

❖ **Seminario PQ Q10022**



ANALISI DEI SISTEMI DI PICKING

Ing. Alessandro Creazza

Università Carlo Cattaneo
Istituto di Tecnologie

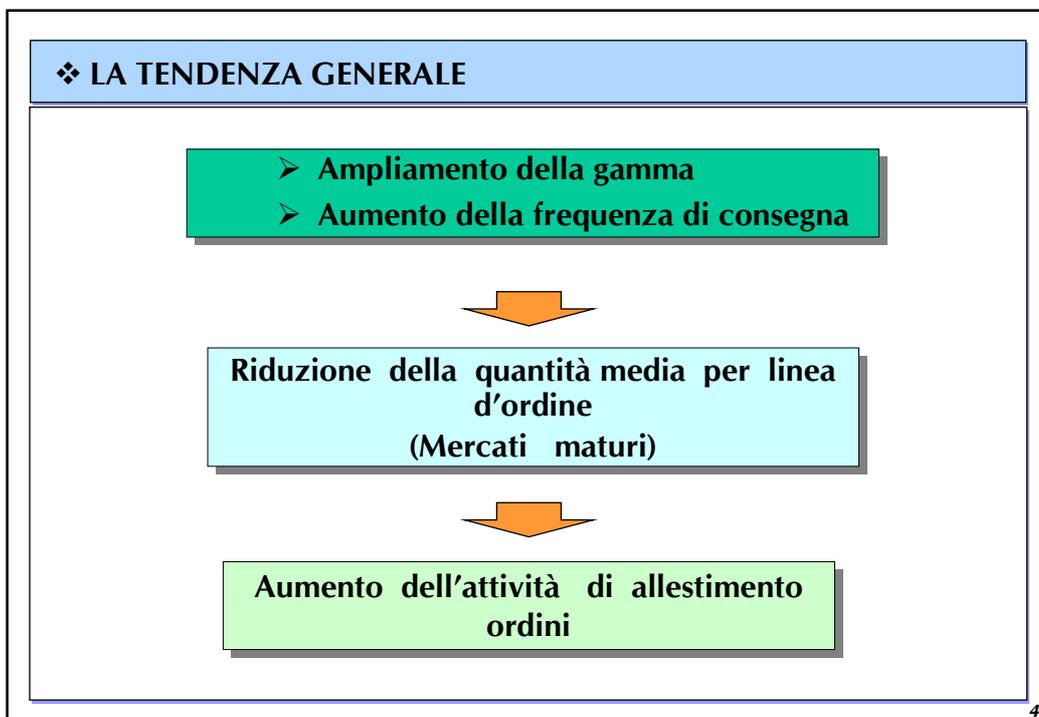
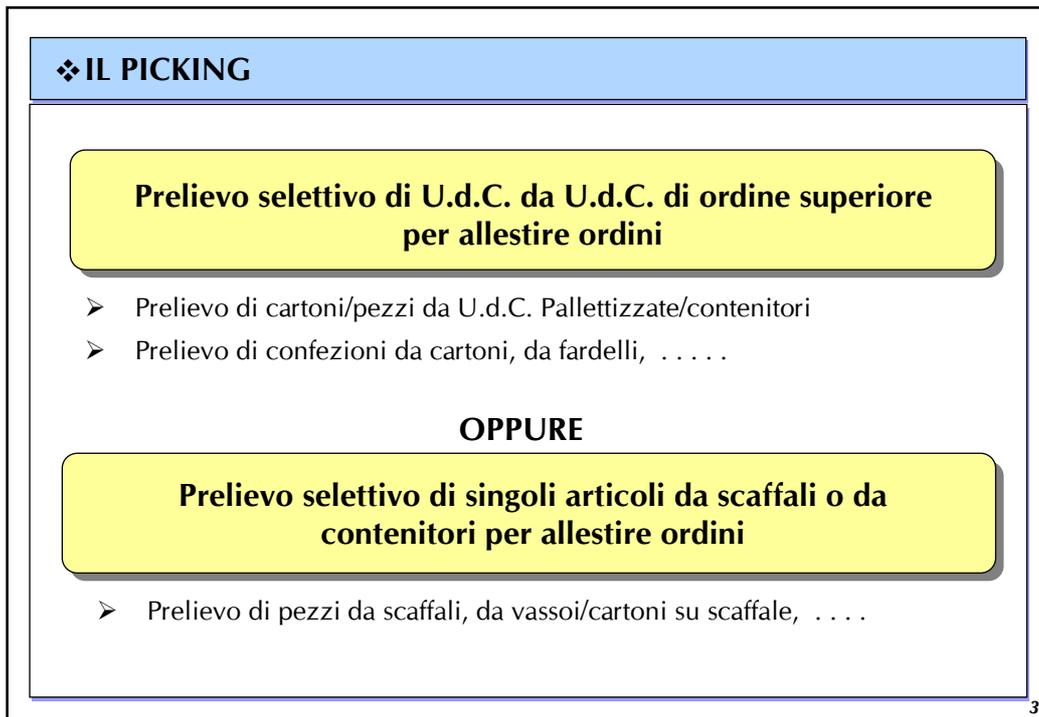
e-mail: acreazza@liuc.it

1

❖ **AGENDA**

- ❑ **Panoramica delle soluzioni di picking**
- ❑ Metodologia di progettazione dei sistemi di picking
- ❑ Forward-Reserve Problem (FRP)
- ❑ Modalità di prelievo (order, batch, zone)
- ❑ Modalità di percorrenza
- ❑ Modello di calcolo delle percorrenze
- ❑ Allocazione degli articoli ai vani

2



❖ FAC-SIMILE DI UN ORDINE

Intestazione **BIANCHI S.p.A** *Castellanza, 8/1/2008*

- **Cliente : Spett. VERDI S.p.A.**
- **Ordine N. 548/1**

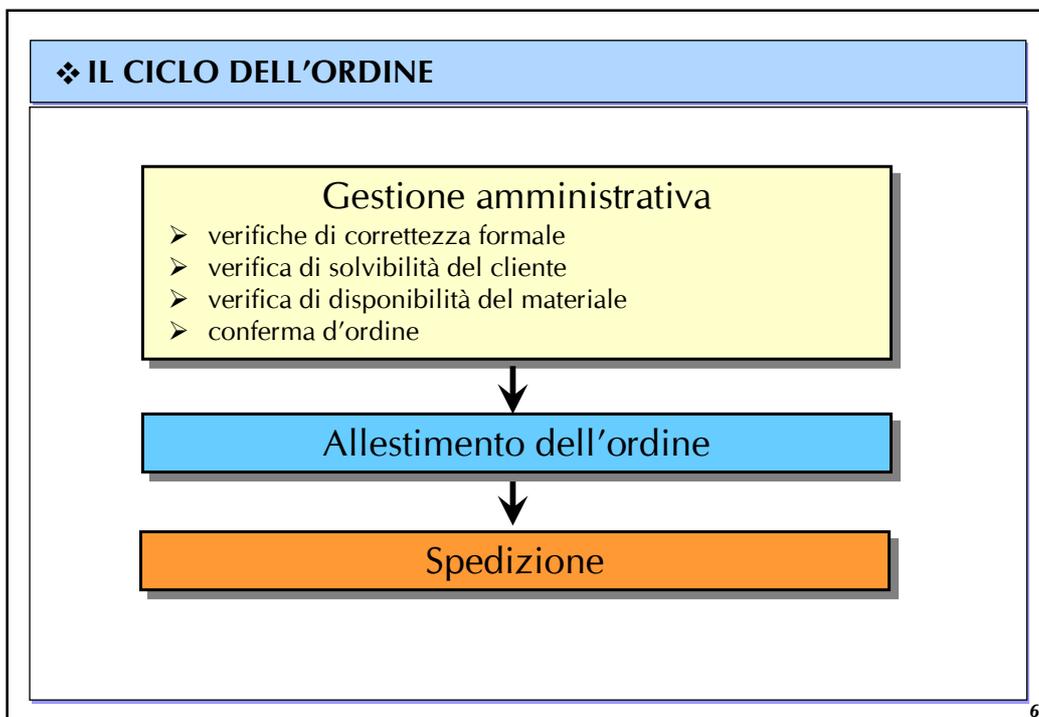
Righe d'ordine o linee d'ordine

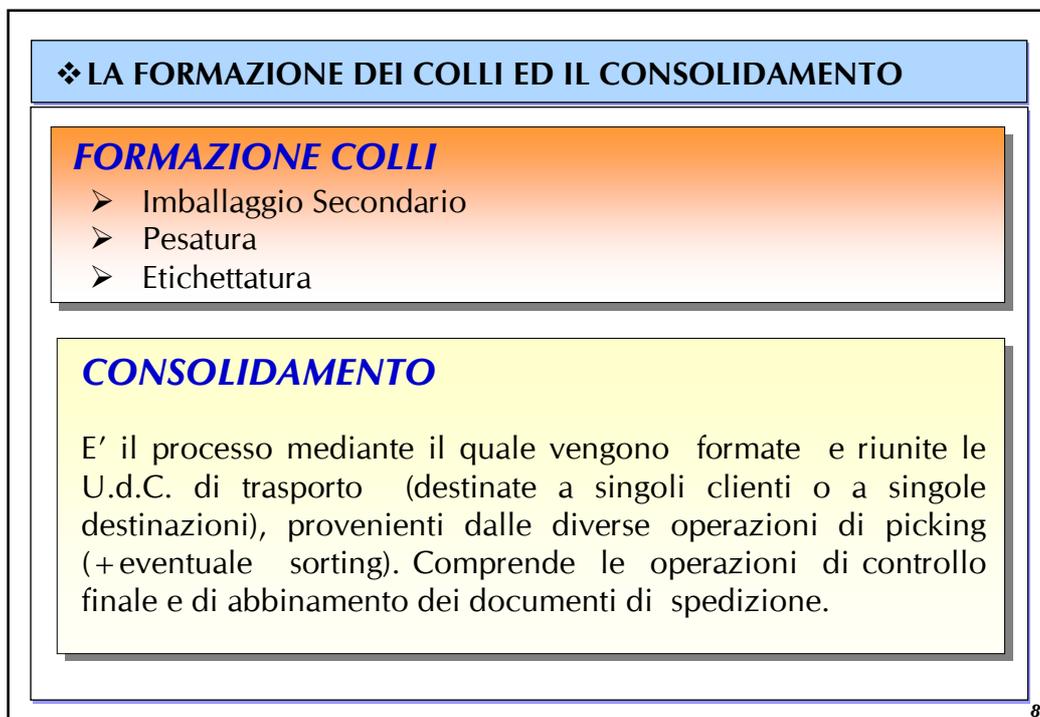
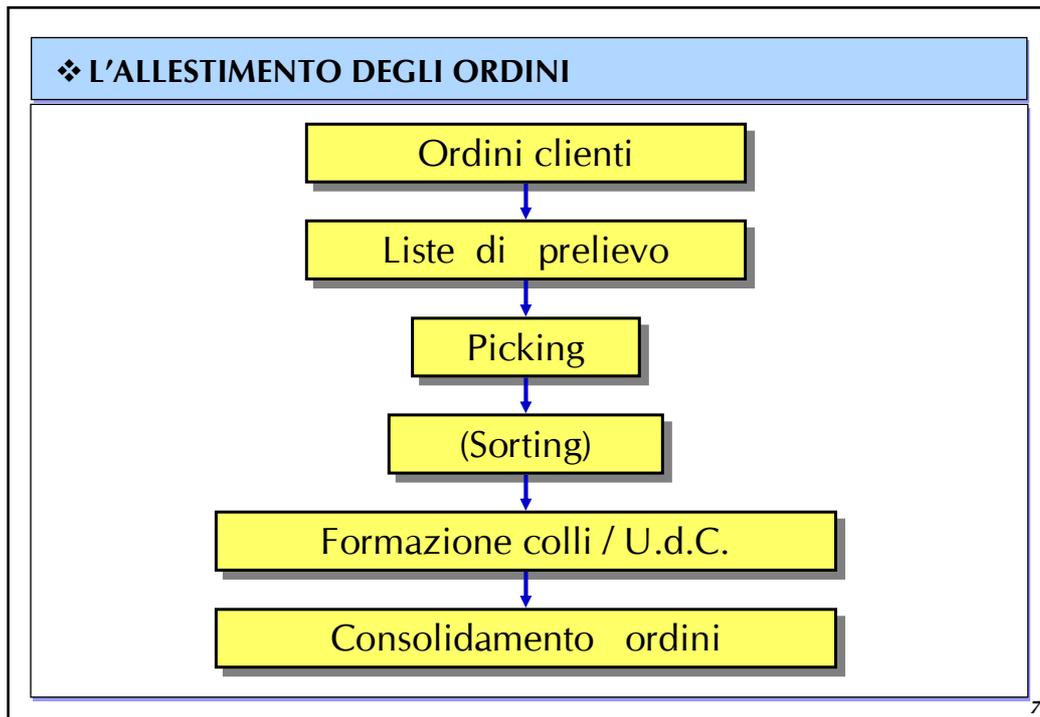
Codice articolo	Descrizione	u.m.	Quantità
A234-BK	Penna a sfera (nero)	pz	30
Z221-BL	Ricarica stilografica (blue)	pz	50
X909-Y	Evidenziatore (giallo)	pz	25

