Metodi Probabilistici Statistici e Processi Stocastici
12 Novembre 2004
I prova intermedia

Nome:____

Cognome:____

Matricola:____

Scrivete la vostra risposta ufficiale nello spazio apposito. Giustificate la risposta scrivendo i calcoli ed il procedimento utilizzato o nei medesimi spazi o sul foglio di brutta. Risultati non giustificati non verranno considerati.

State realizzando un software per predire il profitto della vostra azienda, basandovi sul numero di ordinativi. Innanzitutto sapete che il profitto della vostra azienda (y) varia in funzione del numero giornaliero di nuovi ordinativi come segue:

$$y(x) = x^2 - 2 \qquad \#$$

dove X è una variabile aleatoria distribuita come segue:

$$f(x,\theta) = \begin{cases} A \cdot \theta \cdot x^{\theta-1} & if \quad 0 < x < 4 \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad \#$$

con il valore di θ a priori uguale a 2.

- Determinate A

Dopo aver determinato A, volete stimare i momenti di X e Y. Per farlo avete a disposizione un generatore ideale di numeri casuali tra 0 e 1, lo utilizzate per generare 10 numeri casuali. Ottenete:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0.742 \\ 0.111 \\ 0.363 \\ 0.426 \\ 0.846 \\ 0.675 \\ 0.206 \\ 0.297 \\ 0.431 \\ 0.558 \end{bmatrix} \qquad \#$$

- Stimate il valor medio e la varianza di X e Y. (Sugg.: dovete utilizzare il teorema di inversione del Metodo Monte Carlo e due stimatori corretti.)

Per vedere se aumentare o meno il numero di storie Monte Carlo, dovete vedere quanto i risultati siano lontani dai valori corretti. Decidete di trovare la distribuzione analitica di Y, mediante il teorema di cambio di variabile casuale.

- Determinate la distribuzione analitica di Y e stimate $E_x[Y]$. Vi sembra che sia il caso di aumentare il numero di storie Monte Carlo?

Vi viene fornita la seguente informazione sull'andamento delle ordinazioni dell'ultima settimana lavorativa: $1, 2, 2, 4, 4, 3$. Basandovi su questi dati, cercate di stimare il nuovo valore di θ.

- Utilizzate il metodo di massimizzazione della verosimiglianza per trovare il valore di θ basandovi su questi dati.
- Utilizzando invece il teorema di Bayes e una distribuzione a priori su θ uniforme tra 0 e 5, cosa ottenete? (Sugg.:

$$\int_0^4 \frac{1}{5}\cdot\frac{\alpha^7}{\left(4^\alpha\right)^6}\cdot\left(2^{\alpha-1}\right)^2\cdot\left(4^{\alpha-1}\right)^2\cdot\frac{3^{\alpha-1}}{\displaystyle\int_0^5 \frac{1}{5}\cdot\frac{\alpha^6}{\left(4^\alpha\right)^6}\cdot\left(2^{\alpha-1}\right)^2\cdot\left(4^{\alpha-1}\right)^2\cdot 3^{\alpha-1}\,d\alpha}\,d\alpha = 2.119$$

)

- Paragonate i risultati dei due calcoli e il loro utilizzo rispetto alla nuova informazione.