“Progettazione dei Sistemi Produttivi e Logistici”

UNIVERSITÀ CATTANEO CASTELLANZA

Facoltà di Ingegneria

LE RETI DISTRIBUTIVE (2): criteri di modellizzazione

Prof. Fabrizio Dallari

Direttore C-log
Università C. Cattaneo LIUC

Centro di Ricerca sulla Logistica

Le reti distributive (2)

INDICE

Le reti distributive (2)

QUADRO DELLE METODOLOGIE DI NETWORK OPTIMIZATION

- Capacity Allocation: allocare la domanda agli impianti produttivi e logistici (es. transportation problem con rete a 1 o 2 livelli)
- Facility Location : trovare la localizzazione ottimale di un singolo impianto (es. centro di gravità semplice e iterato)
- Site Selection : effettuare la scelta di localizzazione ottimale data una short list di possibili location (es. metodo a punteggio, metodo del break-even)
- Facility Location & Capacity Allocation con rete a 1 livello : trovare la localizzazione ottimale degli impianti allocando contestualmente la domanda agli stessi (es. capacitated plant location model)
- Facility Location & Capacity Allocation con rete a 2 livelli: trovare simultaneamente la localizzazione degli impianti di produzione e dei centri distributivi

ELEMENTI DI PROGETTAZIONE

La rete distributiva richiede un processo di revisione periodica (con frequenza pluriannuale) a causa di nel contesto di diversa natura :

- **variano le richieste del mercati** (nuove esigenze dei consumatori, azioni della concorrenza, normativa, nuovi canali, …)
- **variano le esigenze dei clienti** (riduzione dei lead time, maggiore frequenza di rifornimento, maggiore puntualità consegne, riduzione fasce orarie di consegna)
- **variano le condizioni operative** (caratteristiche prodotti,nuove fonti di approvvigionamento, modificazione della stagionalità / caratteristiche dei prodotti, scadenza dei contratti, dinamiche di espansione aziendale,...)
- **variano le condizioni generali** (caduta delle barriere doganali, liberalizzazione dei trasporti, nuove infrastrutture, tutela ambientale, incremento di valore delle aree fabbricabili, evoluzione fornitori di servizi logistici, evoluzione della distribuzione moderna, nuove tecnologie di gestione dei flussi fisici e informativi

NETWORK DESIGN

Capacity Allocation o "Transportation Problem"

E' fissata la posizione dei "nodi", si vuole definire in modo ottimale la potenzialità degli "archi" di collegamento tra i "nodi" d'origine ed i "nodi" di destinazione, tenendo conto della disponibilità di prodotto nei primi (o la capacità produttiva) e della domanda richiesta dai secondi

OBIETTIVO : individuare la quantità ottimale da spedire da ogni nodo origine ad ogni nodo destinazione, in modo da minimizzare i costi complessivi di trasporto ossia come ottimizzare l'allocazione della domanda

Nel caso in cui i costi di trasporto siano per ogni area funzione lineare della quantità trasportata, il problema può essere schematizzato mediante un **modello di programmazione lineare**

INDICE

- Le metodologie di modellizzazione delle reti
- Richiami di PL
- Transportation Problem
- Facility Location & Site Selection
- Capacity Allocation & Facility Location

PROGRAMMAZIONE LINEARE

- E' una tecnica di Ricerca Operativa di supporto alla presa di decisioni
- Viene usata per determinare **l'allocazione/bilanciamento ottimale delle risorse** in un contesto di **breve termine** in cui non è modificabile la disponibilità di risorse
- Le risorse in gioco sono denaro, tempo, spazio, materie prime, manodopera, etc.
- Gli ambiti di utilizzo della PL sono i più disparati:
  - Pianificazione della produzione (mix fattori di produzione che minimizza costi, scrap, etc.)
  - Allocazione / localizzazione di impianti e magazzini (cosa produrre dove e quanto)
  - Pianificazione della distribuzione (quali clienti servire a partire da quali depositi)
  - Schedulazione di attività e bilanciamento risorse (piano di lavoro, missioni di picking, etc.)
  - Routing / sequencing di percorsi o di attività (cicli di lavorazione, percorsi veicoli, etc.)
  - Gestione delle scorte multiarticolo (quando/quanto riordinare con vincolo spazio)
  - Ottimizzazione di ricette (scelta del mix di carico)
  - Scelta portafoglio investimenti

PROGRAMMAZIONE LINEARE

CARATTERISTICHE DI UN PROBLEMA DI PL (1)

Funzione obiettivo (f.o): in generale la PL è uno strumento di ottimizzazione, in cui esiste una funzione che deve essere massimizzata (ad es. profitto, NPV, etc.) o minimizzata (ad es. costi, scarti, etc.)

