo di misurazione e gestione del rischio nell'ambito di modelli VaR

I metodi di calcolo del VaR: una visione d'assieme

		MODELLI		
		PARAMETRICI	SIMULAZIONE STORICA	SIMULAZIONE MONTE CARLO
PROPRIETA'	Abilità di catturare il rischio di strumenti non lineari	NO	SI	SI
	Facilità di implementazione	SI, la maggiore difficoltà è il <i>mapping</i> delle posizioni	SI, la maggiore difficoltà è il reperimento delle serie storiche	SI, la maggiore difficoltà è la stima dei parametri delle distribuzioni
	Facilità di comunicazione al senior management	NO	SI	NO
	Affidabilità dei risultati	Dipende da quanto i rendimenti si distribuiscono effettivamente in modo normale	Dipende da quanto i dati storici catturano situazioni "tipiche"	Dipende dalla scelta riguardante le distribuzioni dei rendimenti
	Flessibilità di incorporare assunzioni alternative	SI, utilizzando diversi parametri di varianza-covarianza	NO	SI

INDICE

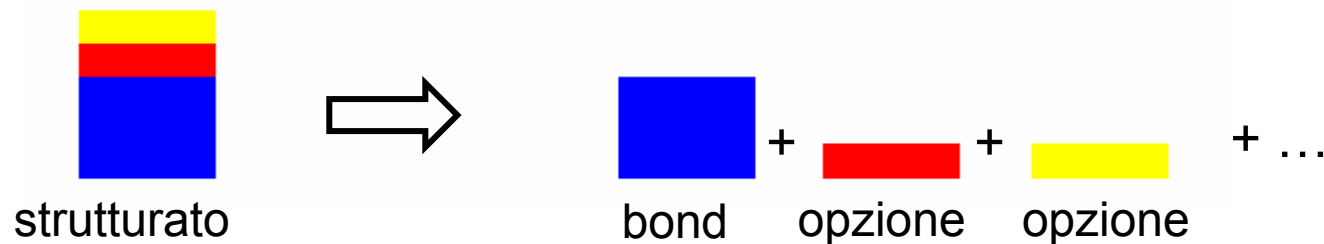
- 1. La misurazione del rischio di mercato attraverso il VaR
- 2. La misurazione del VaR per portafogli complessi e diversificati
 - 2.a Dal *pricing* alla misurazione dei rischi
 - 2.b La misurazione del rischio delle opzioni: le *greche*
 - 2.c La misurazione del rischio delle obbligazioni: *duration-convexity-PVbp*
 - 2.d *Full revaluation e partial revaluation*
 - 2.e Titoli *equity linked*
 - 2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse
- 3. La gestione dei rischi per portafogli complessi e diversificati
- 4. Conclusioni

2.a Dal *pricing* alla misurazione dei rischi

Scomposizione delle singole posizioni

Il processo di misurazione dei rischi di mercato per portafogli composti da prodotti *cash* e derivati richiede un collegamento strettissimo tra la funzione di *pricing* e quella di *risk management*

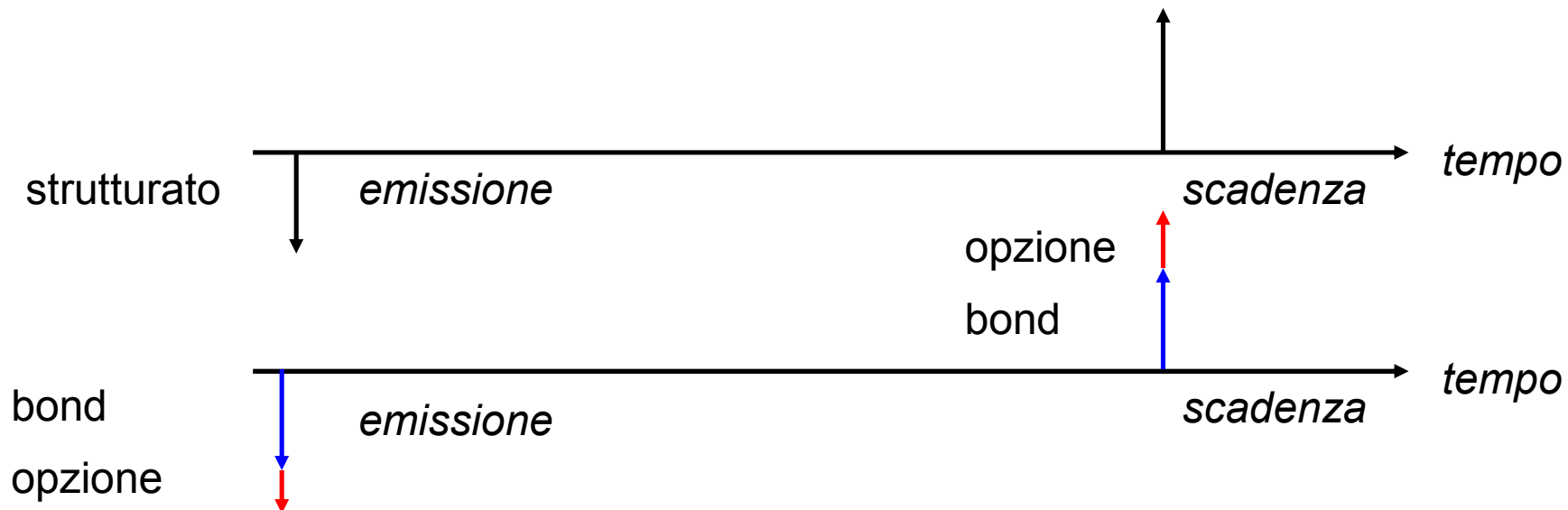
Il passo fondamentale per la misurazione del rischio è infatti la corretta scomposizione del portafoglio negli elementi costituenti. Nel caso siano in posizione prodotti strutturati, è necessario scomporre il portafoglio scomponendo anche la singola posizione:



2.a Dal *pricing* alla misurazione dei rischi

Diagramma dei flussi di cassa

La bontà della scomposizione può essere facilmente verificata attraverso l'uso dei diagrammi dei flussi di cassa:



La scomposizione è corretta se i flussi di cassa coincidono con quelli derivanti dal portafoglio di strumenti elementari **sotto tutti i possibili scenari**