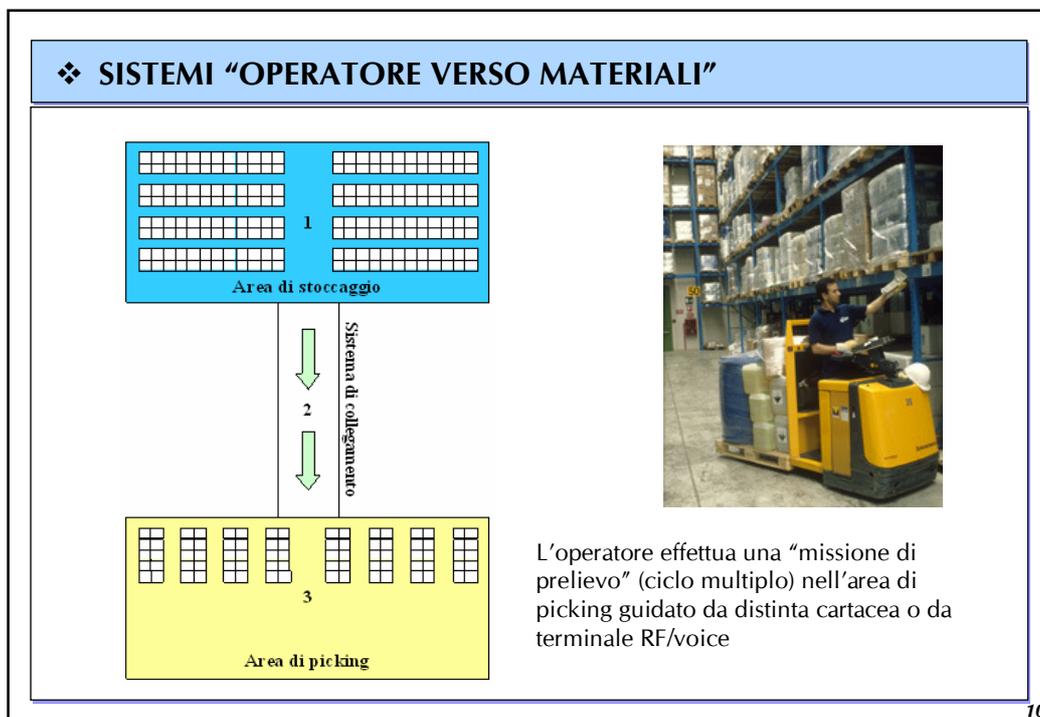
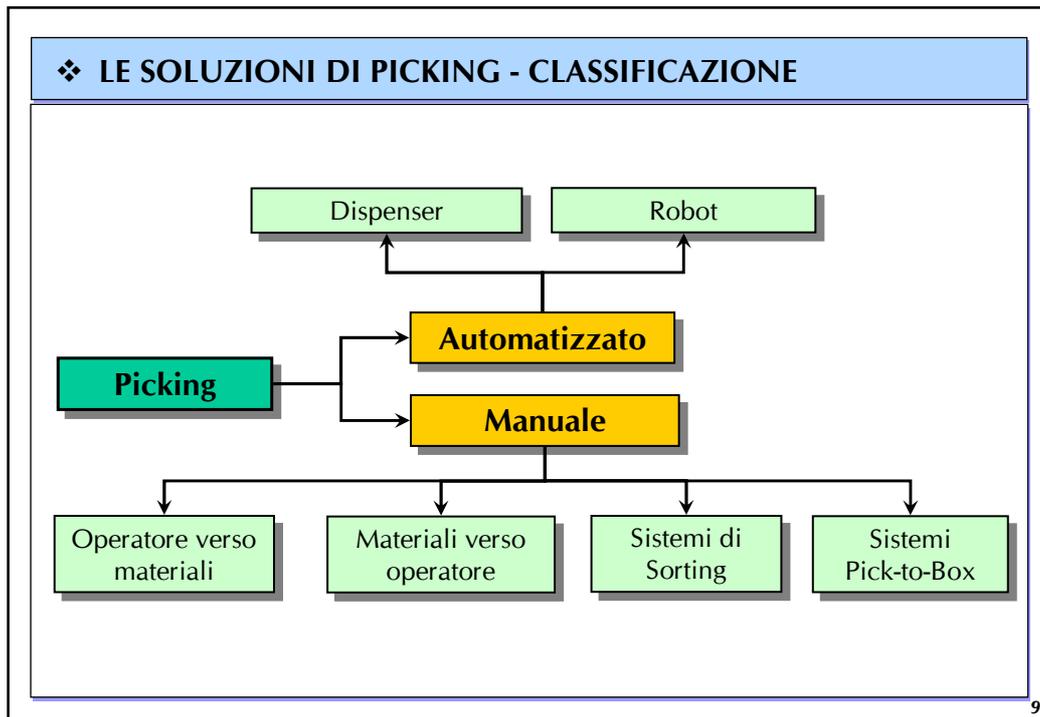
Clausole contrattuali

Termini di consegna:
Modalità di pagamento:

5







❖ SISTEMI "OPERATORE VERSO MATERIALI"

SISTEMI DI STOCCAGGIO:

U.d.C. di grosse dimensioni (Settori: GDO, meccanico pesante, tessile, alimentare)

- Scaffalatura porta-pallet (UdC palletizzate, gabbie metalliche, ...)
- Canali a gravità

U.d.C. di piccole dimensioni (Settori: meccanico leggero, elettronico, distrib. farmaceutica e ricambistica, abbigliamento)

- Scaffalatura a mensole (cassette, vassoi, ...)
- Canali a gravità
- Cassettiere

MEZZI DI MOVIMENTAZIONE:

- Carrello a mano (Manuale: costo ca. 300 €; Transpallet: 3.000 €; A timone: 6.000 €)
- Carrello motorizzato (Frontale: 8/10.000 €; Retrattile: 10/15.000 €; Commissionatore: 30.000 €; Trilaterale: 35/90.000 €)
- Operatore a bordo di trasloelevatore: costo 100/150.000 €

11

❖ SISTEMI "OPERATORE VERSO MATERIALI"

OPERATORE SU CARRELLO A TIMONE **FILMATO**

PIATTAFORMA FISSA O SOLLEVABILE FINO A 1,2 m

APPLICAZIONI: GDO
COSTO: ca. 6.000 €
UTILE PER POCHI CODICI - MOLTO PICKING (CARTONI)

12

❖ SISTEMI "OPERATORE VERSO MATERIALI"

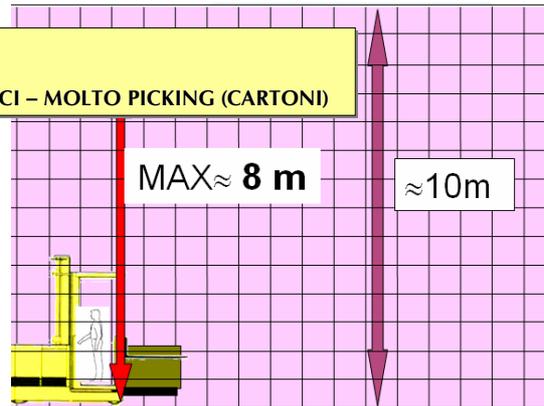
OPERATORE SU CARRELLO COMMISSIONATORE

FILMATO



PIATTAFORMA SOLLEVABILE OLTRE 1,2 m

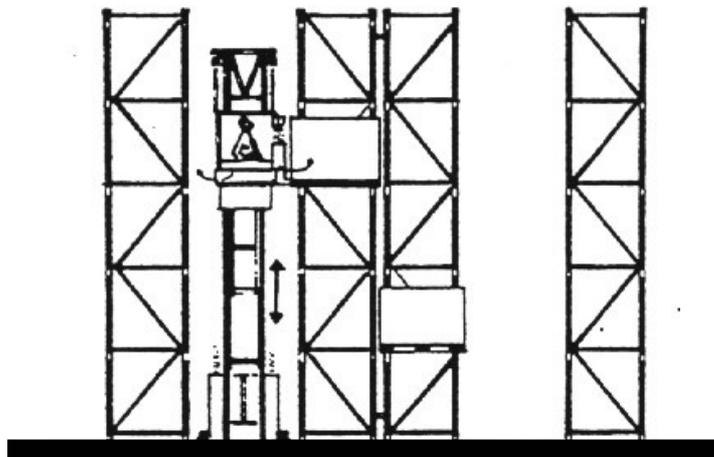
APPLICAZIONI: VARIE
COSTO: ca. 30.000 €
UTILE PER MOLTI CODICI - MOLTO PICKING (CARTONI)



13

❖ OPERATORE SU CARRELLO COMMISSIONATORE

Picking effettuato direttamente da UdC pallettizzata, a bordo di carrello trilaterale combinato (cabina sollevabile)



14

❖ SISTEMI "OPERATORE VERSO MATERIALI"

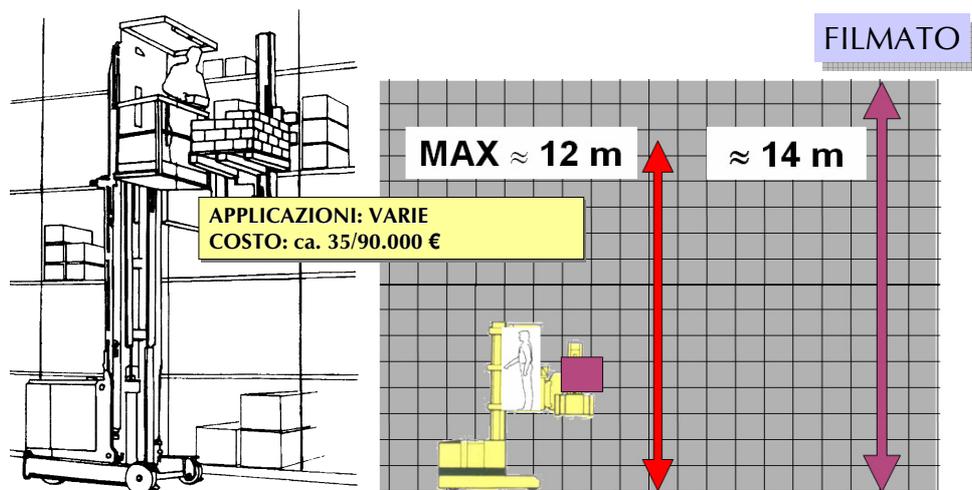
CORRIDOIO PER CARRELLO MANUALE



15

❖ SISTEMI "OPERATORE VERSO MATERIALI"

OPERATORE SU CARRELLO TRILATERALE CON CABINA FISSA O ELEVABILE

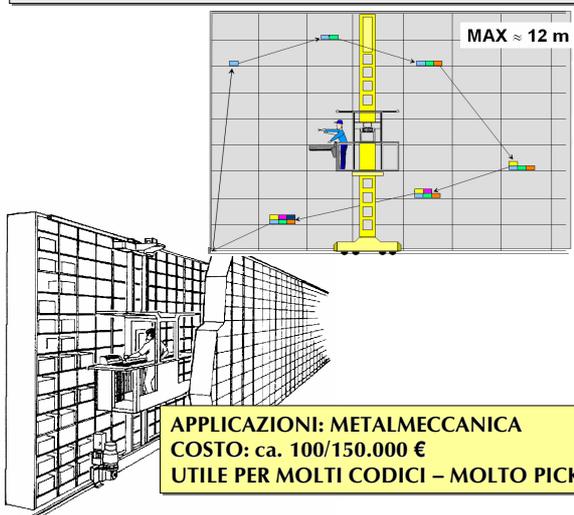


16

❖ SISTEMI "OPERATORE VERSO MATERIALI"
FILMATO

OPERATORE A BORDO DI TRASLOELEVATORE

MAX ≈ 12 m

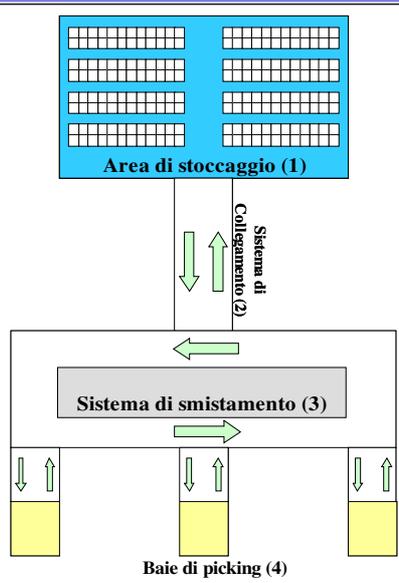




APPLICAZIONI: METALMECCANICA
 COSTO: ca. 100/150.000 €
 UTILE PER MOLTI CODICI – MOLTO PICKING (PEZZI)

17

❖ SISTEMI "MATERIALI VERSO OPERATORE"





- L'operatore si trova presso una postazione di picking
- Le UdC sono prelevate da stock, presentate in sequenza all'operatore il quale preleva il quantitativo specificato sulla picking list su terminale fisso
- Il prelevato si dispone su pallet, Roll container, o carrelli
- Le UdC sono reimmesse a stock o espulse.

18

❖ SISTEMI "MATERIALI VERSO OPERATORE"

U.d.C. di grosse dimensioni (Settori: GDO, alimentare)

- Prelievo da deposito automatizzato
- Prelievo da deposito servito da carrelli a forche

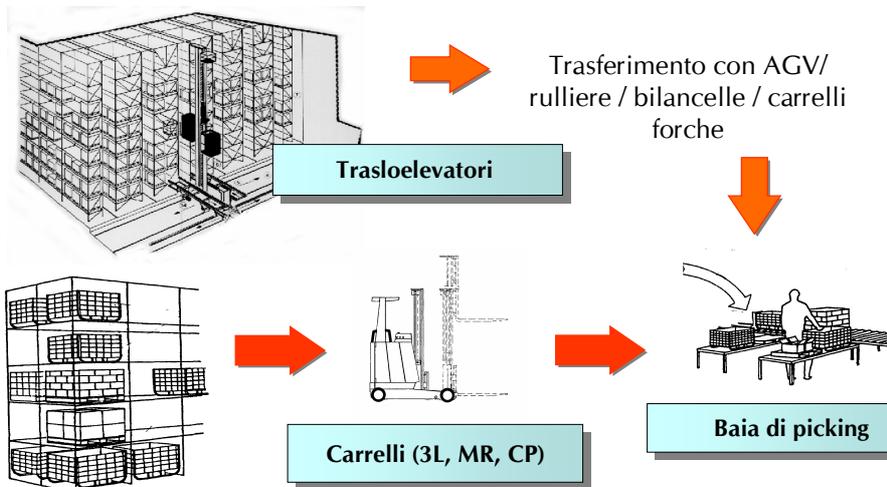
U.d.C. di piccole dimensioni (Settori: meccanico leggero, elettronico, distrib. farmaceutica e ricambistica, abbigliamento)

- Caroselli verticali (asse orizzontale) – Costo: 35/50.000 €
- Caroselli orizzontali (asse verticale) – Costo: 120/150.000 €
- Miniload AS/RS (Automated Storage and Retrieval System) – Costo di una corsia: 400/600.000 €
- Vertical Storage System – Costo: 40/80.000 €

19

❖ SISTEMI "MATERIALI VERSO OPERATORE"

UdC DI GROSSE DIMENSIONI



20

❖ SISTEMI "MATERIALI VERSO OPERATORE"

UdC DI PICCOLE DIMENSIONI: MINILOAD AS/RS



APPLICAZIONI: MINUTERIE DI PESO CONTENUTO
COSTO CORSIA: ca. 400/600.000 €
UTILE PER MOLTI CODICI, MOLTO PICKING E DISTINTE
COMPLESSE

21

❖ SISTEMI "MATERIALI VERSO OPERATORE"

UdC DI PICCOLE DIMENSIONI: MINILOAD AS/RS

(dimensioni max vassoi: 600x400xh variabile da 75 a 420 mm)

➤ Versione per carichi leggeri (< 50 kg / vassoio)