Variabili decisionali (x_i): rappresentano le leve su cui il decisore può agire con l'obiettivo di trovarne il valore ottimale (ad es. quantità da produrre, numero di operatori necessari, etc.). Nei problemi di PL le variabili sono continue (in caso contrario di parla di *Programmazione Intera*)

Vincoli: sono le limitazioni che restringono il campo di esistenza delle variabili ossia il *range* entro cui sono ammesse le soluzioni. Possono essere : ≤ (evidenzia un limite superiore), ≥ (evidenzia un limite inferiore), = (evidenzia una relazione fissata tra le variabili)

PROGRAMMAZIONE LINEARE

CARATTERISTICHE DI UN PROBLEMA DI PL (2)

Regione ammissibile: rappresenta il luogo di tutte le combinazioni possibili delle variabili decisionali (nel caso di problemi lineari) contiene infinite soluzioni

Parametri/coefficienti: sia la funzione obiettivo sia le relazioni di vincolo (dis/equazioni) sono formate dalle variabili decisionali, da parametri e da coefficienti d'impiego. Questi ultimi sono valori fissati assunti con certezza

Linearità: la funzione obiettivo e le relazioni di vincolo devono essere scritte in forma lineare (ad esempio non è ammesso $x_1 \cdot x_2$ o x_1^3) sono proporzionali e additive (ad es. il valore della f.o. di profitto equivale alla somma dei profitti generati da x_1, x_2 , …)

Positività: questa assunzione equivale a dire che le variabili decisionali devono essere positive o nulle (ad es. non ha senso produrre una quantità negativa di un certo prodotto. Pertanto occorre indicare x_j

Le reti distributive (2)

PROGRAMMAZIONE LINEARE

CARATTERISTICHE DI UN PROBLEMA DI PL (3)

Simbologia:

x_j = quantità di prodotto j-esimo (j = 1,…,n)

f_i = consumo del fattore produttivo i-esimo (i = 1,…,m)

b_i = quantità max disponibile del fattore produttivo i-esimo

c_j = costo unitario di produzione

P_j = prezzo unitario di vendita

a_{ij} = coefficienti di impiego (= tassi di assorbimento dei fattori)

$$\boxed{a_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}}$$

Le reti distributive (2)

PROGRAMMAZIONE LINEARE

FORMULAZIONE DI UN PROBLEMA DI PL

Step 1 - Definire le variabili decisionali *(che cosa bisogna decidere ?)*

devono essere esplicitate in modo preciso, sia come descrizione che come unità di misura. Ad es. x_1=numero di pezzi dell'articolo 1 prodotti mensilmente [pz/mese]

Step 2 - Formulare la funzione obiettivo *(che cosa si deve massimizzare o minimizzare?)*

definire una equazione in termini di combinazione lineare delle variabili decisionali che devono entrare nella funzione obiettivo

$$\min z_C = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad \max z_P = \sum_{j=1}^{n} \left(P_j - c_j\right) \cdot x_j$$

c_j = costante

P_j = costante

Step 3 - Formulare le relazioni di vincolo *(cosa limita il valore delle variabili decisionali ?)* definire le disequazioni o le equazioni di vincolo identificando i parametri o coefficienti di impiego per ciascuna variabile decisionale. Porre attenzione all'unità di misura (ad es. x_1 è espresso in pz/mese e si ha un limite espresso in

PROGRAMMAZIONE LINEARE

FORMULAZIONE DI UN PROBLEMA DI PL

Presenza di vincoli che limitano le possibilità di perseguire l'obiettivo (es. disponibilità risorse, …)

colonna *= consumo degli m fattori per produrre la quantità x_j*

i=1 $\quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1$

i=2 $\quad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2$ ← ***riga*** *= bilancio di un fattore i*

……………………………………

i=m $\quad a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m$

Esprime i legami tecnologici tra impieghi e risorse

+ ULTERIORI CONDIZIONI DI VINCOLO

$$x_j \ge 0 \qquad \text{per } j = 1,\ldots,n$$

Esprime le condizioni di non-negatività

IL CASO "SCARPACOMODA"

DATI DEL PROBLEMA

2 modelli di scarpe :
- **Lusso** lire 4.000/paia
- **Casual** lire 3.000/paia

} Margine unitario

Magazzino cuoio
800 paia/gg

Reparto 1
- modello *Lusso* richiede tempo lavorazione doppio rispetto a *Casual*
- max 1000 paia/gg (se fossero tutte *Casual)*

Reparto 2 Finitura Lusso
400 paia/gg

Reparto 2 Finitura Casual
700 paia/gg

Qual è il mix di scarpe Lusso e Casual che massimizza il profitto dell'azienda ?

IL CASO "SCARPACOMODA"

IMPOSTAZIONE ANALITICA DEL PROBLEMA

Variabili:
x_1 = produzione giornaliera Lusso [paia/gg]
x_2 = produzione giornaliera Casual [paia/gg]

Funzione obiettivo: max ($z = 4000\ x_1 + 3000\ x_2$) [lire/gg]