2.b La misurazione del rischio delle opzioni: *le greche*

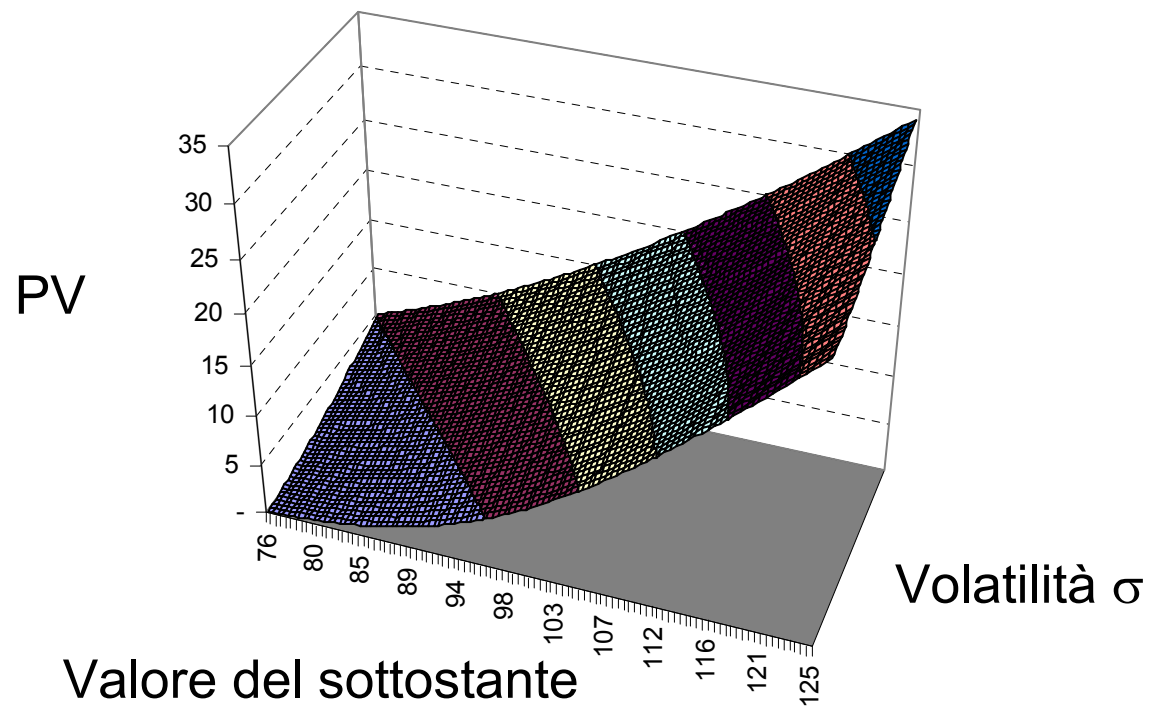
Opzioni: calcolo del valore e *greche*

Le variazioni del valore di un'opzione in relazione ai fattori sottostanti sono espresse dalle *greche*:

- δ (*Delta*): Dipendenza lineare del valore dell'opzione dal valore del sottostante
- γ (*Gamma*): Dipendenza quadratica del valore dell'opzione dal valore del sottostante
- υ (*Vega*): Dipendenza lineare del valore dell'opzione dalla volatilità del sottostante

2.b La misurazione del rischio delle opzioni: *le greche*

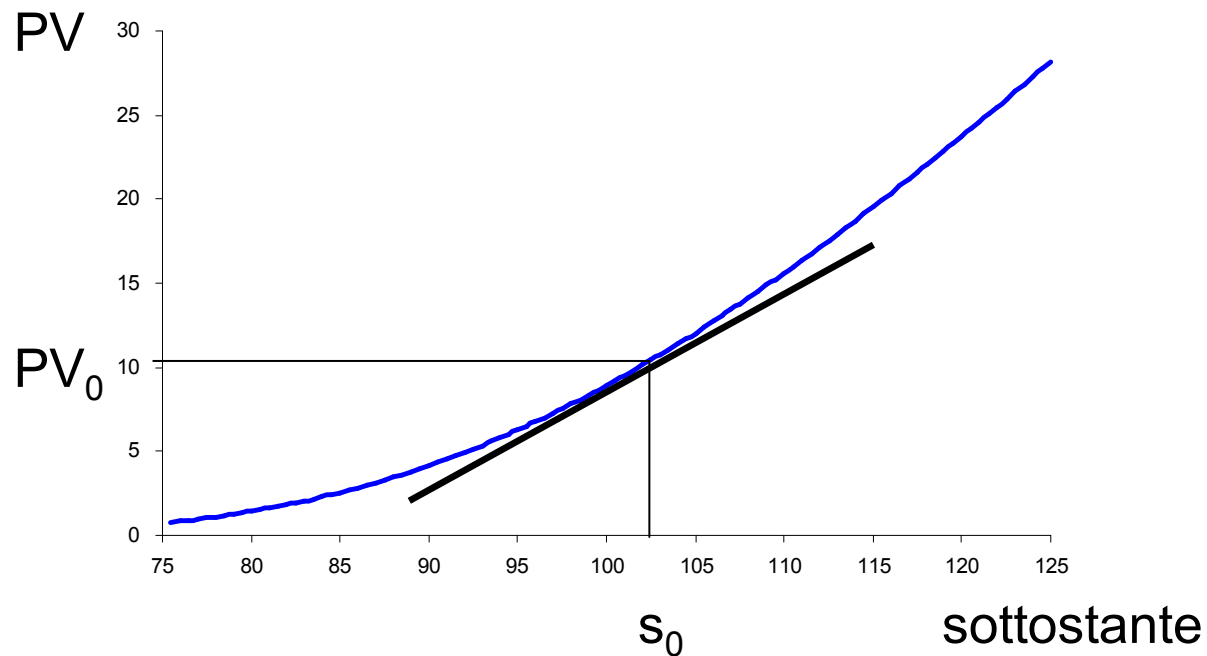
Valore di un'opzione (call)



(rappresentato in punti percentuali rispetto allo strike price)

2.b La misurazione del rischio delle opzioni: *le greche* Delta

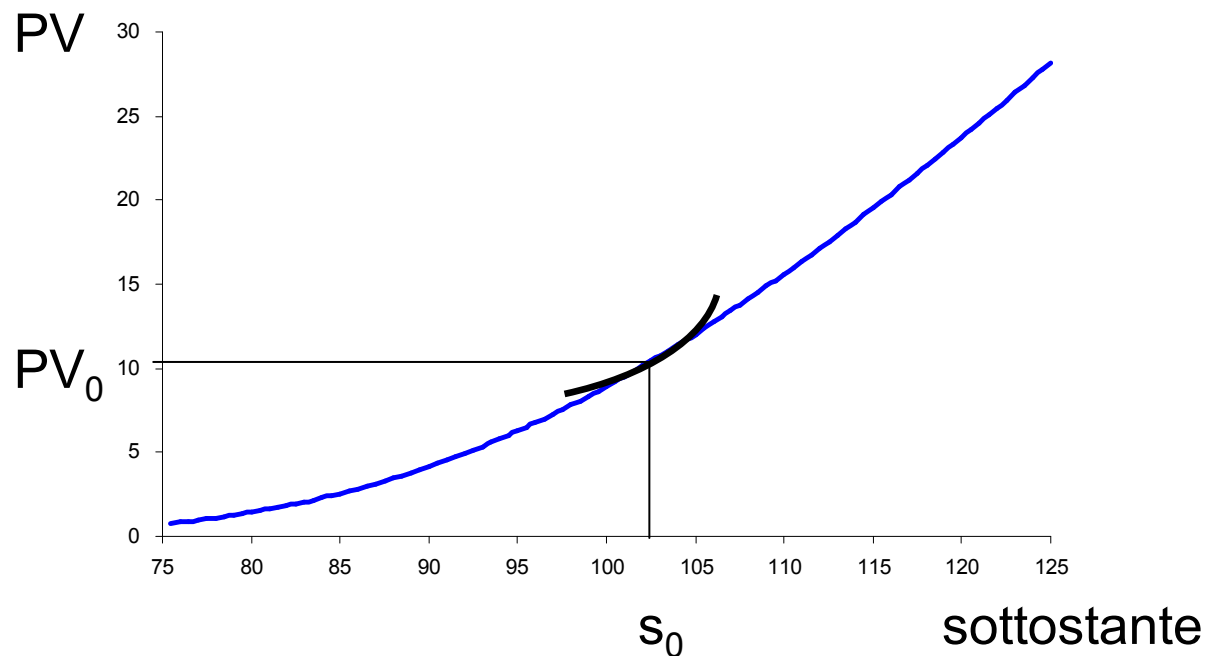
(sezione del grafico del prezzo dell'opzione a volatilità fissata)



