Metodi Probabilistici Statistici e Processi Stocastici

17 Novembre 2005

I Prova intermedia

Nome:____

Cognome:____

Matricola:____

Scrivete la vostra risposta ufficiale nello spazio apposito. Giustificate la risposta scrivendo i calcoli ed il procedimento utilizzato o nei medesimi spazi o sul foglio di brutta. Risultati non giustificati non verranno considerati.

1. Le variabile casuale X è caratterizzata dalla densità

$$f_X(x) = k\left(x^{\frac{1}{4}}\right) \qquad \#$$

con $0 < X < 1$.

a. Determinate k

b. Determinate il Valore atteso di X

La variabile casuale Y è legata ad X dalla relazione:

$$Y = g(X) = 3X^{\frac{1}{2}} + 2 \qquad \#$$

c. Determinate la densità di Y, ovvero $f_Y(y)$

d. Determinate il valore atteso di Y con l'approssimazione del 2^o ordine.

---

a.

b.

c.

d.

2. Siete incaricati di controllare la qualità delle merci ed effettuare una previsione sui costi dell'inefficienza produttiva per il prossimo anno. Il vostro cliente non accetta la presenza di difetti, quindi i prodotti sono o rigettati o accettati. I dati dello scorso anno vi portano a utilizzare una distribuzione beta di parametri $r = 5000$ e $q = 50000$. Quest'anno saranno prodotti altri $N = 10000$ pezzi:

a. Quanti vi aspettate che siano difettosi? (Utilizzate $n = \widehat{p}N$ dove $\widehat{p}$ è la probabilità attesa di difetto come da distribuzione beta assegnata a priori).

b. Se per ogni pezzo non accettato avete una perdita di $c = 100EUR$, quanto vi aspettate di perdere?

Al termine dell'anno lavorativo le verifiche vi dicono che i pezzi difettosi sono risultati 500.

c. Qual è la nuova distribuzione di p aggiornata dopo l'evidenza?

d. Qual è il nuovo valore atteso di p?

e. Quanto prevedete di perder l'anno successivo con la nuova densità su p, posto ancora $N = 10000$ e $c = 100EUR$?

---

a.

b.

c.

d.

e. .

3. Gli arrivi ad un supermecato si susseguono con una distribuzione di Poisson:

$$P(n; \lambda, T) = \frac{e^{-\lambda T}}{n!}(\lambda T)^n \qquad \#$$

dove λ è misurato in [1/anni]. Se negli ultimi 5 anni evete avuto i seguenti arrivi (in migliaia):

$$\begin{array}{c} 15 \\ 25 \\ 32 \\ 27 \\ 36 \end{array} \qquad \#$$

quanto è il tasso di arrivi λ misurato secondo il metodo della massima verosimiglianza?

---

4. Volete generate dei numeri dalla distribuzione:

$$f_X(x) = k\left(x^{\frac{1}{4}}\right) \qquad \#$$

con $0 < X < 1$, la stessa del primo problema.
Supponendo di avere a disposizione i seguenti 10 numeri casuali,

$$\begin{array}{c} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.33 \\ 0.41 \\ 0.5 \\ 0.67 \\ 0.76 \\ 0.8 \\ 0.9 \\ 0.93 \end{array} \qquad \#$$

a. Determinate i 10 valori corrispondenti di X
b. Determinate il corrispondente valor medio e la stima della varianza di X.

---

a.

b.

5. Considerando la seguente funzione generatrice dei momenti

$$\Psi(t) = e^{t+8t^3}$$ #

stabilite valor medio e varianza della variabile casuale X.