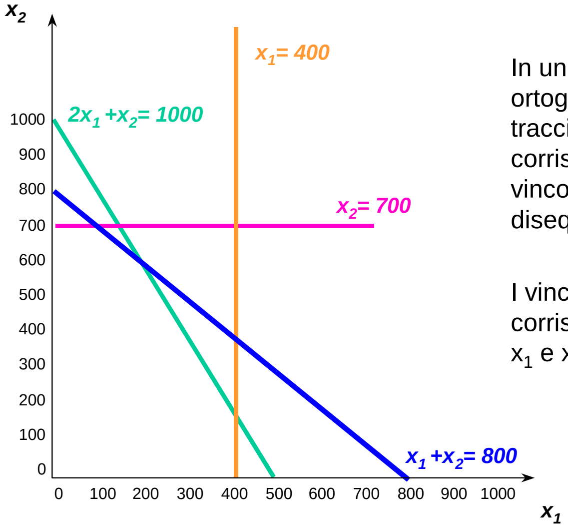
Funzioni di produzione:
Capacità Reparto finitura Lusso : $x_1 \leq 400$ [paia/gg]
Capacità Reparto finitura Casual : $x_2 \leq 700$ [paia/gg]
Capacità produttiva Reparto 1: $2\ x_1 + x_2 \leq 1000$ [paia/gg]

Limiti sulle risorse Disponibilità Magazzino cuoio: $x_1 + x_2 \leq 800$ [paia/gg]

Altri limiti $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$ [paia/gg]

IL CASO "SCARPACOMODA"

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL PROBLEMA



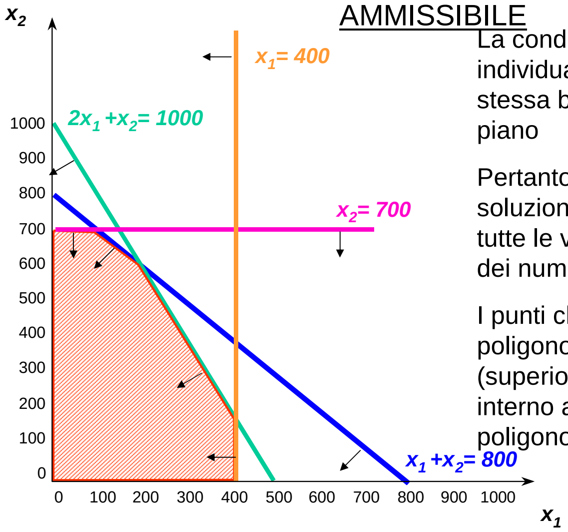
In un sistema di assi cartesiani ortogonali (x_1, x_2) è possibile tracciare le 4 rette che corrispondono alle condizioni di vincolo, ottenute trasformando le disequazioni in equazioni ($\leq \rightarrow =$)

I vincoli di non negatività corrispondono ai due assi cartesiani x_1 e x_2

Le reti distributive (2)

IL CASO "SCARPACOMODA"

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA REGIONE AMMISSIBILE



La condizione di disuguaglianza individua un insieme di punti tutti dalla stessa banda rispetto ad una retta nel piano

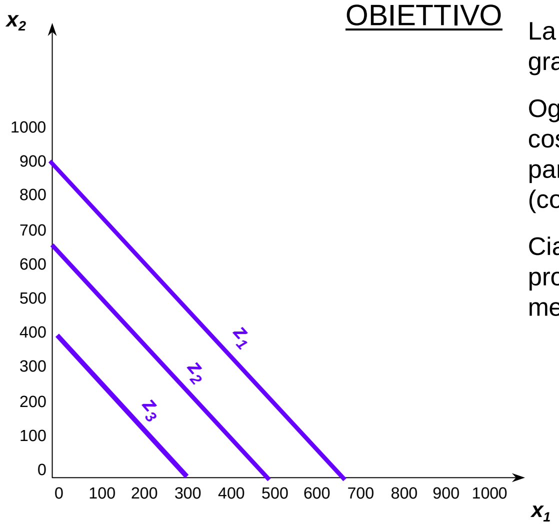
Pertanto si ottiene un poligono delle soluzioni possibili, che sono infinite se le tutte le variabili appartengono all'insieme dei numeri reali (dominio continuo)

I punti che si trovano sugli angoli del poligono contengono la soluzione ottima (superiore rispetto a qualsiasi altro punto interno alla regione o su un lato del poligono)

Le reti distributive (2)

IL CASO “SCARPACOMODA”

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA FUNZIONE OBIETTIVO



La funzione obiettivo corrisponde graficamente ad un fascio di rette

Ogni retta ha inclinazione costante pari al rapporto tra i due parametri della funzione obiettivo (coeff. angolare= - 4/3)

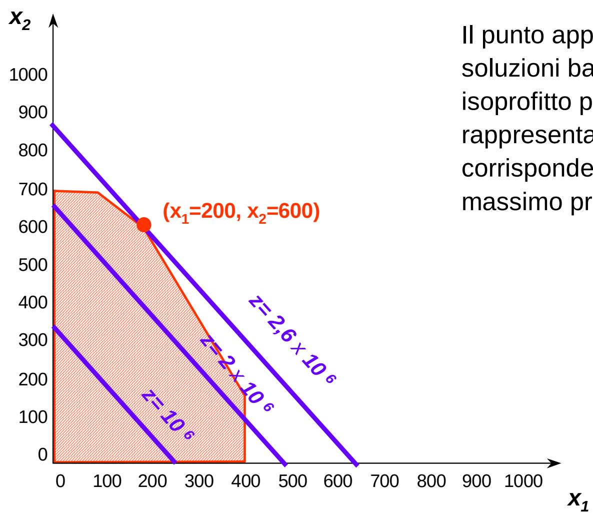
Ciascuna retta è una curva “iso-profitto” (luogo dei punti con il medesimo valore della f.o. “Z”)

$$z = 4000\ x_1 + 3000\ x_2$$

Le reti distributive (2)