- Struttura in alluminio/acciaio alleggerito
- Altezza max: ~ 12/18 m
- Velocità orizzontale minitraslo = 3/5 m/s
- Velocità verticale slitta = 1/3 m/s
- Tempo ciclo forche = 8 s
- Potenzialità = 70/120 (cicli combinati)/ora

➤ Versione per carichi pesanti (< 300 kg / vassoio)

- Struttura in acciaio
- Altezza max: ~ 12/18 m
- Velocità orizzontale minitraslo = 3/5 m/s
- Velocità verticale slitta = 1/3 m/s
- Tempo ciclo forche = 8 s
- Potenzialità = 60/90 (cicli combinati)/ora



22

❖ SISTEMI "MATERIALI VERSO OPERATORE"

UdC DI PICCOLE DIMENSIONI: VERTICAL STORAGE SYSTEM

FILMATO

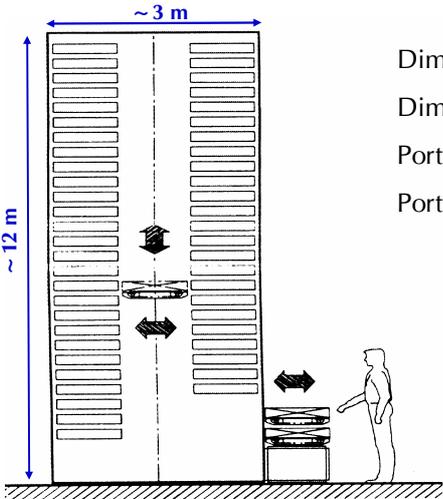
APPLICAZIONI: MINUTERIE, RICAMBI DI PESO ANCHE ELEVATO
COSTO: ca. 40/80.000 €
UTILE PER POCHI CODICI, MOLTO PICKING E DISTINTE SEMPLICI



23

❖ SISTEMI "MATERIALI VERSO OPERATORE"

UdC DI PICCOLE DIMENSIONI: VERTICAL STORAGE SYSTEM



~ 3 m

~ 12 m

Dimensioni globali (axbxh): $\approx 7 \times 3 \times 12$ m
Dimensioni vassoio: $6,2 \times 0,8 \times 0,07 \div 0,7$ m
Portata per vassoio: ≈ 1000 kg
Portata globale del sistema: ≈ 60000 kg

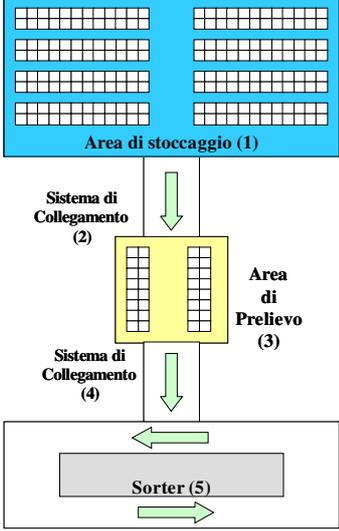
Potenzialità :

"bocca" singola:
 $40 \div 50$ (cicli (combinati))/ora

"bocca" doppia:
 $60 \div 70$ (cicli (combinati))/ora

24

❖ **SISTEMI DI SORTING**



The diagram illustrates a sorting process in five stages: 1. Area di stoccaggio (Storage area) with multiple rows of pallets. 2. Sistema di Collegamento (Connection system) moving pallets down. 3. Area di Prelievo (Picking area) where operators pick items. 4. Sistema di Collegamento (Connection system) moving items down. 5. Sorter (5) which sorts and moves items horizontally.

- Prelievo dal reparto di stoccaggio intensivo delle UdC necessarie per il soddisfacimento dei vari ordini
- Trasferimento delle UdC all'area di prelievo, dove generalmente rimangono fino ad esaurimento dello stock. Uno o più operatori presenti in quest'area prelevano dall'area di picking un batch consistente di ordini e pongono il quantitativo prelevato su un secondo sistema di collegamento operante fra l'area di prelievo e l'area adibita alle operazioni di sorting
- Una volta che tutte le righe di un ordine sono state smistate, segnalazione luminosa e acustica, preparazione dell'ordine cliente (pallettizzazione o inserimento in roll container)

25

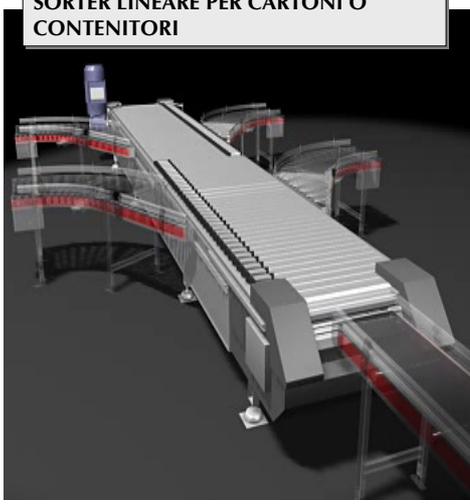
❖ **SISTEMI DI SORTING**

FILMATO

APPLICAZIONE NELLA DISTRIBUZIONE FARMACEUTICA CON CONVOGLIATORI E DISPENSER



SORTER LINEARE PER CARTONI O CONTENITORI



26

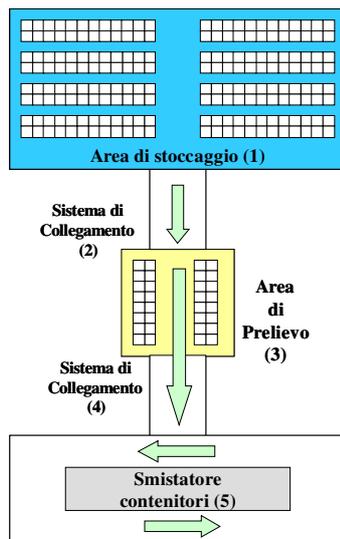
❖ SISTEMI DI SORTING

FILMATO



27

❖ SISTEMI "PICK-TO-BOX"



- Ad ogni operatore viene assegnata una zona di prelievo all'interno dell'area di picking: le zone di prelievo sono collegate da un convogliatore (4) su cui scorrono contenitori, ciascuno corrispondente (parzialmente o completamente) a un ordine cliente (logica di prelievo "order picking")
- L'operatore inserisce nel contenitore gli articoli prelevati dalla sua zona.
- Il contenitore passa alla zona successiva.
- Non è necessario uno smistamento a fine linea per singolo pezzo prelevato, ma è sufficiente essere in grado di smistare i contenitori in base alla destinazione, essendo l'ordine già allestito.
- Possibilità di "guidare" l'operatore durante il prelievo con l'utilizzo di lista cartacea inserita nel contenitore, terminali RF o voice, display luminosi (sistema "pick-to-light").

28

❖ SISTEMI "PICK-TO-BOX"



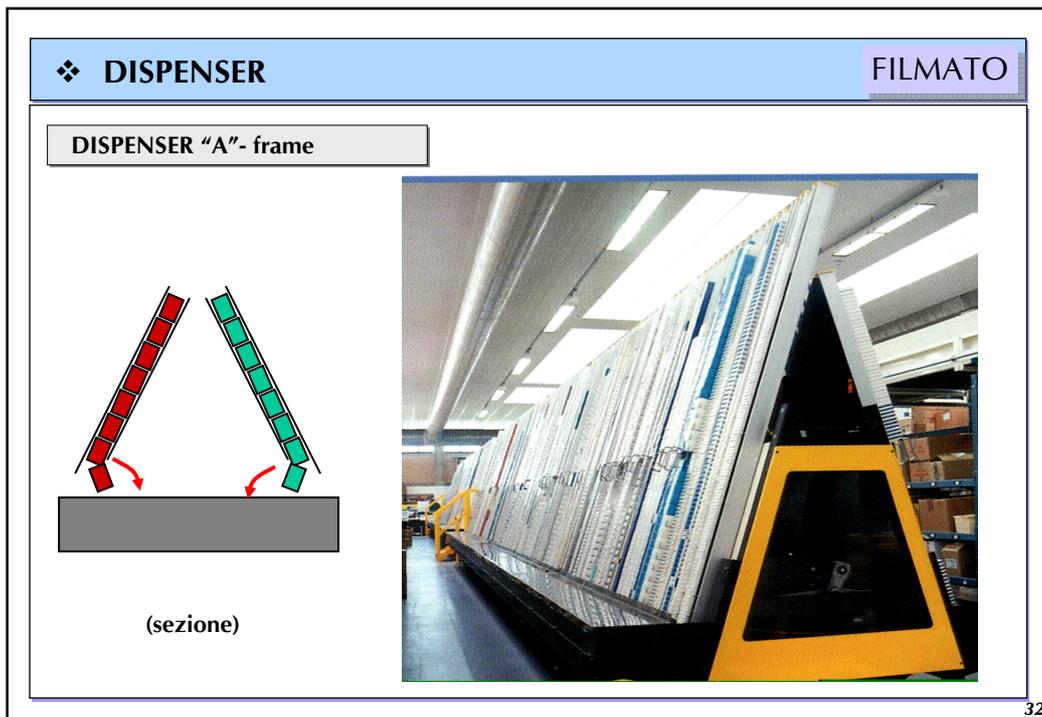
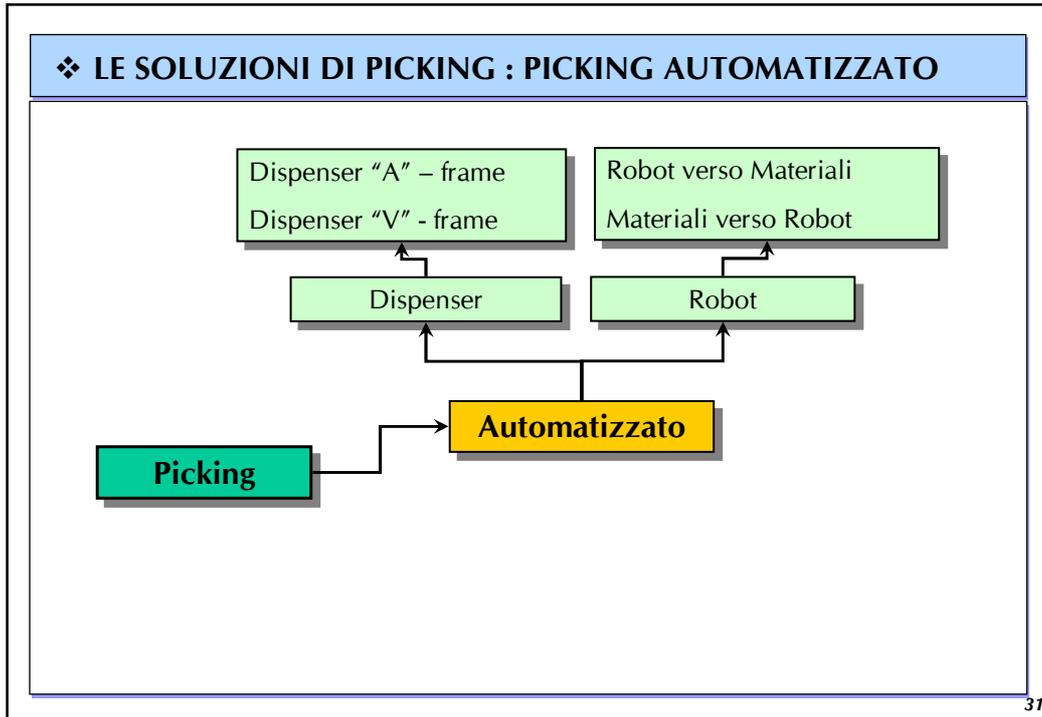
29

❖ SISTEMI "PICK-TO-BOX" FILMATO

PICK-TO-LIGHT

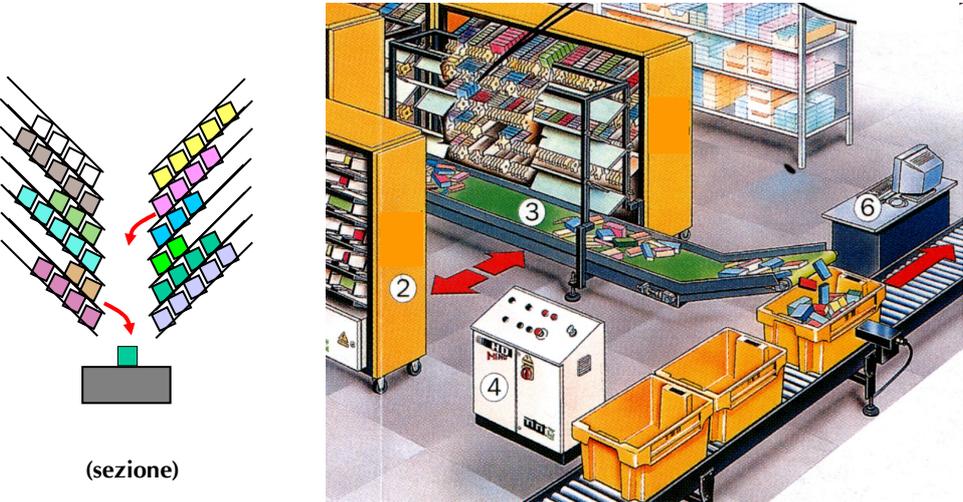


30



❖ DISPENSER

DISPENSER "V"- frame



(sezione)

33

The diagram illustrates a V-frame dispenser system. On the left, a cross-sectional view shows a V-shaped frame with multiple rows of colored blocks (representing different items) being dispensed into a central bin. On the right, a 3D perspective view shows a warehouse picking station. A yellow dispenser unit (2) is positioned above a conveyor belt (3). A control panel (4) is located below the conveyor. A worker (6) is shown at a workstation, likely managing the picking process. The conveyor belt is equipped with orange bins for collecting items.

❖ DISPENSER

DISPENSER "A"- "V"- frame

Campo di applicazione:

- Articoli di piccole dimensioni
- Articoli di forma parallelepipedica regolare
- Articoli a medio-alta movimentazione
- Potenzialità ricettiva: fino a ≈ 3000 articoli e $50 \div 100$ pezzi/articolo
- Potenzialità di prelievo: fino a ≈ 3000 pezzi/ora

Settori: tipicamente classe rotazione A distribuzione industria farmaceutica

34

The slide details the application field for an A-V frame dispenser. It lists five key characteristics: small items, regular rectangular shape, medium-high movement, high capacity (up to 3000 items and 50-100 pieces per item), and high picking rate (up to 3000 pieces per hour). The typical application sectors are identified as Class A rotation distribution in the pharmaceutical industry.

❖ ROBOT CARTESIANI E ANTROPOMORFI

The diagram illustrates two types of robotic picking systems. On the left, a Cartesian robot system is shown with a vertical mast and a horizontal arm moving along a track to pick items from a pallet. On the right, an anthropomorphic robot arm is shown picking items from a pallet. Both systems are labeled 'FILMATO' (filmed).