$$PV = PV_0 + \delta \Delta s$$

2.b La misurazione del rischio delle opzioni: *le greche* Gamma

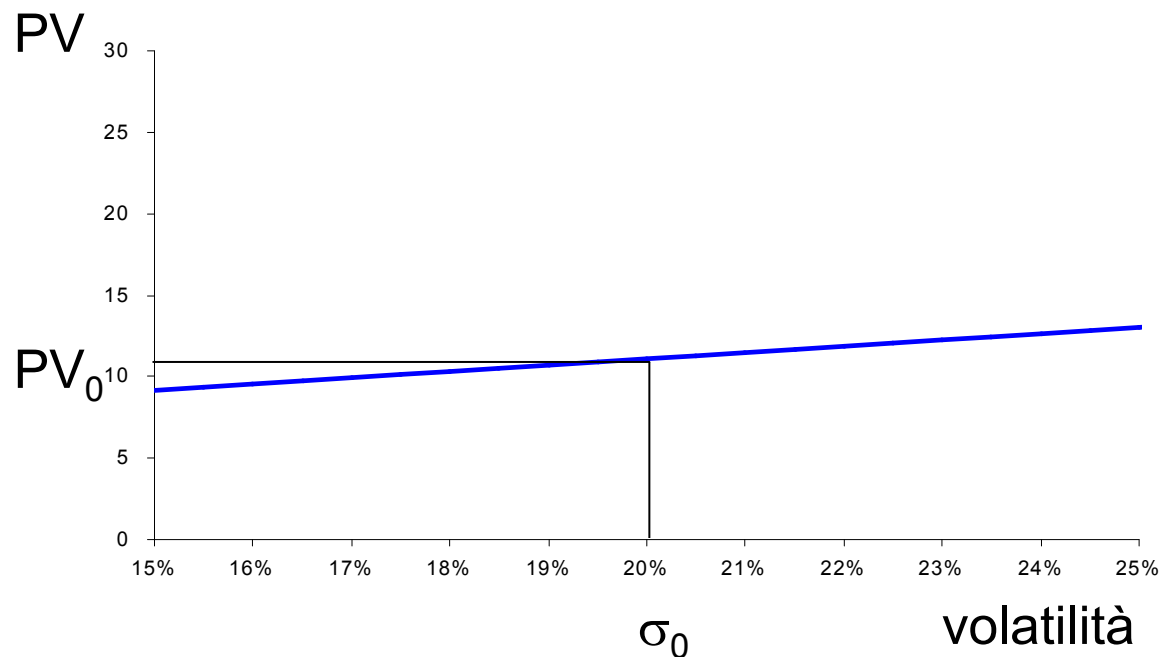
(sezione del grafico del prezzo dell'opzione a volatilità fissata)



$$PV = PV_0 + \delta \Delta s + \frac{1}{2} \gamma (\Delta s)^2$$

2.b La misurazione del rischio delle opzioni: *le greche* Vega

(sezione del grafico del prezzo dell'opzione a sottostante fissato)



$$PV = PV_0 + \delta \Delta s + \frac{1}{2} \gamma (\Delta s)^2 + v \Delta \sigma$$

2.b La misurazione del rischio delle opzioni: *le greche*

Opzioni: misura dei rischi mediante *le greche*

L'introduzione delle greche permette di scomporre un portafoglio complesso di opzioni sul medesimo sottostante in un portafoglio sintetico composto da:

- Uno strumento *delta*
- Uno strumento *gamma*
- Uno strumento *vega*

Vantaggi: semplifica enormemente la percezione e la gestione dei rischi

Svantaggi: è un'approssimazione che cade per ampie fluttuazioni del sottostante

2.c La misurazione del rischio delle obbligazioni: *duration-convexity-PVbp*

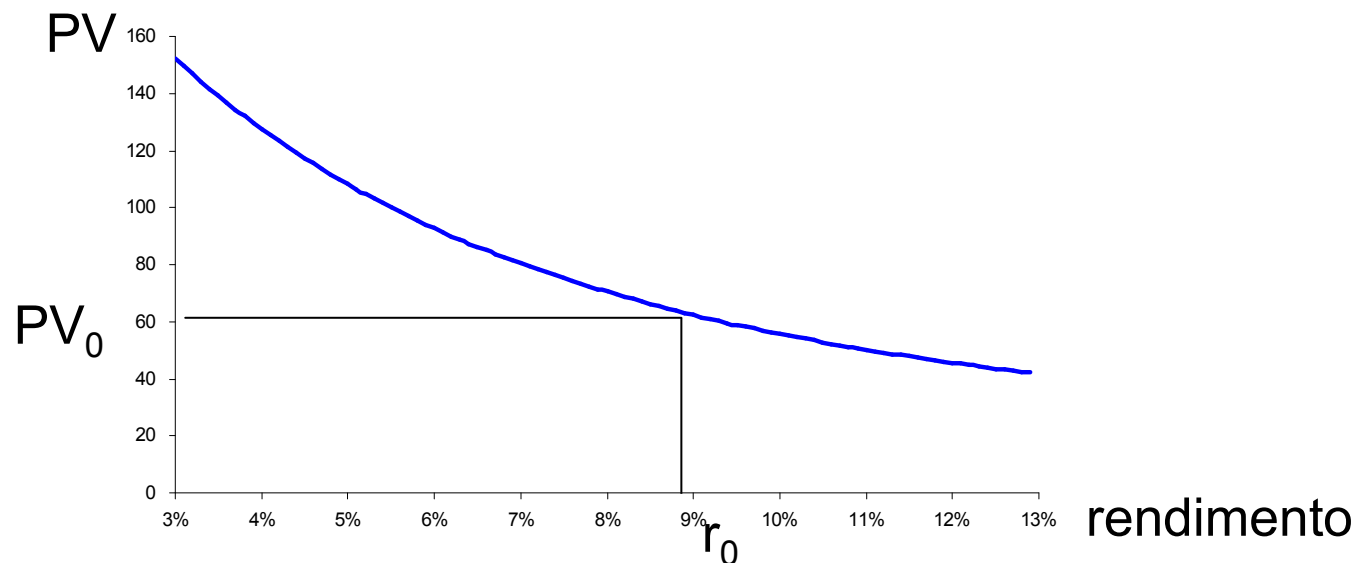
Obbligazioni: calcolo del valore e misure di *sensitivity*

Le variazioni del valore di un'obbligazione in relazione alle variazioni dei tassi sono espresse da:

- *Duration*: Dipendenza lineare del valore dell'obbligazione dal valore del tasso (equivalente al *delta*)
- *Convexity*: Dipendenza quadratica del valore dell'obbligazione dal valore del tasso (equivalente al *gamma*)
- *PVbp*: Fluttuazione del *Present Value* per un movimento di un *basis point* della curva dei tassi

2.c La misurazione del rischio delle obbligazioni: *duration-convexity-PVbp*
Duration-Convexity

(Prezzo di un'obbligazione a tasso fisso in funzione del rendimento)