IL CASO “SCARPACOMODA”

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA SOLUZIONE OTTIMA



Il punto appartenente al poligono delle soluzioni base intersecato dalla retta isoprofitto più distante (maggiore Z) rappresenta la soluzione ottima in corrispondenza della quale si ha il massimo profitto (z=2.600.000)

Le reti distributive (2)

PROGRAMMAZIONE LINEARE

FORMALIZZAZIONE DI UN PROBLEMA DI PL

- Il poligono delle soluzioni possibili è convesso in quanto ottenuto per successive eliminazioni di semipiani
- La soluzione ottima si trova necessariamente sul confine del poligono (su un lato o su un vertice) : in definitiva si avranno una sola o infinite soluzioni ottime (in quest'ultimo caso la retta iso-profitto è parallela alla retta di un vincolo)
- Se la soluzione ottima è unica, essa è anche una soluzione base
- Per trovare la soluzione ottima, non è necessario esplorare l'intero campo delle soluzioni possibili, ma ci si può limitare all'insieme delle soluzioni base ("Metodo del Simplesso)"

PROGRAMMAZIONE LINEARE

FORMALIZZAZIONE DI UN PROBLEMA DI PL

Aggiungendo le variabili di *slack* (S_i) per ciascuna relazione di vincolo, si determina un sistema di "m" equazioni con "n" incognite ($x_1 \ldots x_n$)

$$
\begin{aligned}
& a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + S_1 = b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + S_2 = b_2 \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n + S_m = b_m
\end{aligned}
$$

$$x_j \geq 0 \qquad \text{per } j = 1, \ldots, n$$

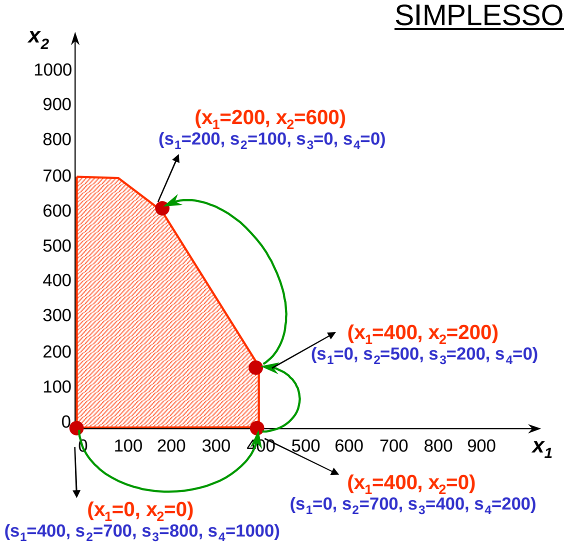
PROGRAMMAZIONE LINEARE

FORMALIZZAZIONE DI UN PROBLEMA DI PL

- **n** **incognite proprie:** **$x_1, \dots, x_n$**
- **m** **variabili di *slack* (una per vincolo):** **$S_1, \dots, S_m$**
- **Il poliedro delle soluzioni è delimitato da piani di equazione:**
  - **$x_i = 0$** *(piani coordinati)*
  - **$S_j = 0$** *(piani di limitazione)*
- **Ogni soluzione base è individuata da "*n*" relazioni del tipo:**
  $x_i = 0$ oppure $S_j = 0$

IL CASO "SCARPACOMODA"

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL METODO DEL SIMPLESSO



Si parte da una delle soluzioni base e si calcola il valore della f.o. Z. Ci si sposta verso la successiva soluzione base e si calcola nuovamente il valore della f.o. Z.

L'algoritmo termina quando non ci sono più miglioramenti della f.o.

Il problema in esame è indeterminato in quanto è un sistema di 4 equazioni in 6 incognite (x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4)

La soluzione ottima coincide con la completa saturazione della capacità produttiva del Reparto 1 (S_3=0) e con il consumo di tutto il cuoio (S_4=0) che rappresentano i due vincoli stringenti

IL CASO "SCARPACOMODA"

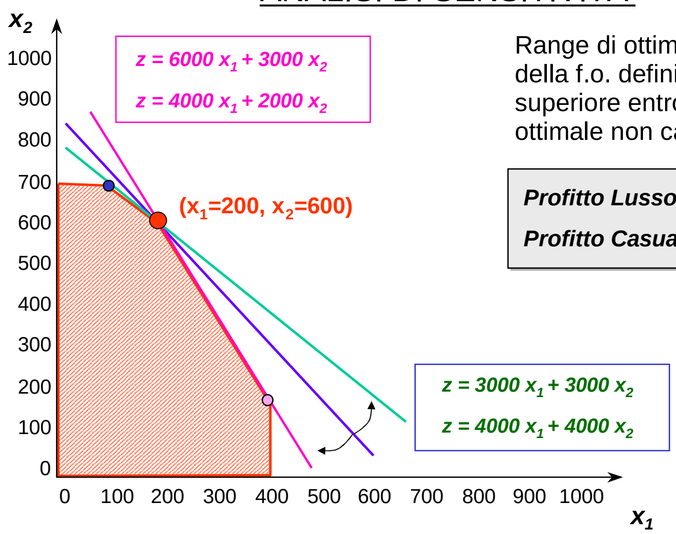
ANALISI DI SENSITIVITA'