FILMATO

FILMATO

35

❖ Soluzioni per l'allestimento ordini (picking) Oss. MH2

Politecnico di Milano, Osservatorio MH (2)
Per informazioni e-mail: osservatorio.mh@polimi.it

The diagram illustrates various picking solutions. It features several images and labels: 'Righe/gg' (rows/shelves) with an image of a warehouse aisle; 'Pick to box' with an image of a worker picking items into a box; 'Sorting massivo' (massive sorting) with a yellow oval; 'Op. vs mat.' (operator vs material) with a blue oval; 'Mat. vs op.' (material vs operator) with a pink oval; and 'Referenze' (references) with an image of a worker at a workstation.

Righe/gg

Pick to box

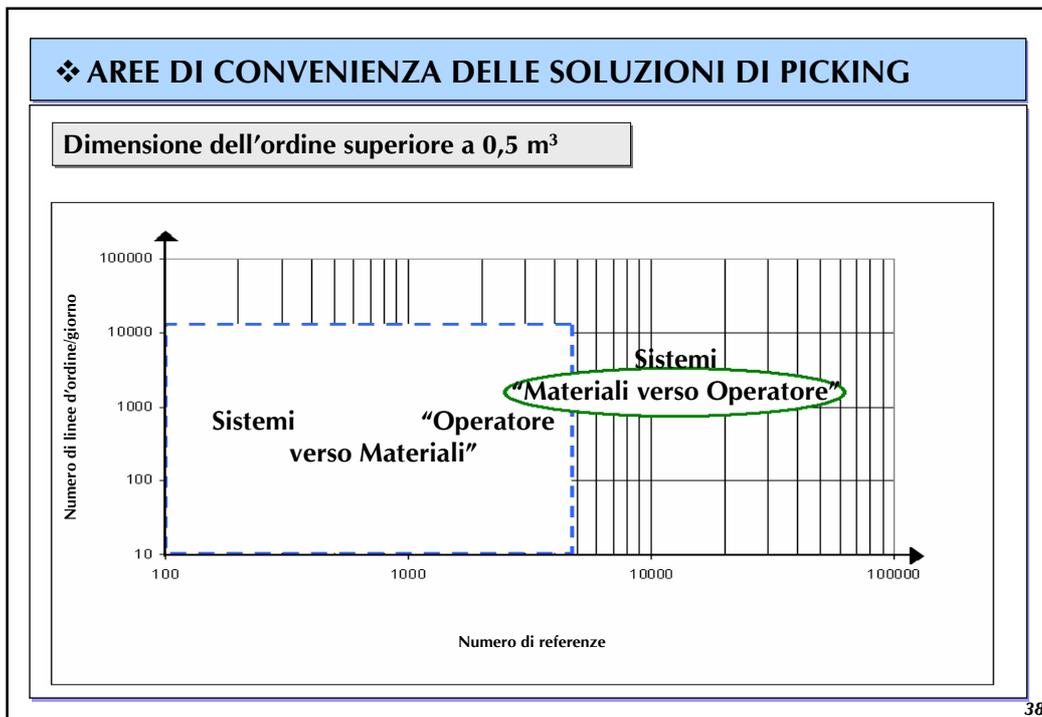
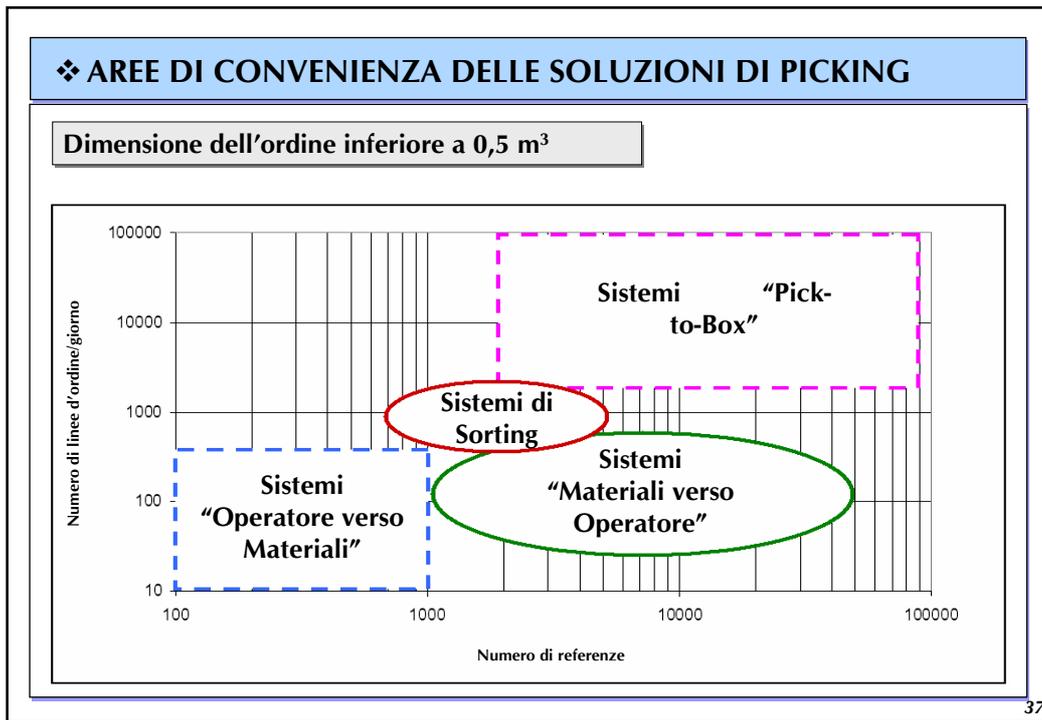
Sorting massivo

Op. vs mat.

Mat. vs op.

Referenze

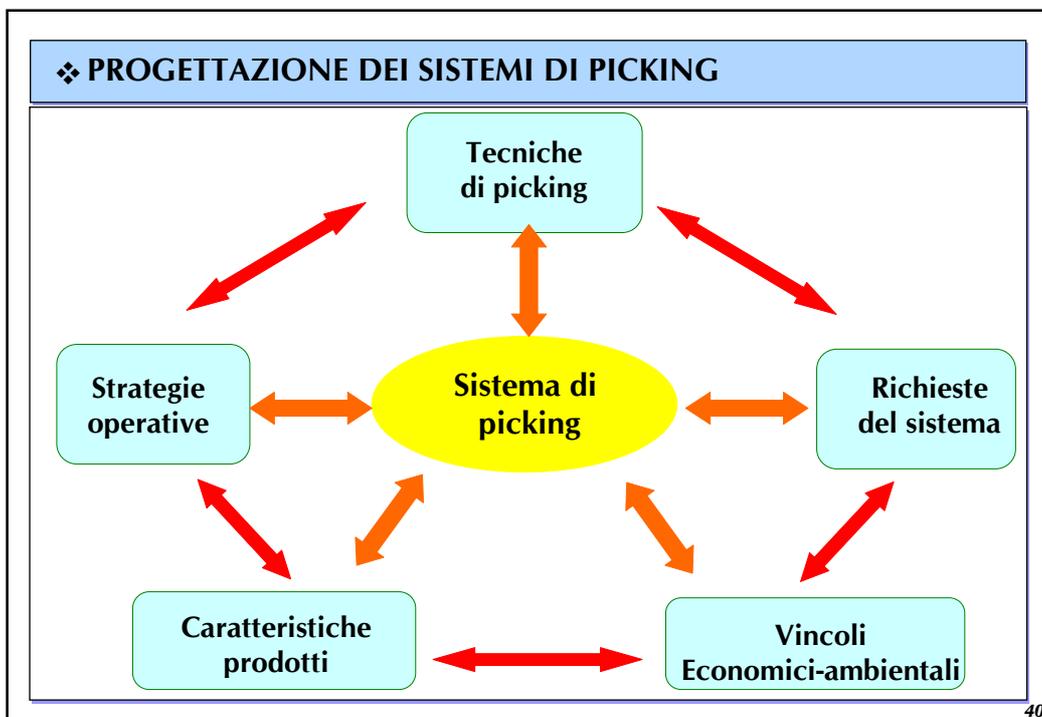
36

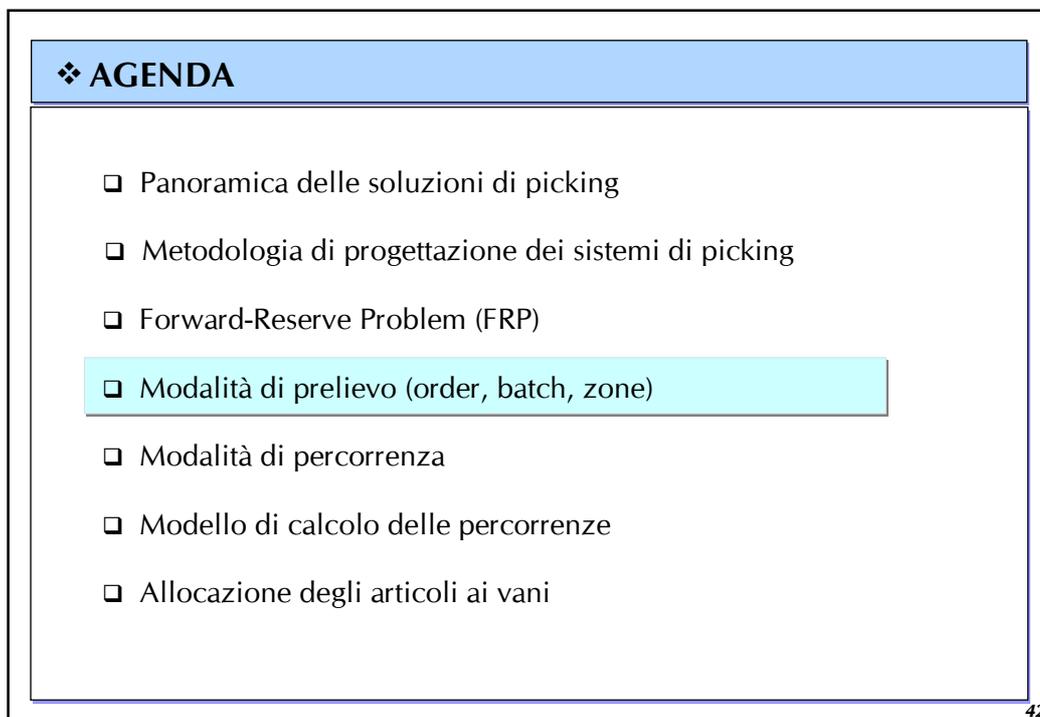


❖ AGENDA

- ❑ Panoramica delle soluzioni di picking
- ❑ Metodologia di progettazione dei sistemi di picking
- ❑ Forward-Reserve Problem (FRP)
- ❑ Modalità di prelievo (order, batch, zone)
- ❑ Modalità di percorrenza
- ❑ Modello di calcolo delle percorrenze
- ❑ Allocazione degli articoli ai vani

39





❖ LA LOGICA DI PICKING

➤ Order Picking

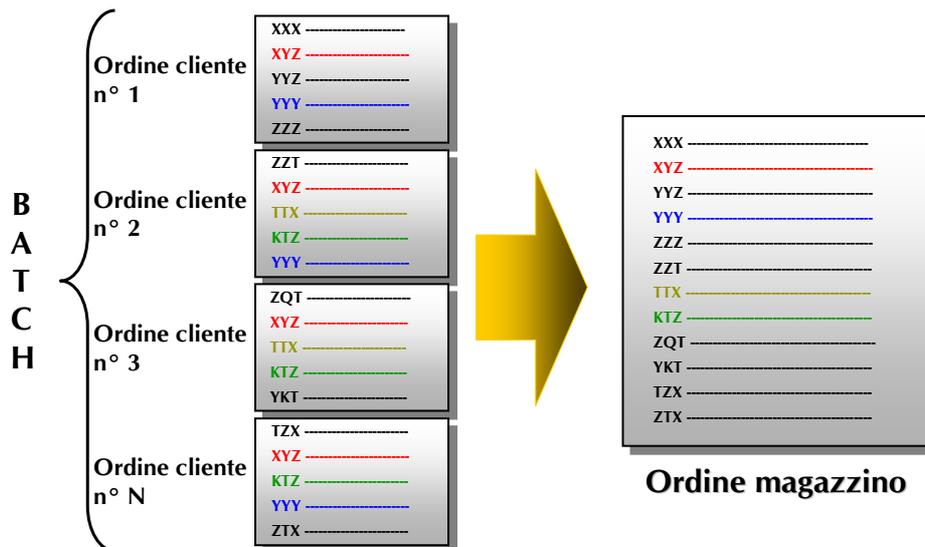
La missione dei singoli operatori consiste nell'evasione di un ordine completo o di una frazione di ordine.

➤ Batch Picking

La missione dei singoli operatori consiste nell'evasione di un lotto di ordini completi o di un lotto di frazioni di ordini.

43

❖ LA SOVRAPPOSIZIONE DELLE LINEE D'ORDINE



44

❖ BATCH PICKING

Criteri di formazione del batch:

- **dimensione:** tale da consentire l'evasione in una singola missione (o più missioni in parallelo nel caso di zone picking)
- **scelta ordini:**
 - FIFO
 - Algoritmi di ottimizzazione (min numero di fermate, min percorrenza, ...)
 - Destinazione
 - Urgenza

45

❖ GLI ASPETTI POSITIVI DEL BATCH PICKING

Vantaggi

- Incremento della densità dei prelievi (riduzione della distanza media tra due punti di prelievo consecutivi);
- Raggruppando nel batch più linee d'ordine dello stesso articolo si riduce:
 - il numero di fermate ;
 - il tempo di prelievo nel caso di pezzi di dimensioni tali da poter essere presi più di uno alla volta;
- Incremento dello spazio utilizzato del contenitore di picking e conseguente riduzione del numero di missioni;
- Riduzione degli errori di prelievo in quanto con il sorting si introduce un ulteriore controllo.