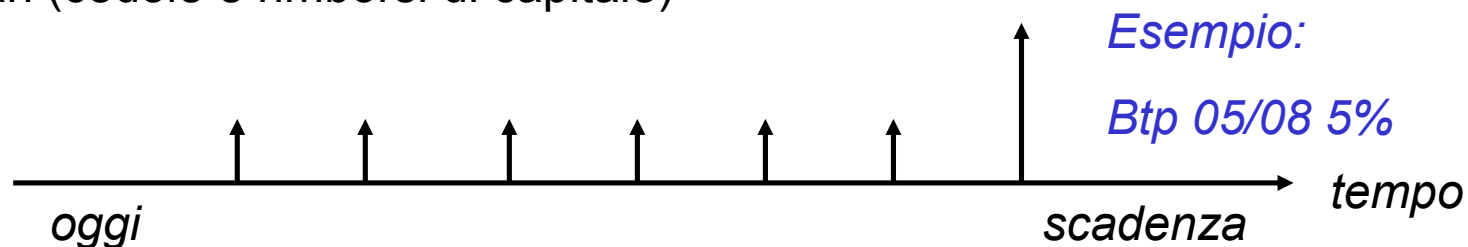
Sono evidenti le analogie con il comportamento del prezzo di un'opzione in relazione al sottostante

Tale metodologia di valutazione dei rischi per un portafoglio di obbligazioni non è facilmente utilizzabile se si considera la struttura a termine della curva dei tassi

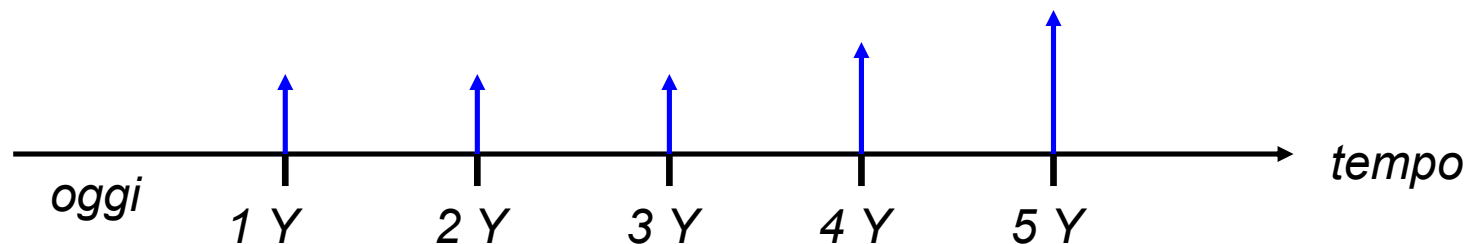
2.c La misurazione del rischio delle obbligazioni: *duration-convexity-PVbp*

Present Value per basis point

Il calcolo del *PVbp* richiede la scomposizione dell'obbligazione in flussi di cassa elementari (cedole e rimborsi di capitale)



Mediante una metodologia di *mapping* è calcolato un portafoglio di zero-coupon con scadenza intera avente la medesima sensibilità ai movimenti della curva dei tassi



2.c La misurazione del rischio delle obbligazioni: *duration-convexity-PVbp*

Present Value per basis point

Iterando il *mapping* per ogni obbligazione, un portafoglio complesso di obbligazioni è rappresentato da un portafoglio sintetico composto da N zero-coupon (tanti quanti i nodi della curva)

Il *Present Value per basis point* consiste nei valori di *duration* di ogni componente espresse come variazione del valore del *bond* per l'incremento di un *basis point* del tasso corrispondente.

Tali valori (moltiplicati per 100) costituiscono le posizioni standardizzate da utilizzare per il calcolo del VaR

1 mese	0.00
2 mesi	0.00
3 mesi	0.00
6 mesi	-0.01
9 mesi	0.00
1 Y	-0.04
2 Y	-0.09
3 Y	-0.14
4 Y	-1.98
5 Y	-2.10
Totale	-4.36

Esempio:

Btp 05/08 5% - posizione per 100 €

PVbp (moltiplicato 100) sulla curva dei tassi Euro

Importi in €

2.d *Full revaluation e partial revaluation*

Misurazione dei rischi mediante *partial revaluation*

Steps elementari per la misurazione dei rischi per un singolo strutturato o per un portafogli di strutturati in *partial revaluation*:

- Scomposizione (bond + opzioni)
- Calcolo delle *greche* (per ciascuno dei sottostanti delle opzioni)
- Calcolo dei *PVbp* (per ciascuno dei bonds)
- Calcolo del VaR del portafoglio di strumenti *delta*, *gamma*, *vega*, *zero-coupon* (con tecniche parametriche o di simulazione)

Vantaggi: Calcolo molto efficiente dal punto di vista IT

Svantaggi: Richiede che la funzione *pricing* o *risk management* calcoli le greche

2.d *Full revaluation e partial revaluation*

Misurazione dei rischi mediante *full revaluation*

Non richiede il calcolo delle *greche*

Steps elementari per la misurazione dei rischi per un singolo strutturato o per un portafogli di strutturati in *full revaluation*:

- Scomposizione (bond + opzioni)
- Calcolo della funzione di *pricing* per ogni elemento
- Calcolo del VaR del portafoglio di strumenti elementari con tecniche **esclusivamente** di simulazione)

Vantaggi: Semplice da implementare

Svantaggi: Calcolo molto dispendioso dal punto di vista IT

Difficoltà di interpretazione dei risultati

2.e Titoli *equity linked*

Esempio: Titolo strutturato *equity linked*

Obbligazione a 5 anni *bullet* (senza flussi cedolari intermedi) che riconosce a scadenza un rendimento pari al 65% della performance dell'indice azionario Dow Jones Eurostoxx 50. E' garantito un rendimento minimo del 5%

Payoff: coupon = $\text{Max} (5\%, 65\% (I_T - I_0) / I_0)$

Dove:

I_0 = Valore dell'indice all'emissione (30sep03): 2,396

I_T = Valore dell'indice alla scadenza (30sep08)

2.e Titoli *equity linked*

Scomposizione dello strutturato



Lo *Strike Price* dell'opzione (X) soddisfa la relazione:

$$65\% (X - I_0) / I_0 = 5\%$$

$$X = 70/65 I_0 = 2,580$$

L'importo nozionale sottostante all'opzione è pari a 65 €

2.e Titoli *equity linked*

Pricing dello strutturato

- Bond: $PV = 87.20 \text{ €}$ (Tasso di attualizzazione 3.78% annuo)
- Opzione *Call*: Premio = 12.80 € (Volatilità implicita 16.45% annua)
- Strutturato: 100.00 €

Delta e PVbp dello strutturato

- Bond: $100 PVbp = -4.13 \text{ €}$ Solo sul nodo 5Y
- Opzione *Call*: $Delta^* = 69\%$

(*) 69% *Delta* implica che detenere l'obbligazione equivale a detenere una posizione sull'indice di controvalore pari al 69% del valore nozionale dell'opzione. In termini di valore si ha $\delta = 44.65\text{€}$ (69% di 65€)

2.e Titoli *equity linked*

VaR dello strutturato

(VaR parametrico con *holding period* 1 giorno e intervallo di confidenza 99%)