- Una volta che si è modellizzato un problema e che si è determinata la soluzione ottimale, occorre validare la robustezza della soluzione al variare dei parametri del modello e dei coefficienti di impiego.
- L'analisi di sensitività consente di introdurre il concetto di "incertezza" nel modello di PL, in quanto la maggior parte dei parametri sono delle "stime" e non dei valori deterministici (ad es. tempo di assemblaggio di un pezzo da parte di un operaio)
- Tuttavia è necessario partire da una soluzione base (parametrizzata con valori medi o standard) e da qui rispondere a domande del tipo "what-if" modificando di volta in volta alcuni parametri chiave
- Attenzione ! Ovviamente non è pensabile valutare tutte le possibili soluzioni derivanti dalla variazione di tutti i parametri. Ad esempio, in un modello a 10 variabili decisionali $x_1 \ldots x_{10}$, per ciascuna delle quali si vogliono ipotizzare 3 valori del costo unitario di produzione (min, med, max) richiederebbe di valutare 3^{10} (=59.049) soluzioni

Le reti distributive (2)

IL CASO "SCARPACOMODA"

ANALISI DI SENSITIVITA'



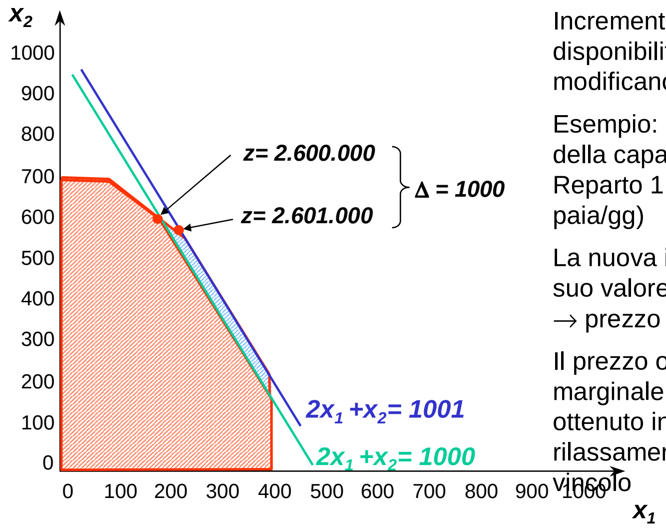
Range di ottimalità dei coefficienti della f.o. definisce il limite inferiore e superiore entro i quali la soluzione ottimale non cambia

Profitto Lusso :	***3000***	- ***4000***	- ***6000***
Profitto Casual :	***2000***	- ***3000***	- ***4000***
		base	

Le reti distributive (2)

IL CASO "SCARPACOMODA"

ANALISI DI SENSITIVITA'



Incremento / decremento di disponibilità delle risorse (si modificano i valori di vincolo)

Esempio: aumento di 1 unità della capacità produttiva del Reparto 1 (da 1000 a 1001 paia/gg)

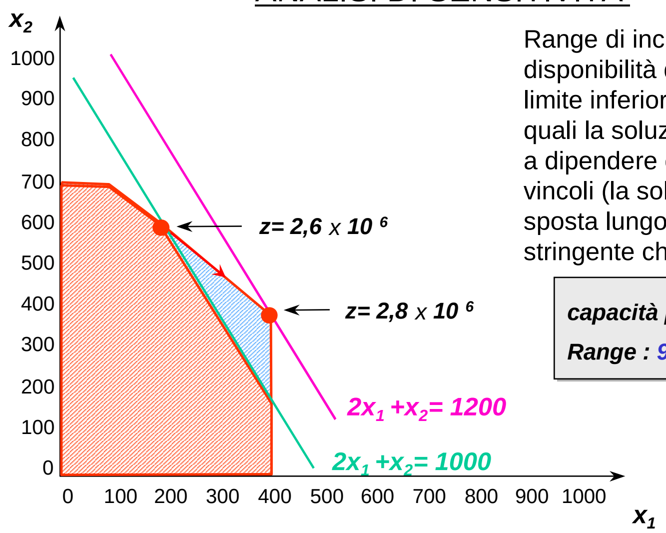
La nuova isoprofitto incrementa il suo valore di 1000 lire/gg
→ prezzo ombra (*shadow price)*

Il prezzo ombra è l'incremento marginale del valore della f.o. Z ottenuto in corrispondenza del rilassamento di 1 unità del vincolo

Le reti distributive (2)

IL CASO "SCARPACOMODA"

ANALISI DI SENSITIVITA'