46

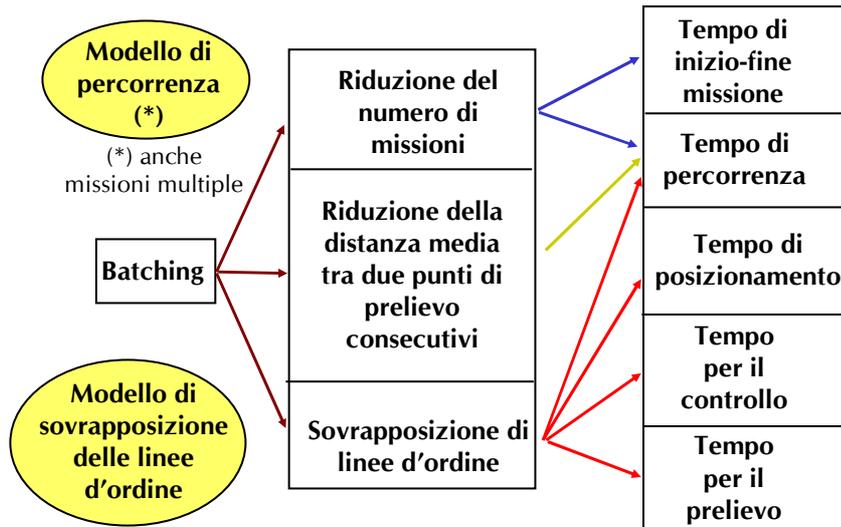
❖ GLI ASPETTI NEGATIVI DEL BATCH PICKING

Svantaggi

- Maggiore tempo e spazio per il sorting
- Maggiore complessità gestionale (assegnazione delle missioni agli operatori)
- Possibilità di introdurre errori di scambio destinazione

47

❖ L'IMPATTO DEL BATCHING SUL TEMPO DI PRELIEVO



48

❖ SORTING

Sorting

E' il processo mediante il quale gli articoli prelevati sono suddivisi in base alla loro destinazione (cliente, zona geografica,...)

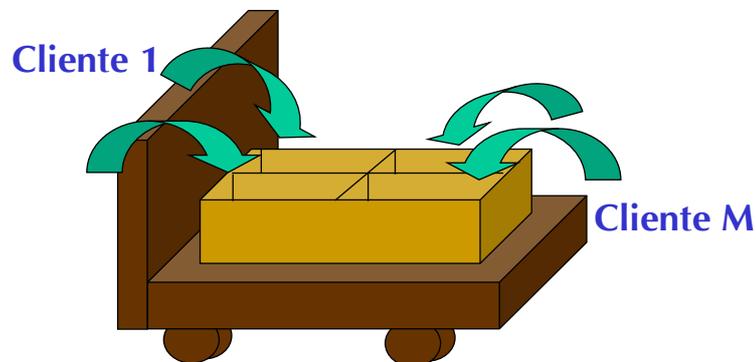
Due modalità operative:

- sorting contestuale al prelievo
- sorting differito
 - sorting manuale
 - sorting automatizzato

49

❖ SORTING CONTESTUALE AL PRELIEVO

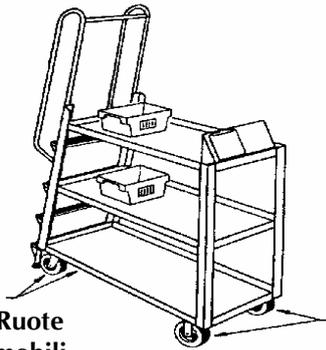
**Deposizione degli oggetti in contenitori
distinti per cliente**



50

❖ SORTING CONTESTUALE AL PRELIEVO

I materiali prelevati vengono depositati in contenitori distinti per cliente



Ruote mobili

Ruote fisse



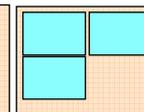
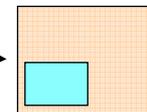
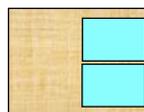
51

❖ SORTING DIFFERITO MANUALE

DAL PICKING



cliente 1

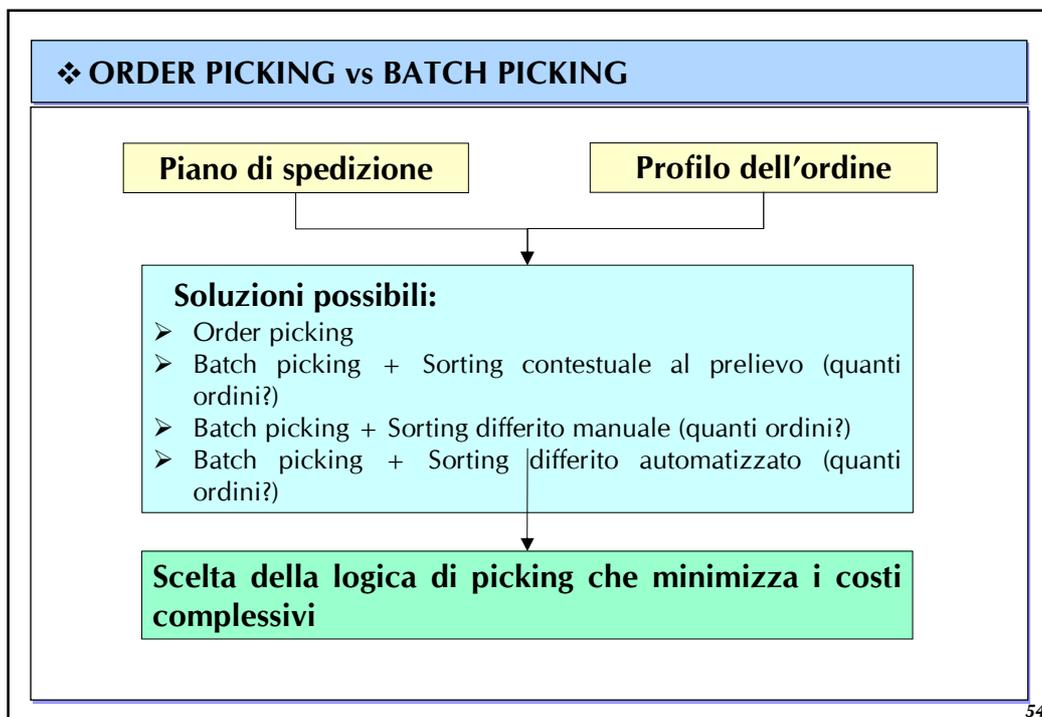
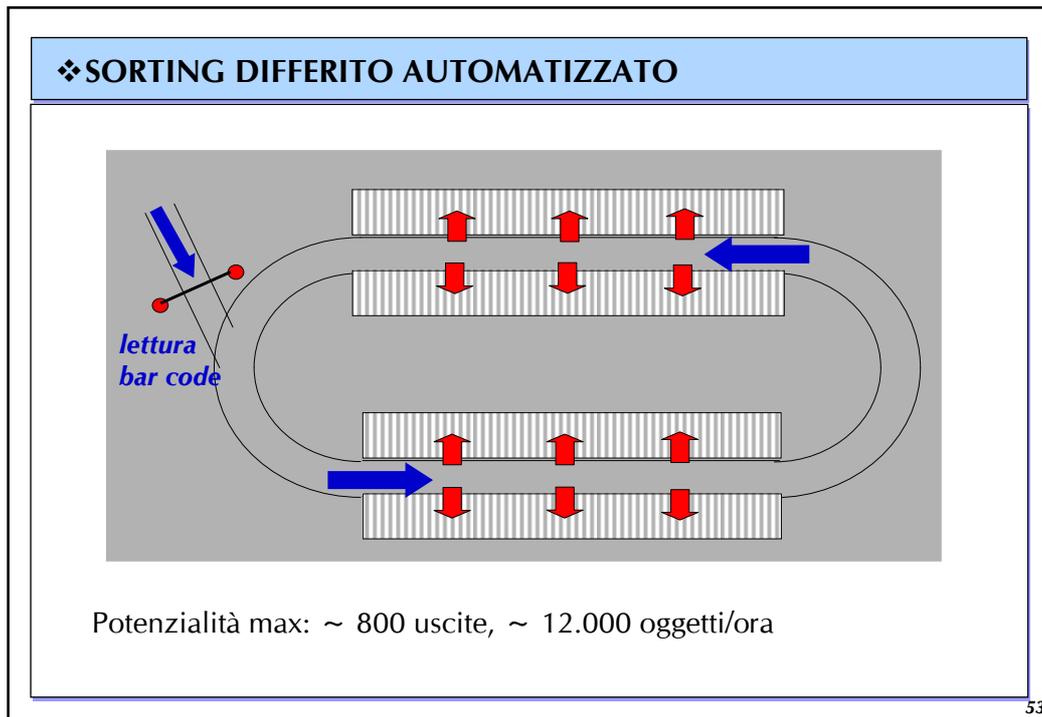


cliente 2

cliente 3

...

52



❖ ORDER PICKING vs BATCH PICKING

Parametri rilevanti:

- Volume dell'ordine [m³]
- Rilevanza del tempo di percorrenza (order picking)
- Modalità di sorting
- Numero di ordini in un batch

55

❖ ZONE PICKING

ZONE PICKING: Sistema di picking ripartito in zone presidiate da operatori diversi

Obiettivo primario: ridurre i percorsi degli operatori

Obiettivo secondario: bilanciare il carico di lavoro degli operatori

Due modalità di assegnazione delle missioni ai picker:

1. missioni assegnate per zone prefissate (una tantum)
2. missioni assegnate per zone definite dinamicamente

56

❖ ZONE-PICKING - VANTAGGI E SVANTAGGI

Vantaggi:

- facilità nella ricerca degli articoli e nella individuazione della sequenza ottimale dei punti di prelievo (sistemi manuali);
- Riduzione del volume dell'ordine relativo ad ogni singolo operatore: possibilità di aumentare il batch di ordini evasi congiuntamente ed i relativi vantaggi;
- Riduzione del tempo totale di evasione dell'ordine nel caso di picking parallelo (N.B. Tempo aggiuntivo di consolidamento).

Svantaggi:

- Richiede attività di consolidamento (area e tempo);
- Aumento dell'area di smistamento con la dimensione batch.

57

❖ AGENDA

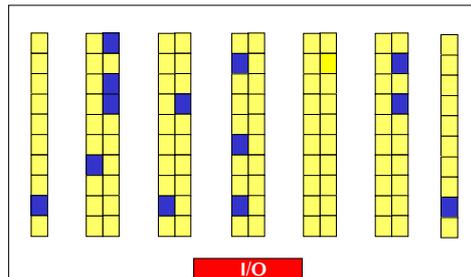
- Panoramica delle soluzioni di picking
- Metodologia di progettazione dei sistemi di picking
- Forward-Reserve Problem (FRP)
- Modalità di prelievo (order, batch, zone)
- Modalità di percorrenza
- Modello di calcolo delle percorrenze
- Allocazione degli articoli ai vani

58

❖ LE POLITICHE DI ROUTING - IL PROBLEMA

Giro di prelievo Sequenza di prelievo degli articoli di un determinato ordine

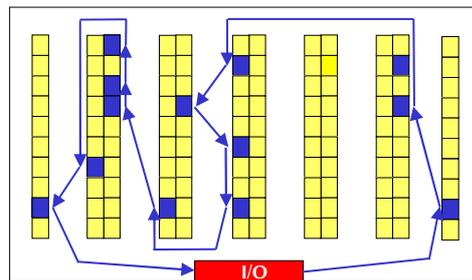
Scopo Minimizzare la lunghezza del giro di prelievo (Input - Vani di prelievo - Output)



59

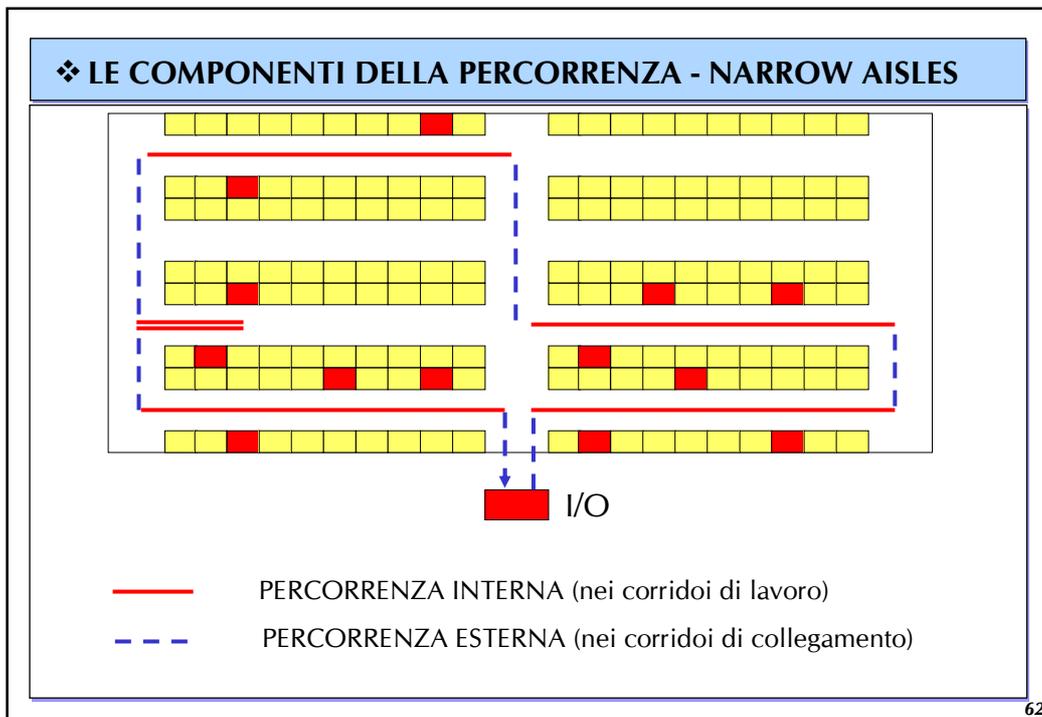
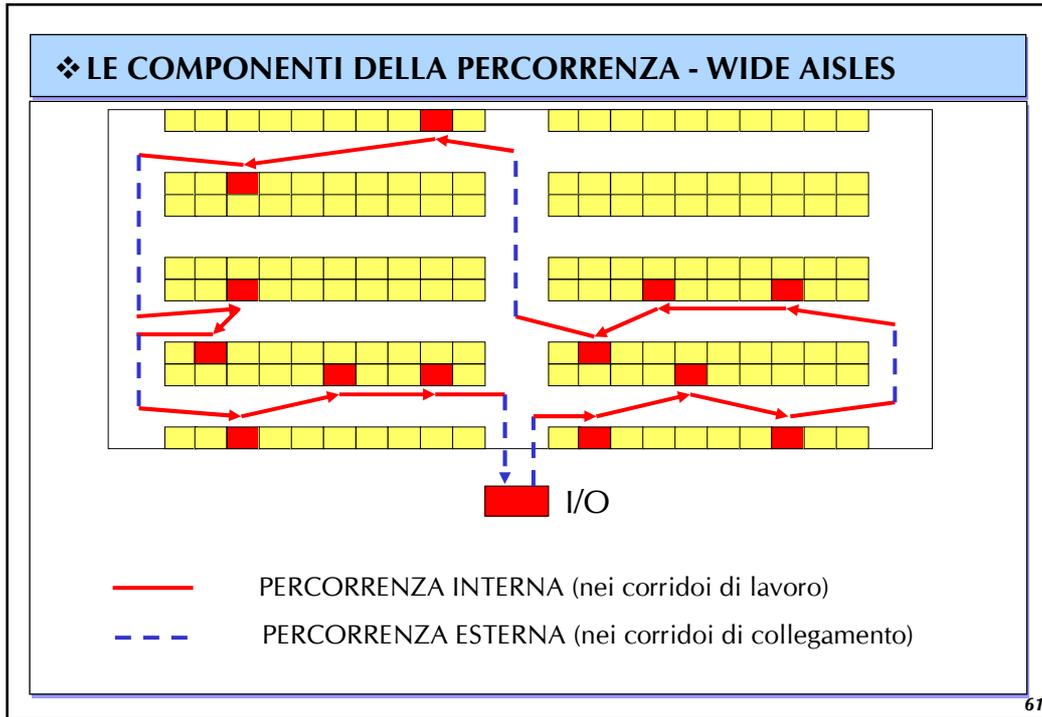
❖ LE POLITICHE DI ROUTING - IL PROBLEMA