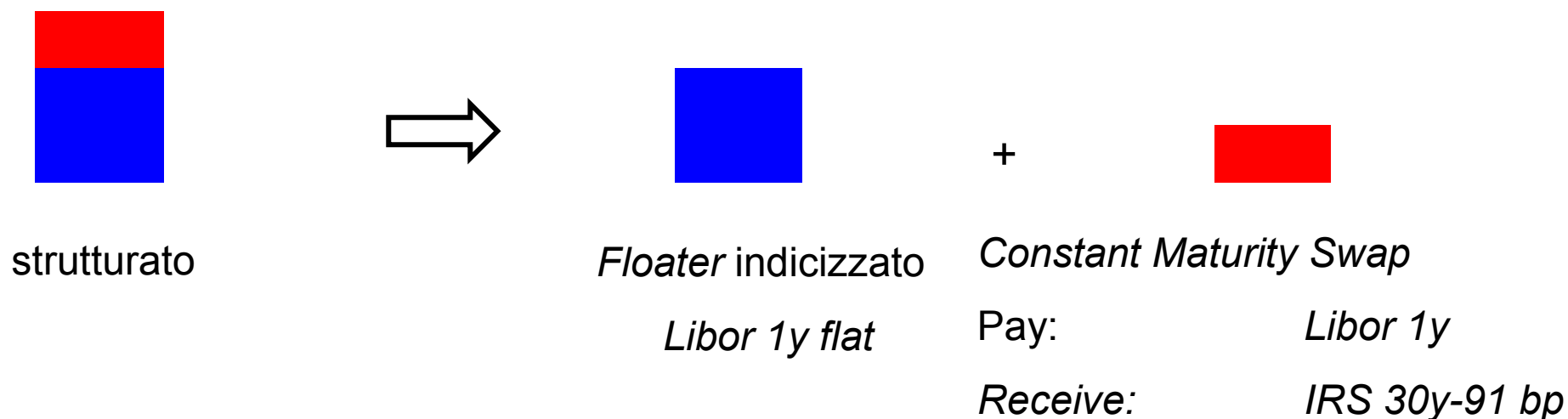
- Bond = $2.33 \sigma_{\text{rate}} (100 \text{ PVbp})$ ($\sigma_{\text{rate}} = \text{rate} * 1.55\%$ su base giornaliera)
- Call = $2.33 \sigma_{\text{index}} \delta$ ($\sigma_{\text{index}} = 1.85\%$ su base giornaliera)
- Strutturato = $2.33 \sqrt{[\sigma_{\text{rate}} (100 \text{ PVbp})]^2 + [\sigma_{\text{index}} \delta]^2 + 2 \rho [\sigma_{\text{rate}} (100 \text{ PVbp})] [\sigma_{\text{index}} \delta]}$
(ρ è la correlazione tasso 5y - indice , pari a 0.51)

- VaR Bond: 0.56 €
- VaR Call: 1.92 €
- VaR Strutturato: 1.85 €

2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse

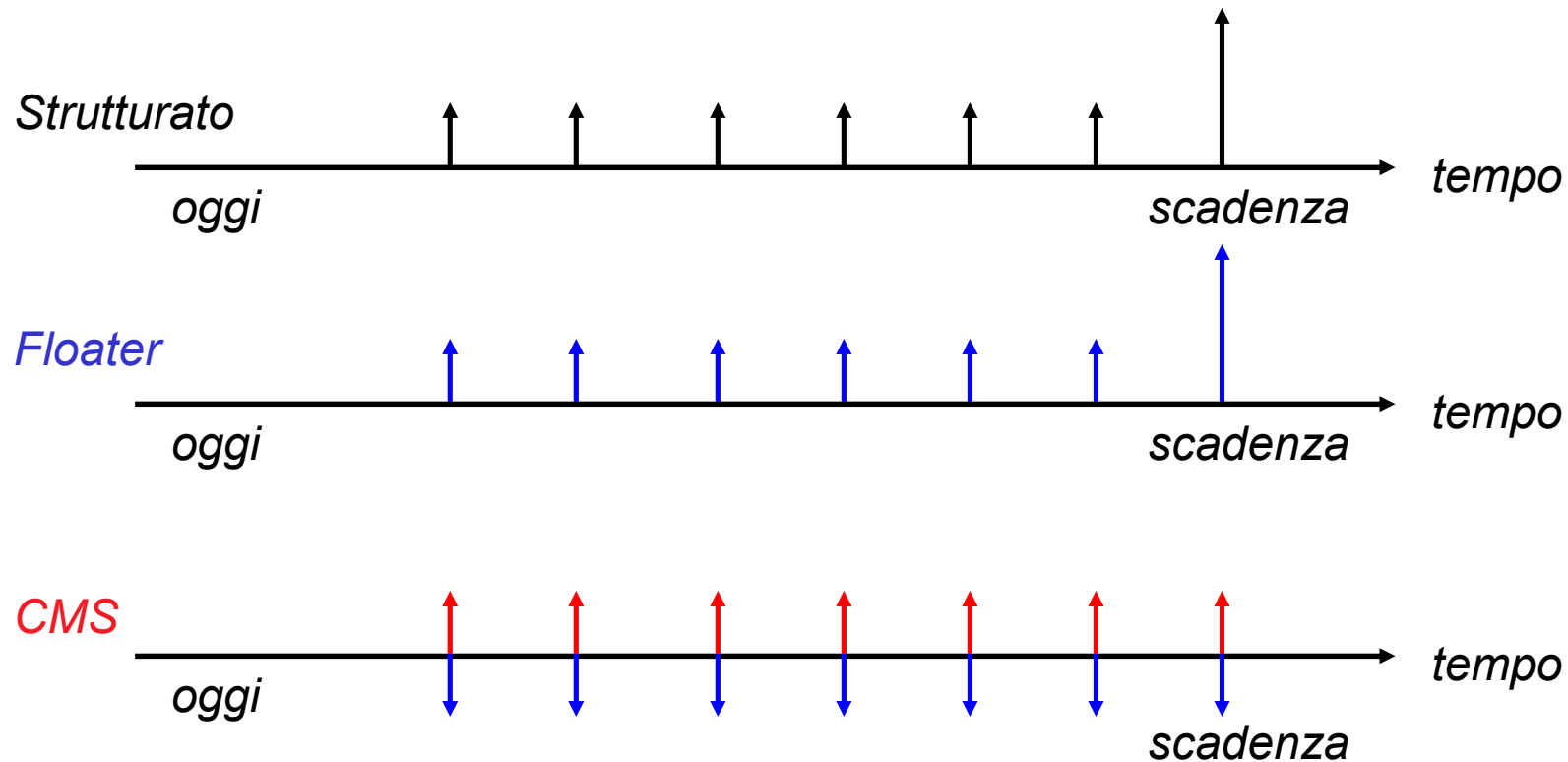
Esempio: Titolo strutturato *constant maturity swap*

Obbligazione con scadenza 16 anni che riconosce annualmente una cedola indicizzata al tasso *Interest Rate Swap 30 anni* meno 91 *basis points*



2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse

Diagramma dei flussi di cassa



2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse

Pricing dello strutturato

➤ <i>Floater:</i>	<i>PV</i>	=	100.00 €	(<i>Libor 1y</i>	2.27% annuo)
➤ <i>CMS:</i>	<i>PV</i>	=	- 1.56 €	(<i>IRS 30y</i>	5.03% annuo)
➤ <i>Strutturato:</i>	<i>PV</i>	=	98.44 €		