Range di incremento/decremento di disponibilità delle risorse definisce il limite inferiore e superiore entro i quali la soluzione ottimale continua a dipendere dalla stessa coppia di vincoli (la soluzione ottimale si sposta lungo l'equazione del vincolo stringente che rimane inalterato)

capacità produttiva Reparto 1

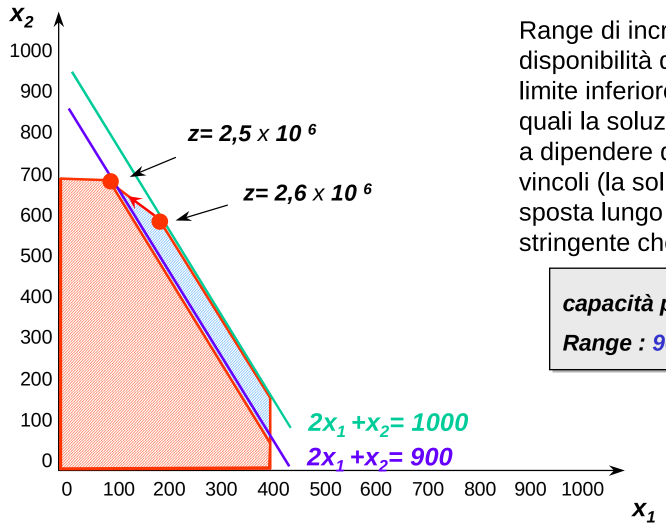
Range : 900 - 1000 - 1200

base

Le reti distributive (2)

IL CASO "SCARPACOMODA"

ANALISI DI SENSITIVITA'



Range di incremento/decremento di disponibilità delle risorse definisce il limite inferiore e superiore entro i quali la soluzione ottimale continua a dipendere dalla stessa coppia di vincoli (la soluzione ottimale si sposta lungo l'equazione del vincolo stringente che rimane inalterato)

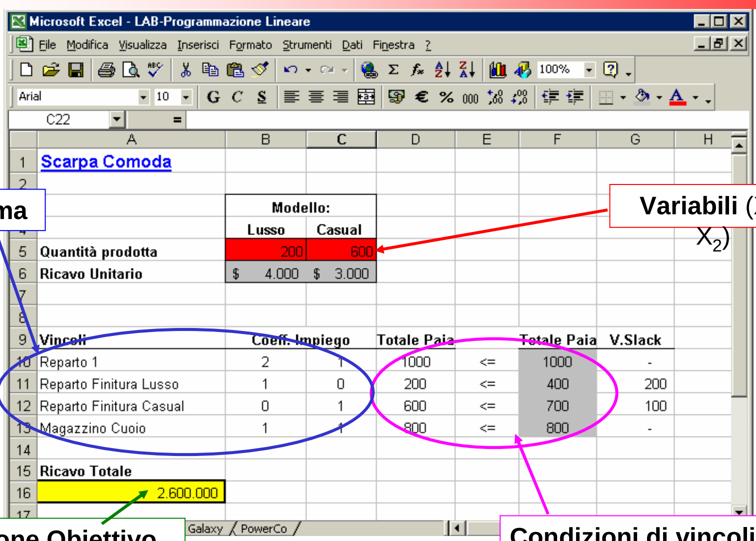
capacità produttiva Reparto 1

Range : 900 - 1000 - 1200

base

PROGRAMMAZIONE LINEARE CON EXCEL

Problema



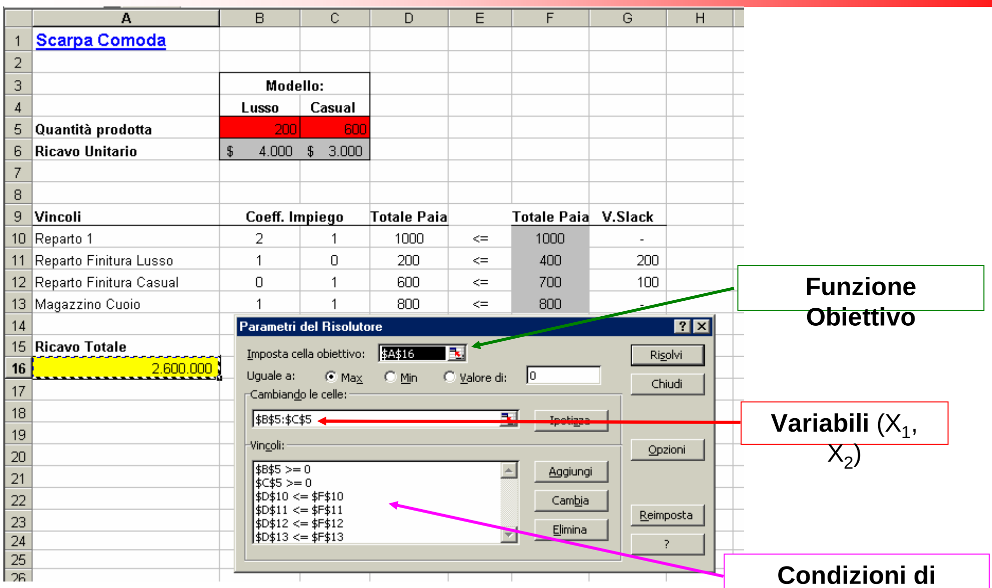
	A	B	C	D	E	F	G
1	Scarpa Comoda						
3		Modello:					
4		Lusso	Casual				
5	Quantità prodotta	200	600				
6	Ricavo Unitario	$ 4.000	$ 3.000				
9	Vincoli	Coeff. Impiego		Totale Paia		Totale Paia	V.Slack
10	Reparto 1	2	1	1000	<=	1000	-
11	Reparto Finitura Lusso	1	0	200	<=	400	200
12	Reparto Finitura Casual	0	1	600	<=	700	100
13	Magazzino Cuoio	1	1	800	<=	800	-
15	Ricavo Totale						
16	2.600.000						