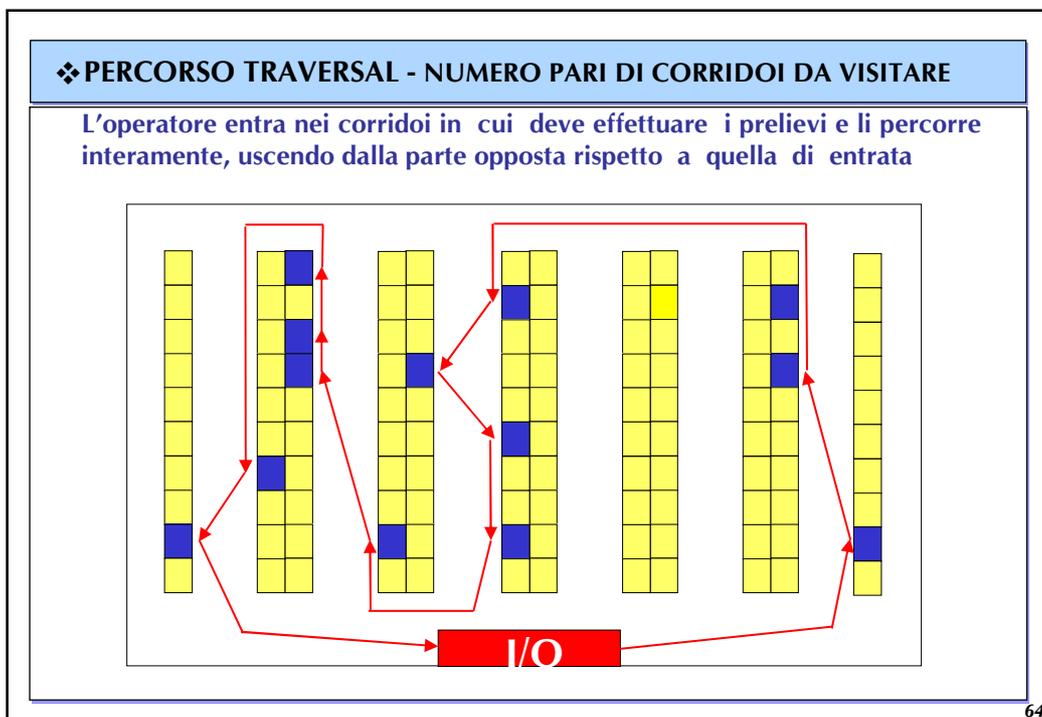
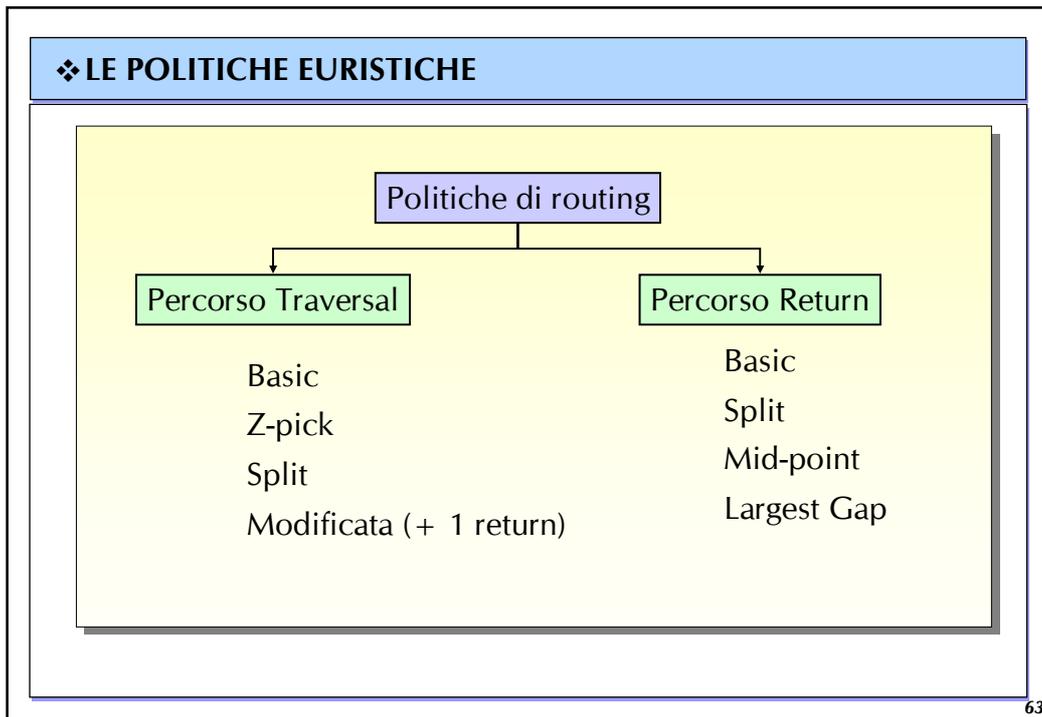
Esempio di un giro di prelievo



La percorrenza all'interno del magazzino per eseguire il prelievo manuale è un esempio del Problema del Commesso Viaggiatore (TSP) dove il viaggio avviene nei corridoi

60





❖ IL PERCORSO RETURN

L'operatore entra nei corridoi in cui deve effettuare i prelievi e percorre ciascun corridoio fino alla posizione di prelievo più lontana, ritorna indietro ed esce sul medesimo corridoio di collegamento da cui e' entrato

65

❖ IL PERCORSO MID POINT RETURN

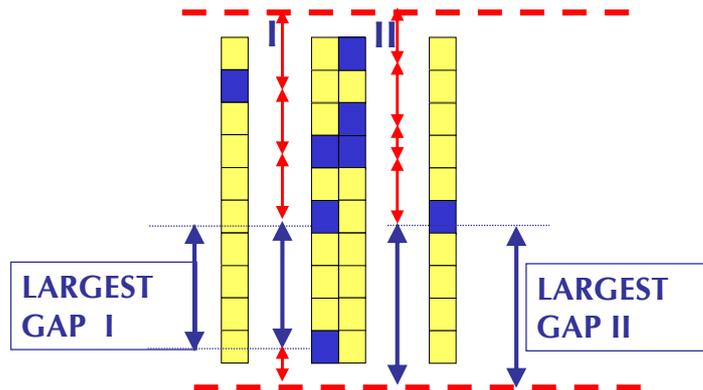
L'area di picking viene divisa in due parti, "tagliando" (a metà) i corridoi di lavoro. In ciascuna parte l'operatore effettua i prelievi con percorsi di tipo return. La missione viene completata da due percorsi di tipo traversal, che vengono effettuati nel primo corridoio da visitare a sinistra e nell'ultimo da visitare a destra, rispetto al fronte di I/O.

66

❖ IL PERCORSO LARGEST-GAP RETURN

Si determina per ciascun corridoio in cui occorre effettuare prelievi il "largest gap", ossia la massima fra le seguenti distanze:

- dal punto di ingresso nel corridoio alla prima posizione di prelievo
- fra ciascuna posizione di prelievo e la posizione di prelievo contigua
- fra l'ultima posizione di prelievo ed il punto di uscita dal corridoio

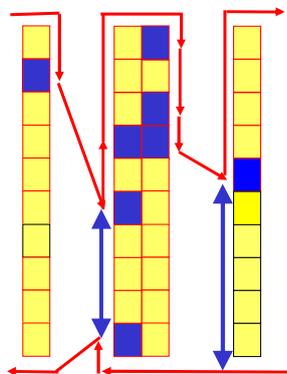


67

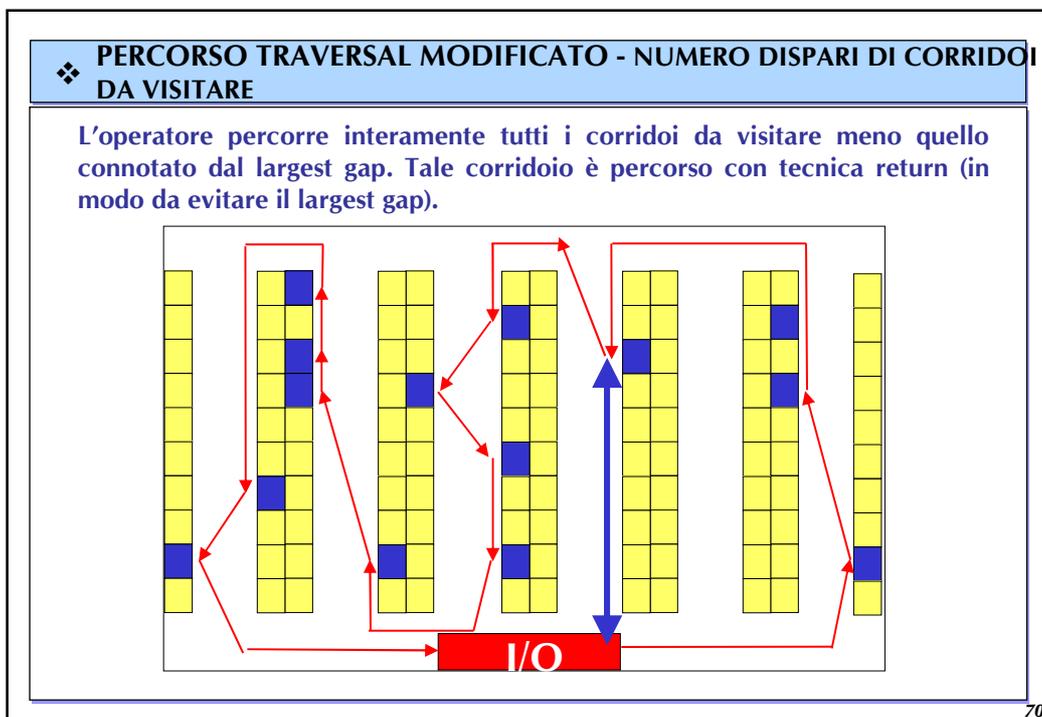
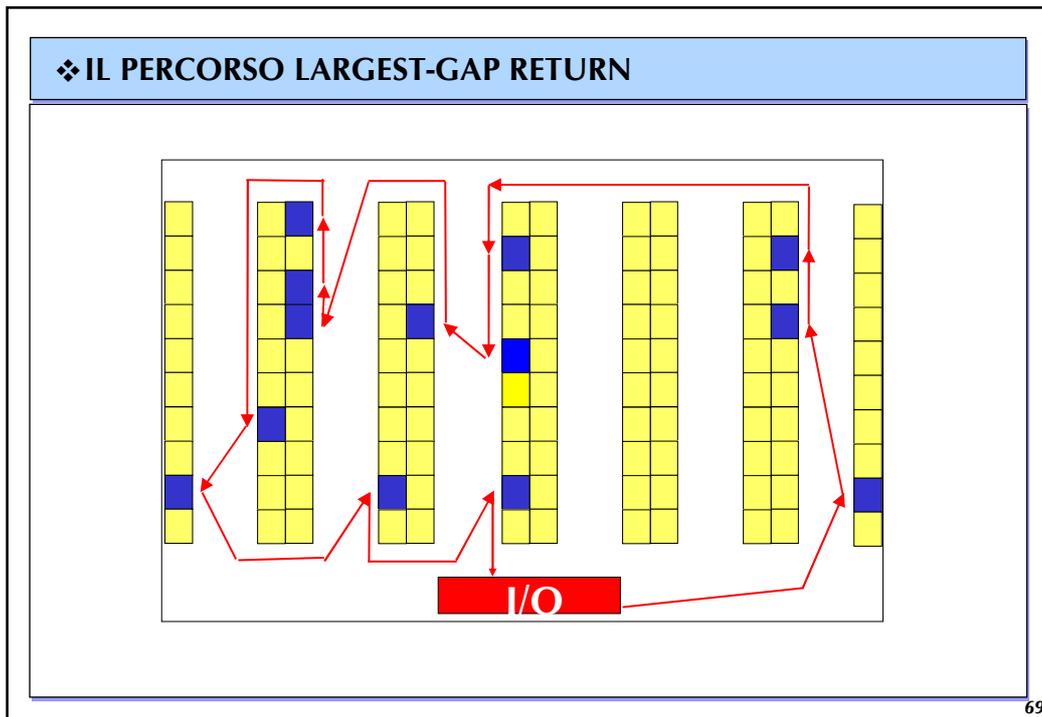
❖ IL PERCORSO LARGEST-GAP RETURN