Il processo di misurazione e gestione del rischio nell'ambito di modelli VaR

2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse

Pricing del CMS

Fixing	Libor flat Zero Rate	30Y Swap rate (naïve forward)	Swap Rate volatility	30Y Swap rate Convexity Adjustment	30Y Swap rate (adjusted forward)	Coupon (Expected Value)	1Y Libor rate (forward)	Discount Factor	Present Value (bp)
30-Sep-04	2.27%	5.22%	11.70%	0.04%	5.25%	4.34%	3.12%	97.98%	120 +
30-Sep-05	2.70%	5.36%	10.95%	0.07%	5.43%	4.52%	3.87%	94.95%	62 +
30-Sep-06	3.08%	5.47%	10.54%	0.11%	5.57%	4.66%	4.38%	91.35%	25 +
30-Sep-07	3.39%	5.54%	10.05%	0.13%	5.67%	4.76%	4.70%	87.45%	5 +
01-Sep-08	3.64%	5.59%	9.55%	0.15%	5.75%	4.84%	4.95%	83.43%	-9 +
30-Sep-09	3.84%	5.64%	9.14%	0.17%	5.81%	4.90%	5.15%	79.45%	-20 +
30-Sep-10	4.01%	5.67%	8.83%	0.19%	5.86%	4.95%	5.34%	75.52%	-29 +
30-Sep-11	4.16%	5.69%	8.55%	0.20%	5.90%	4.99%	5.43%	71.64%	-32 +
30-Sep-12	4.29%	5.71%	8.31%	0.22%	5.92%	5.01%	5.49%	67.89%	-33 +
30-Sep-13	4.40%	5.72%	8.12%	0.23%	5.95%	5.04%	5.59%	64.31%	-35 +
01-Sep-14	4.49%	5.72%	7.98%	0.25%	5.97%	5.06%	5.77%	60.85%	-43 +
30-Sep-15	4.59%	5.71%	7.87%	0.26%	5.97%	5.06%	5.74%	57.50%	-39 +
30-Sep-16	4.66%	5.70%	7.77%	0.28%	5.98%	5.07%	5.86%	54.34%	-43 +
30-Sep-17	4.74%	5.68%	7.68%	0.29%	5.97%	5.06%	6.02%	51.30%	-49 +
30-Sep-18	4.81%	5.66%	7.61%	0.30%	5.96%	5.05%	5.78%	48.35%	-35 =
									<u>-156</u>

2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse

PVbp dello strutturato

➤ *Floater*: 100 *PVbp* = -1.04 € Solo sul nodo 1Y

➤ *CMS*: 100 *PVbp*:

1Y	- 0.10 €
2Y	- 0.21 €
3Y	- 0.30 €
4Y	- 0.37 €
5Y	- 0.43 €
6Y	- 0.48 €
7Y	- 0.50 €
8Y	- 0.52 €
9Y	- 0.53 €
10Y	- 0.79 €
12Y	- 1.24 €
15Y	- 4.00 €
20Y	- 2.05 €
25Y	2.22 €
30Y	4.33 €
40Y	4.65 €
50Y	0.88 €
Totale:	0.57 €

Il processo di misurazione e gestione del rischio nell'ambito di modelli VaR

2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse

VaR dello strutturato

Tassi Euro: volatilità e matrice delle correlazioni

σ (1day)	ρ	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y	12Y	15Y	20Y	25Y	30Y	40Y	50Y
2.14%	1Y	1.00	0.54	0.55	0.55	0.55	0.56	0.55	0.55	0.54	0.54	0.53	0.51	0.48	0.44	0.43	0.43	0.43
1.76%	2Y	0.54	1.00	0.98	0.97	0.95	0.94	0.92	0.90	0.88	0.87	0.84	0.79	0.72	0.69	0.65	0.64	0.64
1.76%	3Y	0.55	0.98	1.00	0.99	0.98	0.97	0.96	0.94	0.93	0.91	0.89	0.85	0.78	0.74	0.71	0.70	0.70
1.64%	4Y	0.55	0.97	0.99	1.00	1.00	0.99	0.98	0.97	0.96	0.94	0.93	0.88	0.82	0.79	0.76	0.74	0.74
1.55%	5Y	0.55	0.95	0.98	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98	0.97	0.96	0.94	0.91	0.84	0.81	0.78	0.77	0.77
1.43%	6Y	0.56	0.94	0.97	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.96	0.93	0.87	0.83	0.81	0.79	0.79
1.32%	7Y	0.55	0.92	0.96	0.98	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.95	0.89	0.86	0.84	0.82	0.82
1.24%	8Y	0.55	0.90	0.94	0.97	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.96	0.91	0.89	0.86	0.85	0.85
1.18%	9Y	0.54	0.88	0.93	0.96	0.97	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99	0.97	0.93	0.90	0.88	0.87	0.87
1.13%	10Y	0.54	0.87	0.91	0.94	0.96	0.97	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	0.98	0.94	0.91	0.89	0.88	0.88
1.05%	12Y	0.53	0.84	0.89	0.93	0.94	0.96	0.98	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	0.95	0.94	0.92	0.90	0.90
0.97%	15Y	0.51	0.79	0.85	0.88	0.91	0.93	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99	1.00	0.98	0.96	0.94	0.93	0.93
0.88%	20Y	0.48	0.72	0.78	0.82	0.84	0.87	0.89	0.91	0.93	0.94	0.95	0.98	1.00	0.98	0.98	0.96	0.96
0.85%	25Y	0.44	0.69	0.74	0.79	0.81	0.83	0.86	0.89	0.90	0.91	0.94	0.96	0.98	1.00	1.00	0.98	0.98
0.84%	30Y	0.43	0.65	0.71	0.76	0.78	0.81	0.84	0.86	0.88	0.89	0.92	0.94	0.98	1.00	1.00	0.99	0.98
0.85%	40Y	0.43	0.64	0.70	0.74	0.77	0.79	0.82	0.85	0.87	0.88	0.90	0.93	0.96	0.98	0.99	1.00	0.99
0.86%	50Y	0.43	0.64	0.70	0.74	0.77	0.79	0.82	0.85	0.87	0.88	0.90	0.93	0.96	0.98	0.98	0.99	1.00

$$\blacktriangleright \text{VaR Strutturato} = 2.33 \sqrt{\sigma^2 \text{ strutturato}} = 0.28 \text{ €}$$

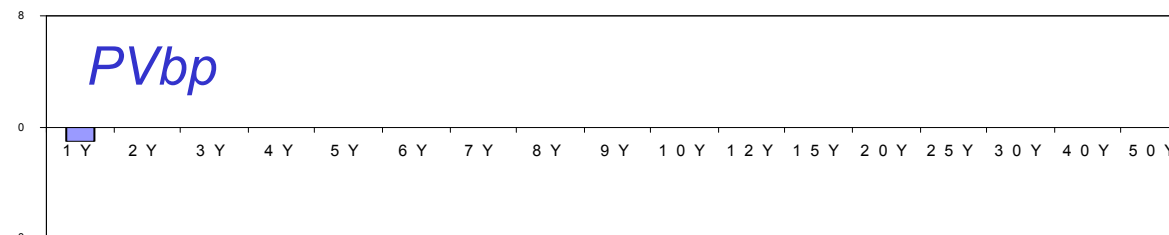
Il processo di misurazione e gestione del rischio nell'ambito di modelli VaR

2.f Titoli strutturati su tassi d'interesse

VaR strutturato/obbligazioni – confronto *PVbp/VaR*

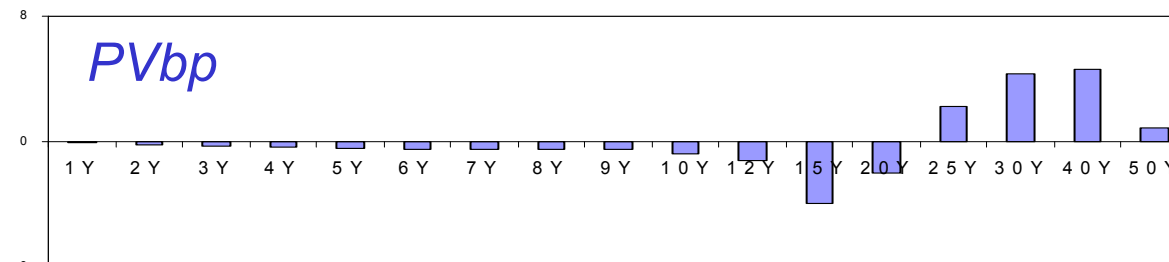
(posizioni per 100 €)