Variabili (X_1, X_2)

Funzione Obiettivo
formula = f (X_1, X_2)

Condizioni di vincoli, espresse in funzione delle variabili

PROGRAMMAZIONE LINEARE CON EXCEL



Le reti distributive (2)

INDICE

- Le metodologie di modellizzazione delle reti
- Richiami di PL
- Transportation Problem
- Facility Location & Site Selection
- Capacity Allocation & Facility Location

Le reti distributive (2)

NETWORK DESIGN

Capacity Allocation o "Transportation Problem"

E' fissata la posizione dei "nodi", si vuole definire in modo ottimale la potenzialità degli "archi" di collegamento tra i "nodi" d'origine ed i "nodi" di destinazione, tenendo conto della disponibilità di prodotto nei primi (o la capacità produttiva) e della domanda richiesta dai secondi

OBIETTIVO : individuare la quantità ottimale da spedire da ogni nodo origine ad ogni nodo destinazione, in modo da minimizzare i costi complessivi di trasporto ossia come ottimizzare l'allocazione della domanda

Nel caso in cui i costi di trasporto siano per ogni area funzione lineare della quantità trasportata, il problema può essere schematizzato mediante un **modello di programmazione lineare**

NETWORK DESIGN

"Transportation Problem" (rete 1 livello)

Variabili:
- *n*= numero di nodi di origine (es. stabilimenti, magazzini di fabbrica)
- *m*= numero di nodi di destinazione (es. punti vendita, magazzini dei clienti)
- d_j= domanda annua del nodo di destinazione *j*
- k_i= capacità produttiva del nodo di origine *i*
- c_{ij}= costo unitario di trasferimento dal nodo *i* al nodo *j* (possono includere i costi di produzione, di trasporto, di movimentazione, di mantenimento a scorta)
- x_{ij}= quantità prodotta nel nodo *i* e trasportata al nodo *j*

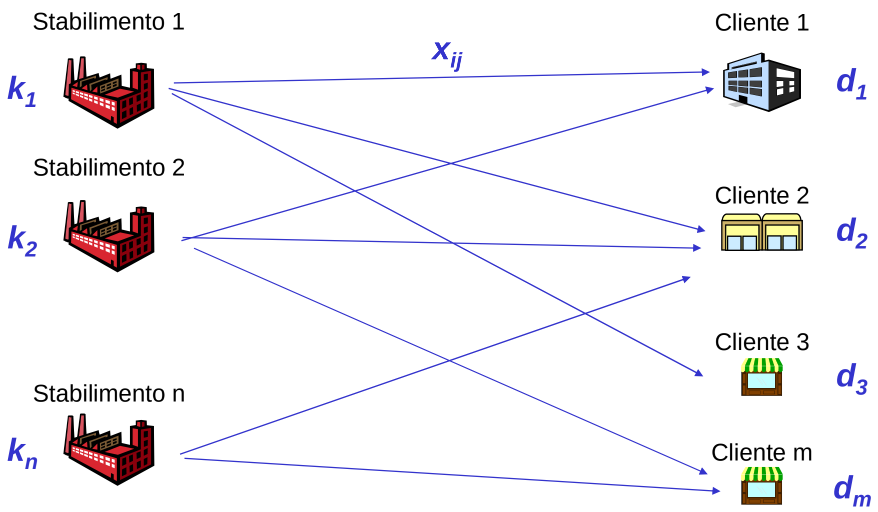
Funzione obiettivo: $\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{i,j} \cdot x_{i,j}$ *(minimizzazione costo di trasporto)*

Vincoli: $\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = d_j$ *(soddisfacimento domanda)*

$\sum_{j=1}^{m} x_{i,j} \leq k_i$ *(rispetto vincolo di capacità produttiva)*

NETWORK DESIGN

"Transportation Problem" (rete 1 livello)



Le reti distributive (2)

IL CASO "BASIC"

La Basic deve rifornire 4 depositi periferici (DP) a partire da 3 stabilimenti di produzione, con annessi magazzini di fabbrica. I costi di trasporto unitari per ogni coppia stabilimento /deposito sono mostrati in tabella (euro/pz).
Trovare migliore allocazione della domanda agli stabilimenti.

k_i

Stabilimenti	Depositi 1	2	3	4	Capacità produttiva (pz / anno)
S1	0.8	0.9	1.1	1.6	**50**
S2	1.2	0.7	0.5	0.8	**80**
S3	1.4	1.0	0.6	0.7	**120**
Domanda dei depositi (pz/anno)	**90**	**70**	**40**	**50**	**250**

d_j

+Caso PowerCo

Le reti distributive (2)