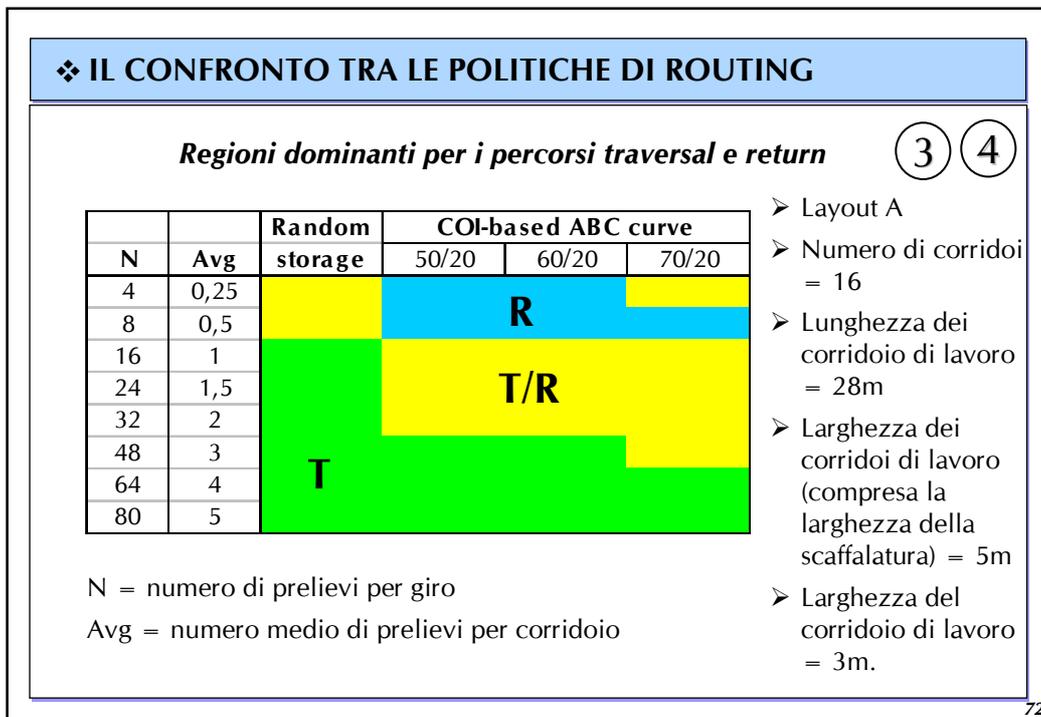
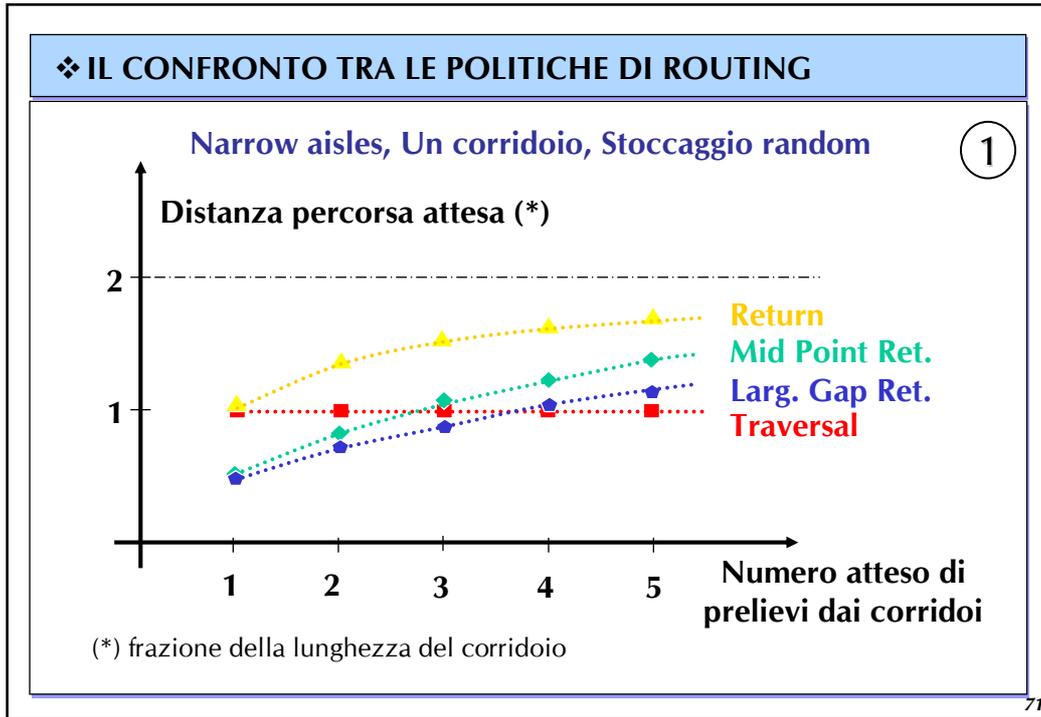
Obiettivo: non fare percorrere al picker il largest gap dei corridoi da visitare (salvo i due corridoi "estremi").

Procedura: a seconda dei casi, il picker accederà a ciascun corridoio da visitare da uno o da entrambi i corridoi di collegamento, effettuando percorsi di tipo "return". La missione è completata da due percorsi di tipo traversal nei corridoi "estremi".



68





❖ I CONFRONTI TRA LE POLITICHE DI ROUTING

Regioni dominanti per i percorsi traversal e return (3) (4)

N	Avg	Random storage	COI-based ABC curve		
			50/20	60/20	70/20
4	0,5		R		
8	1		T/R		
16	2				
24	3				
32	4				
48	6		T		
64	8				
80	10				

N = numero di prelievi per giro
Avg = numero medio di prelievi per corridoio

- Layout A
- Numero di corridoi = 8
- Lunghezza dei corridoi di lavoro = 28 m
- Larghezza dei corridoi di lavoro (compresa la larghezza della scaffalatura) = 5 m
- Larghezza dei corridoi di collegamento = 3m

73

❖ AGENDA

- Panoramica delle soluzioni di picking
- Metodologia di progettazione dei sistemi di picking
- Forward-Reserve Problem (FRP)
- Modalità di prelievo (order, batch, zone)
- Modalità di percorrenza
- Modello di calcolo delle percorrenze
- Allocazione degli articoli ai vani

74

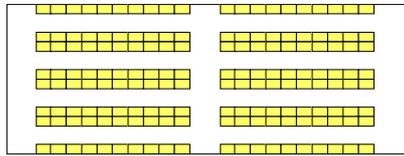
❖ IL TEMPO MDO PER EFFETTUARE LE MISSIONI DI PICKING

- **Tempi di inizio-fine missione**
 - Acquisizione e lettura lista di prelievo
 - Presa e deposito contenitore di picking
- **Tempi di percorrenza**
- **Tempi di prelievo**
 - Lettura e spunta lista di prelievo
 - Posizionamento alle postazioni di prelievo
 - Prelievo articoli dal vano e deposito articoli nel contenitore
- **Tempi di attesa per congestione**

75

❖ UN ESEMPIO DI APPLICAZIONE DEL MODELLO

Situazione di Riferimento:

- Carico di lavoro per missione compatibile con il vincolo di capacità del contenitore di picking
- Configurazione Layout:

I/O ■
- Corridoi stretti
- Schema di percorrenza: Traversal

76

❖ LA PROBABILITA' DI ACCESSO AI CORRIDOI

L'allocazione dei vani agli articoli definisce la probabilità di accesso a ciascuno dei corridoi
 (p_i per $i = 1, \dots, a$, essendo a il numero di corridoi)

The diagram illustrates a warehouse layout with two main aisles, each containing five rows of yellow storage bins. The aisles are labeled p_1 and p_2 at the bottom, and p_3 and p_4 on the left side. The top right aisle is labeled p_a . A red square at the bottom center is labeled "I/O".

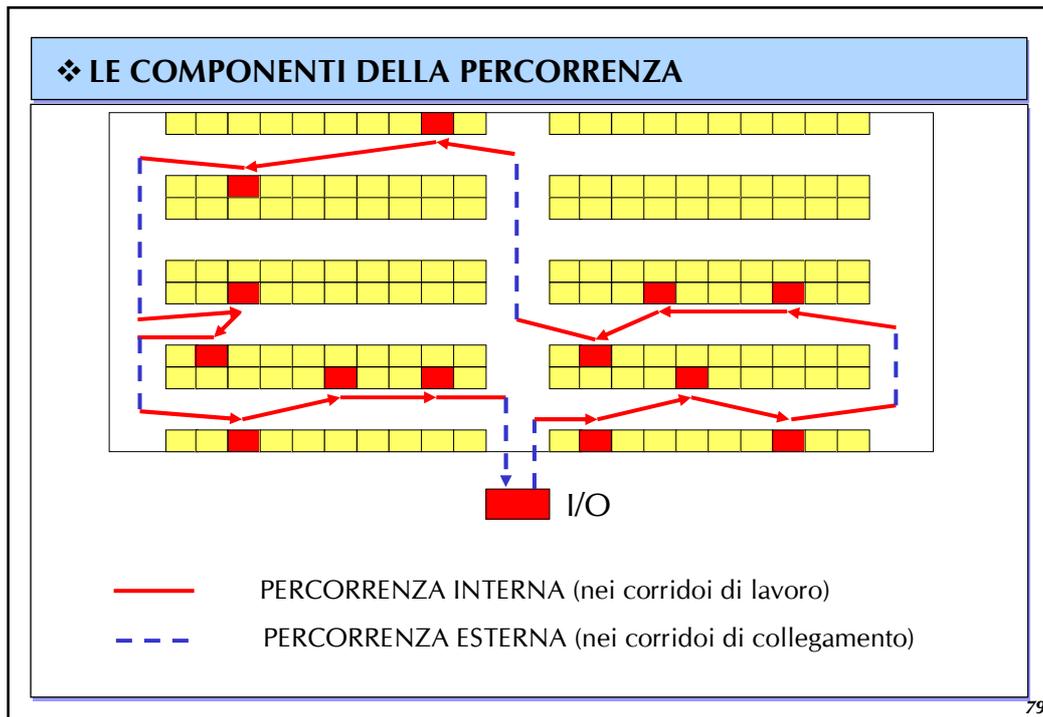
77

❖ IL PERCORSO TRAVERSAL

Numero dispari di corridoi da visitare in un settore

The diagram shows a warehouse layout with two main aisles, each containing five rows of yellow storage bins. A path is shown with arrows, starting from the I/O area (red square) and visiting several bins (red squares) in a sequence. A blue double-headed arrow indicates the "LARGEST GAP" between two bins. The I/O area is labeled "I/O".

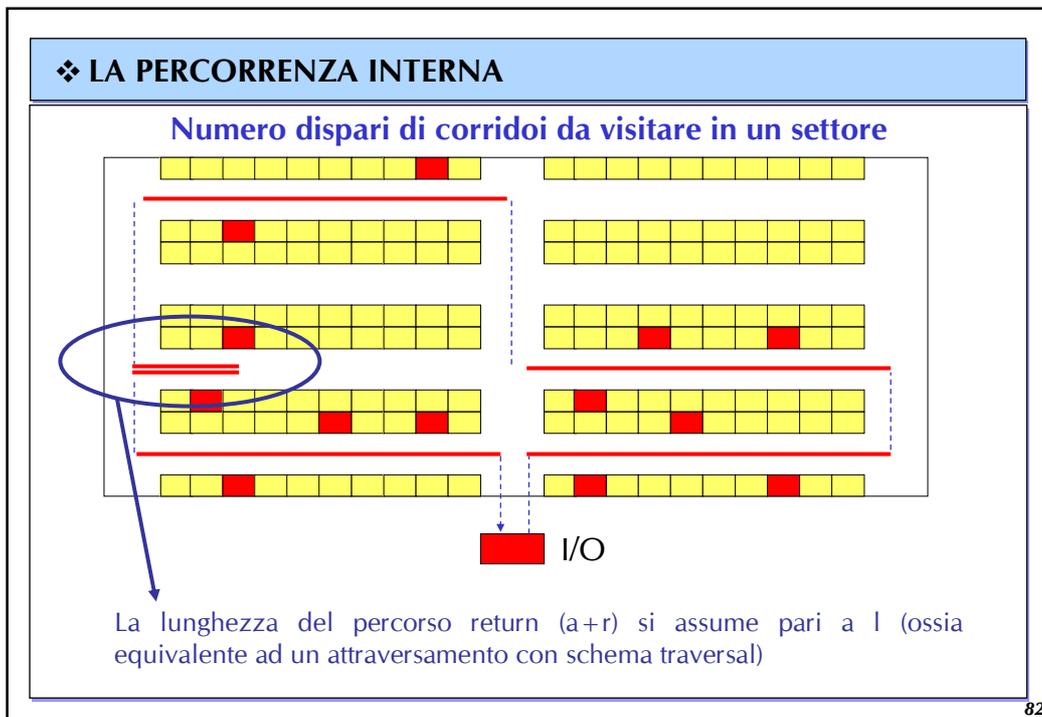
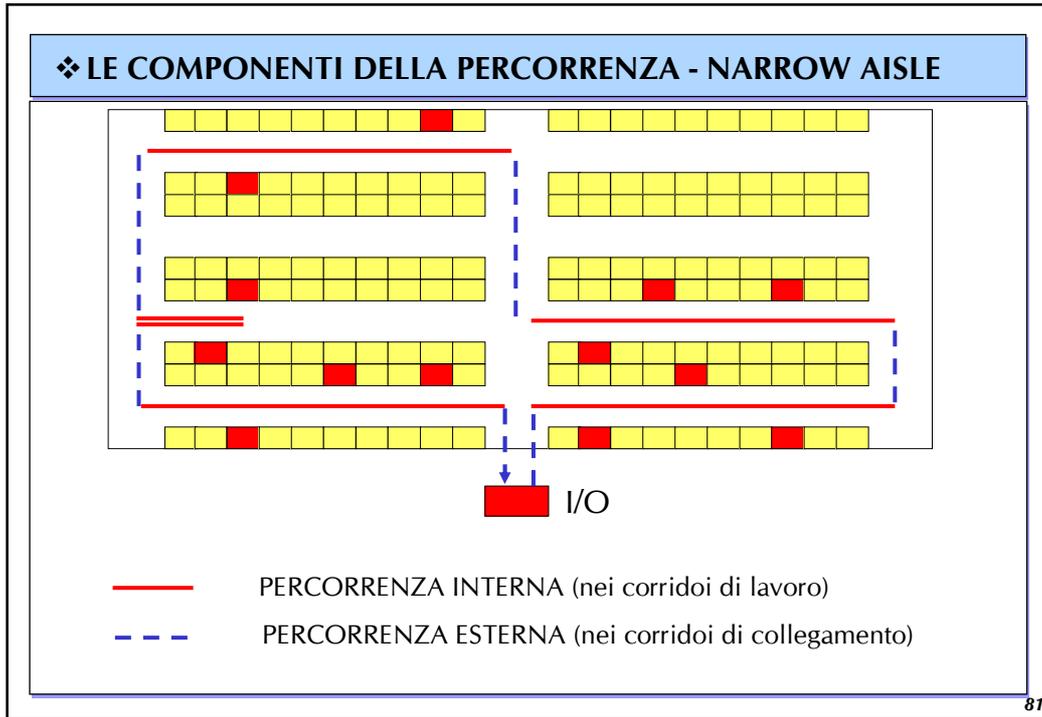
78