➤ *Floater:*



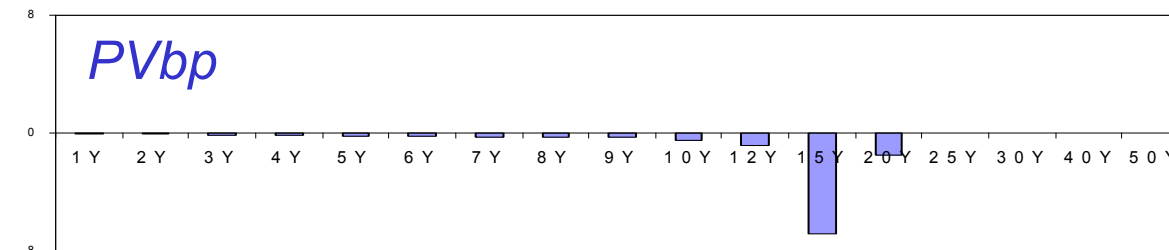
VaR: 0.11€

➤ *Strutturato:*




VaR: 0.28€

➤ *Fixed rate 16y:*



VaR: 1.42€



Il processo di misurazione e gestione del rischio nell'ambito di modelli VaR

INDICE

- 1. La misurazione del rischio di mercato attraverso il VaR
- 2. La misurazione del VaR per portafogli complessi e diversificati
- 3. La gestione dei rischi per per portafogli complessi e diversificati
 - 3.a Copertura *back to back*
 - 3.b *Dynamic hedge*
 - 3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*
- 4. Conclusioni

3.a Copertura *back to back*

Copertura *back-to-back*

Consiste nell'acquisire posizioni in un portafoglio di copertura costituito da operazioni elementari (bond e derivati) che sia la **replica perfetta** della scomposizione del portafoglio da coprire

Vantaggi: Semplice da implementare

Non richiede adeguamenti per tutta la vita delle posizioni da coprire
E' la soluzione scelta dall'emittente nella maggioranza dei casi

Permette di monitorare i rischi mediante tecniche di *Full Revaluation*

Svantaggi: In generale non è praticabile per portafogli di grandi dimensioni
(a causa della scarsa liquidità dei derivati di copertura)

3.b *Dynamic hedge*

Dynamic hedge

Richiede di calcolare periodicamente la *sensitivity (greche-PVbp)* del portafoglio da coprire e di mantenere e ri-bilanciare un portafoglio di copertura che annulli volta per volta la *sensitivity* stessa

Vantaggi: E' la scelta più economica e flessibile

Permette di coprire contemporaneamente diversi portafogli aventi i medesimi sottostanti

Permette il monitoraggio dei rischi per mezzo di tecniche di *Partial Revaluation*

Svantaggi: Richiede l'attività di un *Desk* di prodotti derivati

Non garantisce l'annullamento totale dei rischi di mercato

3.b *Dynamic hedge*

Attuare una strategia di *dynamic hedge*

A seconda della tipologia della posizione è necessario determinare:

- Quali tipologie di rischio è opportuno/necessario coprire

(Rischio tasso, rischio *delta*, rischio *delta-gamma*, rischio *delta-gamma-vega*)

- La periodicità con la quale effettuare il ri-bilanciamento delle coperture
(*intraday, daily, weekly ...*)

Tali scelte *strategiche* saranno prese alla luce dei risultati del monitoraggio dell'efficacia della copertura in termini di VaR

3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*

Esempio: *dynamic hedge* per uno strutturato *equity-linked*

Obbligazione a 5 anni *bullet* (senza flussi cedolari intermedi) che riconosce a scadenza un rendimento pari al 65% della performance dell'indice azionario Dow Jones Eurostoxx 50. E' garantito un rendimento minimo del 5%

1. Strategia semplice:

- Rischio tasso: Entrare in un IRS nel quale si paga tasso fisso a 5 anni e si incassa variabile (Nozionale *IRS* pari al *PV* della parte *bond*: 87.20 €)
- Rischio *delta*: Entrare in una posizione *corta* sull'indice azionario per un nozionale pari al *delta* dello strutturato (44.65 €)

La copertura del rischio tasso non richiede ri-bilanciamento, ma non è perfetta

La copertura delta, a seconda della propensione al rischio dell'investitore, può richiedere ri-bilanciamento *intraday*

3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*

Esempio: *dynamic hedge* per uno strutturato *equity-linked*

2. Approccio *delta-gamma-vega*:

- Rischio tasso: Entrare in un IRS nel quale si paga tasso fisso a 5 anni e si incassa variabile (Nozionale *IRS* pari al *PV* della parte bond: 87.20 €)
- Rischio *gamma-vega*: Vendere opzioni (minimo due contratti) sull'indice azionario selezionando scadenza e *strike-price* in modo tale da annullare *gamma* e *vega* dello strutturato
- Rischio *delta*: Entrare in una posizione *lunga/corta* sull'indice azionario in modo tale da annullare la posizione *delta* complessiva di strutturato ed opzioni

La copertura del rischio tasso non richiede ri-bilanciamento

La copertura *delta-gamma-vega*, a seconda della propensione al rischio dell'investitore, può richiedere ri-bilanciamento *intraday*



3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*

Dynamic hedge: la necessità di rollare le posizioni

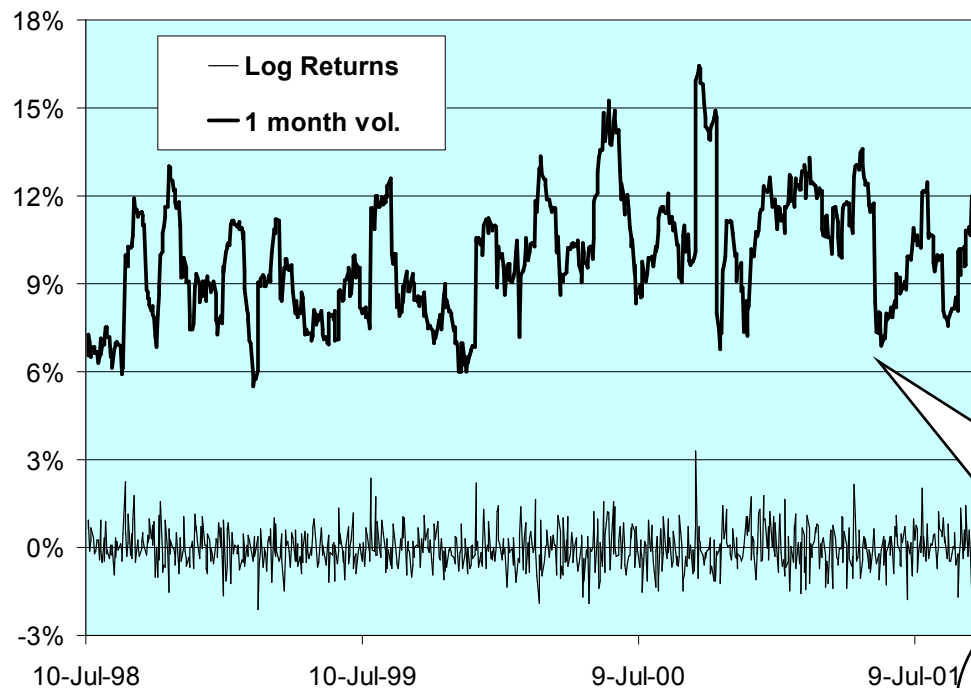
Nel caso più generale, non vi sono contratti derivati liquidi aventi scadenza pari alle opzioni *embedded* nello strutturato (nel ns. esempio 5 anni, mentre le opzioni su indice azionario difficilmente sono liquide con scadenza oltre tre mesi)

