

# Metodi Probabilistici Statistici e Processi Stocastici

14 Novembre 2003

## Prova Intermedia

### Problem 1 (Teoria)

1. Come è definito il momento di ordine  $n$  di una variabile casuale  $X \sim f(x)$ ?
2. Scrivetene la definizione per  $f(x) = \gamma(\alpha, \beta, \mu)$

### Problem 2 (Teoria)

1. Scrivete il teorema di Bayes in termini di eventi  $A$  e  $B$ .
2. Descrivete il significato delle probabilità che compaiono nell'espressione del teorema

### Problem 3 (Teoria)

1. Cosa è una Statistica?
2. Qual è la condizione per cui uno Stimatore è corretto?

**Problem 4** Ad un centralino telefonico le chiamate si susseguono e vengono soddisfatte con durata  $T_1 = 2$  minuti o  $T_2 = 3$  minuti. Si ha

$$P(T_1) = P(T_2) = 0.5 \quad (1)$$

1. Se al momento della vostra chiamata ci sono due telefonate prima di voi, qual è la probabilità che l'attesa sia inferiore a 5 minuti? ( $P(T < 5)$ )
2. Dalla osservazione del numero di telefonate in attesa, ottenete i seguenti dati:

Nr. Chiamate in coda	Probabilità
0	.2
1	.1
2	.3
3	.3
4	.1
5	0

Qual è la probabilità di attendere meno di 5 minuti chiamando il centralino?

**Problem 5** La variabile casuale  $Z$  è caratterizzata dalla seguente funzione generatrice dei momenti,

$$\psi(t) = e^{\lambda(t+t^2)} \quad (2)$$

1. Calcolate il valor medio di  $Z$  come funzione di  $\lambda$ .
2. Calcolate la varianza di  $Z$

**Problem 6** Le variabili casuali  $X$  e  $Y$  sono caratterizzate dalla seguente densità congiunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} M & \text{se } 0 < x < 2 \text{ e } 0 < y < 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (3)$$

1. Determinate  $M$ .
2.  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?
3. Trovate

$$E[Y|x] \quad (4)$$

**Problem 7** Due variabili discrete sono caratterizzate dalle seguenti probabilità congiunte  $P(X_i, Y_j)$ :

$X \setminus Y$	23	29	31	
11	.1	.2	.1	(5)
18	.1	.1	.2	
20	.1	0	.1	

1. Calcolate

$$P(X = 18 | Y = 29) \quad (6)$$

2. Calcolate

$$E(X | Y = 29) \quad (7)$$

**Problem 8** Dovete calcolare la probabilità  $p$  che le vendite nel vostro negozio superino le 50 unità al giorno. Dai dati dell'ultimo anno (240 giorni lavorativi) notate che le vendite hanno superato la soglia per 185 giorni.

1. Stimare  $p$  con il metodo della massima verosimiglianza.
2. Stimare la distribuzione di incertezza a posteriori di  $p$  con il teorema di Bayes partendo da una distribuzione a priori uniforme tra 0 e 1.
3. Quanto vale  $\hat{p}$  con il teorema di Bayes? (Sugg.  $\frac{\int_0^1 p^{186}(1-p)^{240-185} dp}{\int_0^1 s^{185}(1-s)^{240-185} ds} = \frac{93}{121}$ )