

Metodi Probabilistici Statistici e Processi Stocastici
13 Novembre 2006. Prima Prova Intermedia

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Il testo contiene 4 problemi. Scrivete la vostra risposta ufficiale nello spazio apposito. Giustificate la risposta scrivendo i calcoli ed il procedimento utilizzato o nei medesimi spazi o sul foglio di brutta. Risultati non giustificati non verranno considerati.

1 La variabile aleatoria X ($0 < X < 2$) è caratterizzata dalla densità:

$$f_X(x) = \frac{k}{x+1} \quad \#$$

La variabile aleatoria Y dipende da X attraverso la funzione:

$$y = g(x) = x^2 \quad \#$$

1.a Determinate k .

1.b Determinate la densità $f_Y(y)$

1.a

1.b

2 State indagando i tempi di arrivo di clienti ad un supermercato. L'evidenza degli ultimi 10 giorni mostra che sono arrivati 12000 clienti.

Supponete che gli arrivi seguano un processo di Poisson con un tasso λ [arrivi/ore] non noto.

2.a Se: 1) λ è caratterizzato da una distribuzione gamma, con valore atteso 110 arrivi/ora e deviazione standard pari a 20; 2) il supermercato è aperto dalle ore 9 alle ore 20 e 3) l'arrivo dei clienti è uniforme durante la giornata, trovate il valore atteso e la varianza di λ dopo l'evidenza

2.b Usando l'approccio classico, trovate lo stimatore di massima verosimiglianza di λ .

2.a

2.b

3 State investigando se la funzione

$$\psi_X(t) = e^{t^3+1}$$

#

possa essere la funzione generatrice dei momenti di una variabile aleatoria X .

Determinate:

3.a Il valore atteso di X .

3.b La varianza di X .

3.c Vi sembra che la risposta sia coerente con il fatto che $\psi_X(t)$ sia una funzione caratteristica?

3.a

3.b

3.c

4 La variabile aleatoria $X(0 < X < 4)$ è caratterizzata dalla distribuzione:

$$f(x) = kx^2$$

#

Avete a disposizione 5 numeri casuali generati secondo una distribuzione uniforme:

0.1 0.06 0.08 0.5 0.3

#

4.1 Calcolate il valore atteso di X in base ai 5 numeri generati

4.2 Confrontatelo con il valore atteso analitico

4.3 Calcolate lo stimatore corretto della varianza di X in ai numeri generati

4.4 Confrontate il valore ottenuto con il valore della varianza stimata analiticamente.

4.1

4.2

4.3

4.4