Applicando l'approccio *delta-gamma-vega* sarà dunque necessario *rollare* le posizioni in derivati (opzioni-*futures*), acquisendo posizioni aventi scadenza a breve (pochi mesi) ed eseguendo movimentazioni del portafoglio di copertura anche in assenza di movimenti del mercato

Il *mismatch* di scadenza tra opzioni di copertura ed opzioni coperte può dare luogo ad inefficienza della copertura a causa della **struttura a termine** della volatilità implicita delle opzioni

3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*

La stima della volatilità



Metodi per la stima della volatilità:

- *Moving Average* da serie storiche (standard)
- Metodologie GARCH (da serie storiche)
- Volatilità implicita da quotazioni di opzioni

Volatility clustering:
Il mercato passa da periodi di bassa volatilità a periodi di alta volatilità

3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*

**La stima della volatilità – EWMA
(Exponential Weighted Moving Average)**

$$\sigma = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} r^2}$$

In modo ricorsivo

$$\sigma_{1,t+1|t}^2 = \lambda \sigma_{1,t|t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{1,t}^2$$

3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*

La stima della volatilità – GARCH (Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

Si tratta di modelli con *clustering* della volatilità introdotti da Engle (1982) e Bollerslev (1986).

La varianza oggi dipende dai *returns* (R) e dalla varianza (σ^2) nel passato:

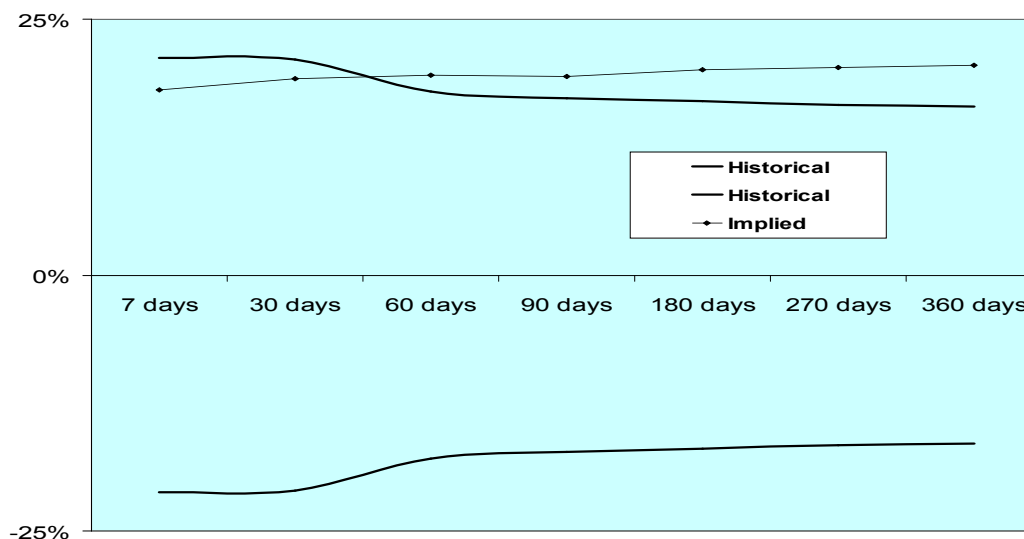
$$R_t = c + \varepsilon_t \quad \text{GARCH}(1,1) \text{ univariato}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

ε è distribuito secondo una normale, c e ω sono costanti

3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*

La stima della volatilità – volatilità implicita



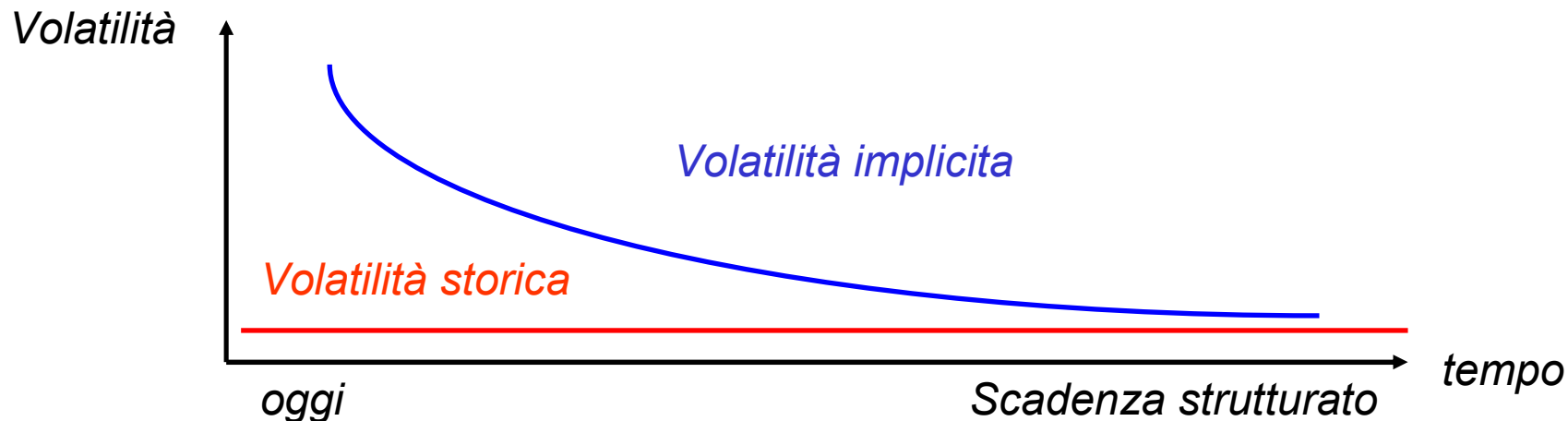
Nel modello di Black & Scholes per il pricing delle opzioni, il prezzo dipende dalla volatilità del sottostante σ (un parametro costante).

E' possibile invertire la formula di B&S ed ottenere s dato il prezzo di un'opzione.

Se si dispone di prezzi quotati di opzioni per numerose scadenze è possibile costruire la struttura a termine della volatilità implicita.

3.c Esempio: *dynamic hedge* di titoli *equity linked*


La struttura a termine della volatilità: il *cono* delle volatilità implicite



La struttura a termine della volatilità implicita mostra, in generale, pendenza negativa e tende, a lungo termine, ad approssimare la volatilità storica

Le opzioni di copertura (a breve scadenza) sono dunque in generale più costose (in termini relativi) delle opzioni coperte (a lunga scadenza)

Un brusco cambiamento delle condizioni di mercato può portare a sensibili oscillazioni della volatilità a breve, senza modificare in modo sostanziale la volatilità a lunga scadenza, generando fluttuazioni nel valore del portafoglio coperto dal rischio *vega*



Il processo di misurazione e gestione del rischio nell'ambito di modelli VaR

INDICE

- 1. La misurazione del rischio di mercato attraverso il VaR
- 2. La misurazione del VaR per portafogli complessi e diversificati
- 3. La gestione dei rischi per un portafoglio di prodotti strutturati
- 4. Conclusioni

5. Conclusioni

- La misurazione dei rischi di mercato richiede l'interazione massima tra la funzione di *pricing* e la funzione di *risk management*
- Il processo di misurazione dei rischi può richiedere l'analisi caso per caso delle caratteristiche delle singole posizioni – richiede perciò tempo e skill
- La copertura dei rischi può essere effettuata attraverso operazioni *back-to-back* o strategie di *dynamic hedge*