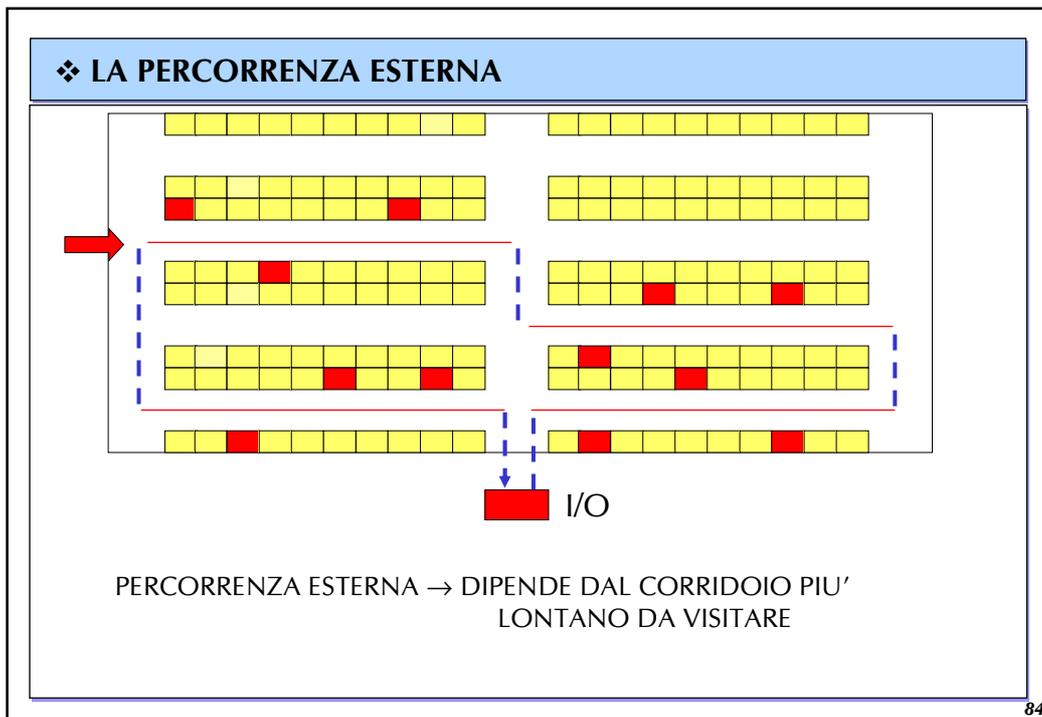
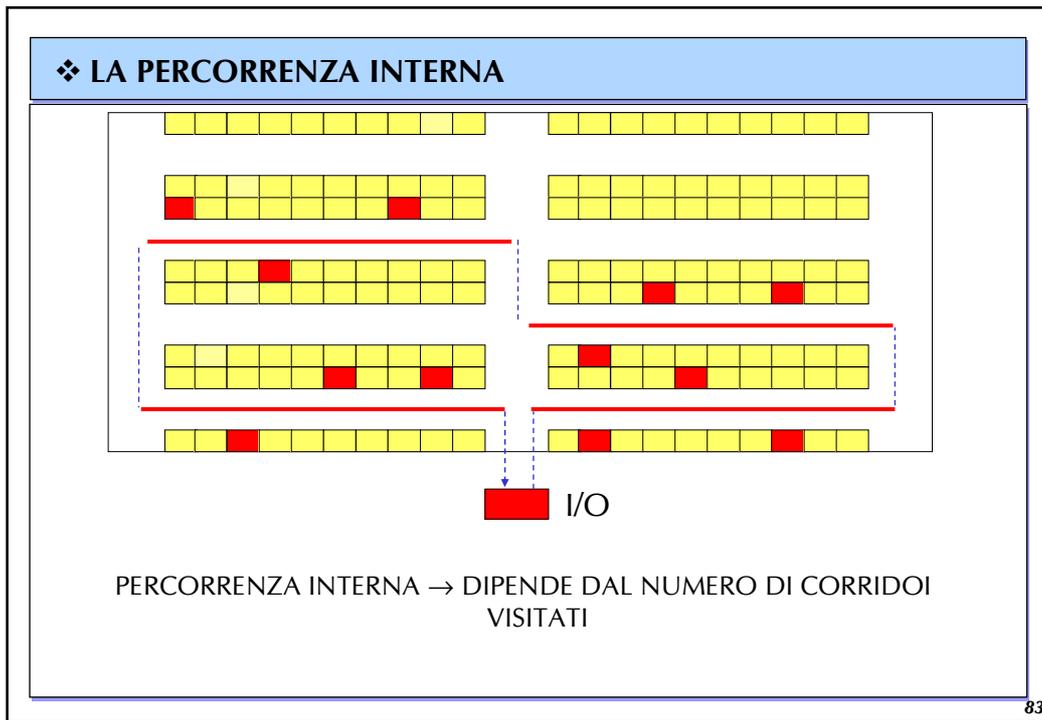


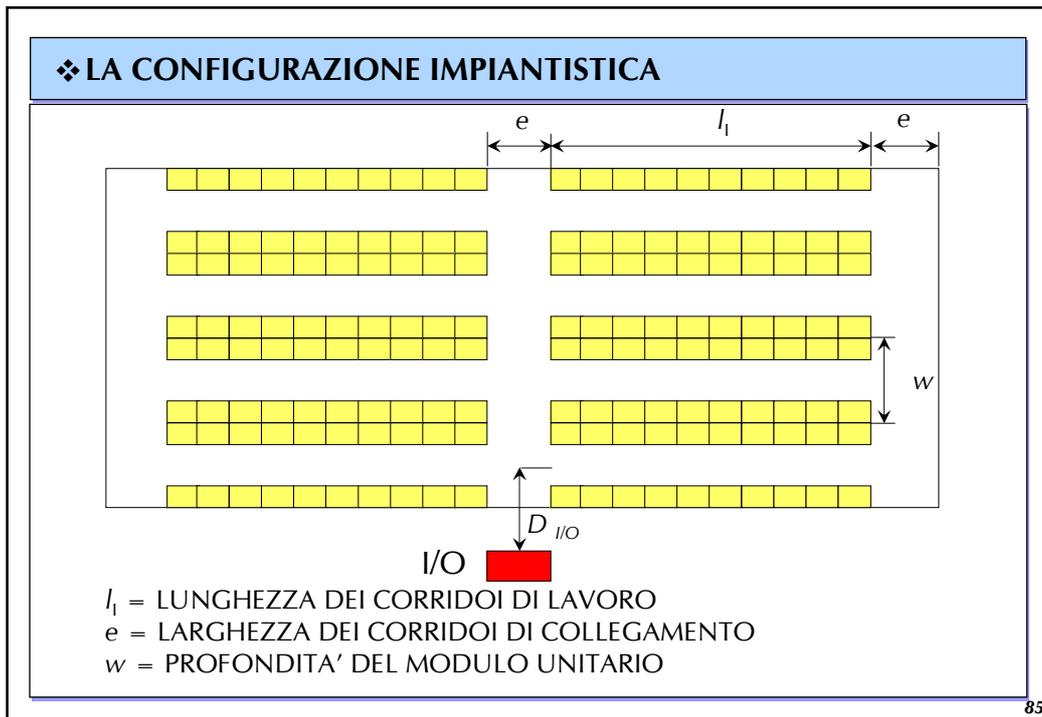
❖ LA CONFIGURAZIONE NARROW-AISLE

La percorrenza aggiuntiva connessa all'attraversamento dei corridoi di lavoro (per prelevare da vani collocati sulle scaffalature contrapposte) e' trascurabile rispetto alla percorrenza lungo la mezzeria del corridoio di lavoro

80







❖ IL NUMERO ATTESO DI CORRIDOI DA VISITARE

Equiprob. accesso ai corridoi

$$v = a \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{1}{a} \right)^N \right]$$

v	Numero atteso di corridoi da visitare per prelevare N linee per missione
a	Numero di corridoi
$\frac{1}{a}$	Probabilità di accesso ad un corridoio
$\left(1 - \frac{1}{a} \right)$	Probabilità che un prelievo non interessi il corridoio
$\left(1 - \frac{1}{a} \right)^N$	Probabilità che N prelievi non interessino il corridoio
$1 - \left(1 - \frac{1}{a} \right)^N$	Probabilità che almeno un prelievo su N interessi il corridoio

86

❖ IL NUMERO ATTESO DI CORRIDOI DA VISITARE : ESEMPIO

Equiprob.
accesso ai
corridoi

$$v = a \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{1}{a} \right)^N \right]$$

v Numero atteso di corridoi da visitare per prelevare N linee per missione

a Numero di corridoi

Esempio : $v = 12 \cdot \left[1 - \left(\frac{11}{12} \right)^8 \right] = 6,02$ corridoi

12 corridoi ; 8 prelievi

87

❖ LA PROBABILITA' DI ACCESSO AI CORRIDOI

L'allocazione dei vani agli articoli definisce la probabilità di accesso a ciascuno dei corridoi

(p_i per $i = 1, \dots, a$, essendo a il numero di corridoi)

88

❖ IL NUMERO ATTESO DI CORRIDOI DA VISITARE

$$v = \sum_{i=1}^a (1 - \{1 - [p_i]\}^N)$$

v	Numero atteso di corridoi da visitare per prelevare N linee per missione
a	Numero di corridoi
p_i	Probabilità di accesso al corridoio i -esimo
$1 - p_i$	Probabilità che un prelievo non interessi il corridoio i -esimo
$\{1 - p_i\}^N$	Probabilità che N prelievi non interessino il corridoio i -esimo
$1 - \{1 - p_i\}^N$	Probabilità che almeno un prelievo su N interessi il corridoio i -esimo

89

❖ IL NUMERO ATTESO DI CORRIDOI DA VISITARE : ESEMPIO

$$v = \sum_{i=1}^a (1 - \{1 - [p_i]\}^N)$$

v	Numero atteso di corridoi da visitare per prelevare 5 linee con sistema composto da 8 corridoi ($a=8$)
p_i	Probabilità di accesso al corridoio i -esimo = 0,16 , 0,15, 0,15, 0,13, 0,11, 0,11, 0,10, 0,09

$$v = [1 - (1 - 0,16)^5] + [1 - (1 - 0,15)^5] + \dots + [1 - (1 - 0,10)^5] + [1 - (1 - 0,09)^5] = 4,13$$

90

❖ LA COPPIA DI CORRIDOI DA VISITARE PIU' LONTANA - LAYOUT A

Equiprob. accesso ai corridoi	$f = \sum_{j=2}^{a/2} \left\{ (j-1) \cdot \left[\left(\frac{2j}{a} \right)^N - \left(\frac{2j-2}{a} \right)^N \right] \right\}$
f	Numero atteso della coppia di corridoi da visitare più distante dal punto di I/O, dato un numero di linee per missione pari ad N
$\frac{2j}{a}$	Probabilità che un prelievo sia compreso nelle coppie di corridoi aventi indice $\leq 2j$
$\left(\frac{2j}{a} \right)^N$	Probabilità che N prelievi siano compresi nelle coppie di corridoi aventi indice $\leq 2j$
$\left(\frac{2j}{a} \right)^N - \left(\frac{2j-2}{a} \right)^N$	Probabilità che la coppia di corridoi j -esima sia la coppia da visitare più distante dal punto di I/O, date N linee per missione

91

❖ LA COPPIA DI CORRIDOI DA VISITARE PIU' LONTANA - LAYOUT A

Equiprob. accesso ai corridoi	$f = \sum_{j=2}^{a/2} \left\{ (j-1) \cdot \left[\left(\frac{2j}{a} \right)^N - \left(\frac{2j-2}{a} \right)^N \right] \right\}$
f	Numero atteso della coppia di corridoi da visitare più distante dal punto di I/O, dato un numero di linee per missione pari ad N
Esempio : 8 corridoi, 6 prelievi per missione	
$f = 0 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^6 + 1 \cdot \left[\left(\frac{2}{4} \right)^6 - \left(\frac{1}{4} \right)^6 \right] + 2 \cdot \left[\left(\frac{3}{4} \right)^6 - \left(\frac{2}{4} \right)^6 \right] + 3 \cdot \left[1 - \left(\frac{3}{4} \right)^6 \right] =$ $f = 0 + 0,015 + 0,3247 + 2,4666 = 2,8063$	
Se N elevati si può approssimare pari al massimo possibile che nel caso esaminato è pari a 3 (vista la scelta del punto iniziale per il calcolo)	

92

❖ LA COPPIA DI CORRIDOI DA VISITARE PIU' LONTANA

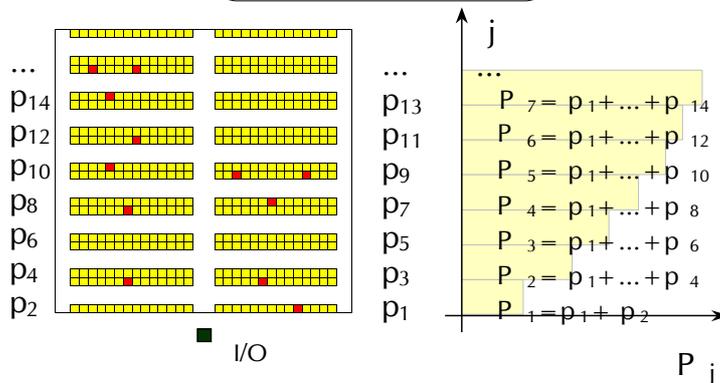
$$f = \sum_{j=2}^{a/2} (j-1) \left\{ \left[F\left(\frac{2j}{a}\right) \right]^N - \left[F\left(\frac{2j-2}{a}\right) \right]^N \right\}$$

- f Numero atteso della coppia di corridoi da visitare più distante dal punto di i/o, dato un numero di linee per missione pari ad N
- $F\left(\frac{2j}{a}\right)$ Probabilità che un prelievo sia compreso nelle coppie di corridoi aventi indice $\leq 2j$
- $\left[F\left(\frac{2j}{a}\right)\right]^N$ Probabilità che N prelievi siano compresi nelle coppie di corridoi aventi indice $\leq 2j$
- $\left[F\left(\frac{2j}{a}\right)\right]^N - \left[F\left(\frac{2j-2}{a}\right)\right]^N$ Probabilità che la coppia di corridoi j -esima sia la coppia da visitare più distante dal punto di i/o, dato un numero di linee per missione pari ad N

93

❖ DETERMINAZIONE DI $F(2j/a)$

$$F\left(\frac{2j}{a}\right) = \sum_{i=1}^{2j} p_i$$



94

❖ IL VALORE ATTESO DELLA PERCORRENZA

$$D_I(N) = (l + e) \cdot v$$

$$D_E(N) = 2 \cdot f \cdot w + 2 \cdot D_{I/O}$$

$D_I(N)$: Valore atteso della percorrenza interna per prelevare N linee
 $D_E(N)$: Valore atteso della percorrenza esterna per prelevare N linee

$$D = D_I + D_E = \sum_{N=1}^{+\infty} [M(N) \cdot D(N)]$$

$M(N)$: Frequenza di prelievo di N linee in una missione

95