MODELLO DI PROGRAMMAZIONE LINEARE

1. Variabili: 12 $x_{i,j}$ la quantità che deve essere spedita dallo stabilimento *i* al deposito *j* (con i=1,2,3 e j=1,2,3,4) espressa in pz/anno

2. Funzione obiettivo può essere così formulata:

$$\min\left(0.8\,x_{1,1} + 0.9\,x_{1,2} + 1.1\,x_{1,3} + 1.6\,x_{1,4} + 1.2\,x_{2,1} + 0.7\,x_{2,2} + 0.5\,x_{2,3} + 0.8\,x_{2,4} + 1.4\,x_{3,1} + 1.0\,x_{3,2} + 0.6\,x_{3,3} + 0.7\,x_{3,4}\right)$$

3. Vincoli relativi alla disponibilità di prodotto presso gli stabilimenti:

$$x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} + x_{1,4} \le 50$$
$$x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} + x_{2,4} \le 80$$
$$x_{3,1} + x_{3,2} + x_{3,3} + x_{3,4} \le 120$$

Vincoli relativi al fabbisogno richiesto da ogni deposito:

$$x_{1,1} + x_{2,1} + x_{3,1} = 90$$
$$x_{1,2} + x_{2,2} + x_{3,2} = 70$$
$$x_{1,3} + x_{2,3} + x_{3,3} = 40$$
$$x_{1,4} + x_{2,4} + x_{3,4} = 50$$

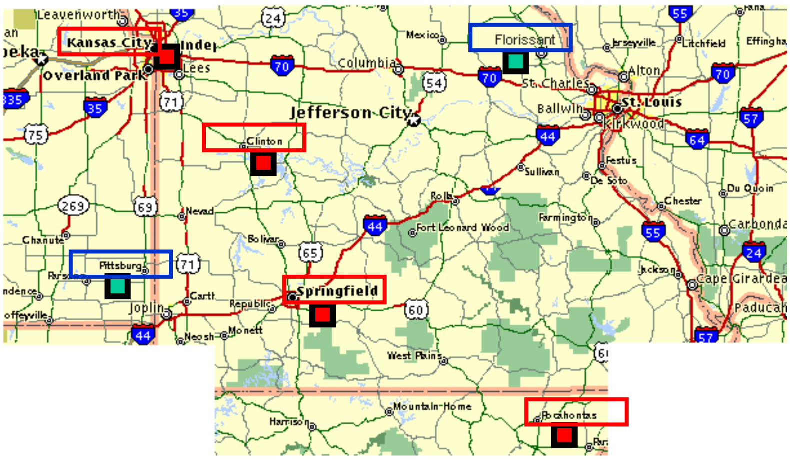
Vincoli non negatività: $x_{i,j} \ge 0$; $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3,4$

Le reti distributive (2)

C-log

IL CASO "FORD MOTOR COMPANY"

Nell'area nord degli USA la Ford produce due modelli di auto in 2 stabilimenti produttivi. La rete distributiva è costituita da 4 magazzini centrali.



Assegnare ai 2 stabilimenti le quantità da produrre e definire quanto di ciascun modello inviare ai 4 magazzini in modo da minimizzare i costi di distribuzione

Le reti distributive (2)

C-log

IL CASO "FORD MOTOR COMPANY"

Due modelli di auto :

1. Pickup

2. Mustang

IL CASO "FORD MOTOR COMPANY"

Impostazione del problema:

1. Variabili: Quantità prodotte per modello (m) in ciascuno stabilimento (i) e spedite al singolo magazzino (j) espresse in numero di auto / anno

		con m=1,2
Numero modelli	**2** x	con i=1,2
Numero stabilimenti	**2** x	con j=1,2,3,4
~~Numero magazzini~~	**~~4~~** ~~=~~	
Numero variabili	**16**	$\mathbf{X_{i,j,m}}$

Esempio: $\mathbf{X}_{\mathbf{P,\ PI\ ,\ PO}}$

Magazzino

Stabilimento

Modello

IL CASO "FORD MOTOR COMPANY"

2. Funzione obiettivo: $\min\left(\sum_{i,j,m} c_{i,j} \cdot x_{i,j,m}\right)$ *Minimizz. dei costi di trasporto*

$C_{i,j}$ = costi unitari di trasporto dallo stabilimento *i* a deposito *j* ($/auto)

3. Vincoli:

- **Vincoli di capacità produttiva (4)**

  $X_{P\text{-}PI\text{-}PO} + X_{P\text{-}PI\text{-}KC} + X_{P\text{-}PI\text{-}SP} + X_{P\text{-}PI\text{-}CL} \leq 60.000$

  $X_{M\text{-}FL\text{-}PO} + X_{M\text{-}FL\text{-}KC} + X_{M\text{-}FL\text{-}SP} + X_{M\text{-}FL\text{-}CL} \leq 40.000$

  …
- **Vincoli di domanda (8)**

  $X_{P\text{-}PI\text{-}PO} + X_{P\text{-}FL\text{-}PO} = 2.000$

  $X_{M\text{-}PI\text{-}PO} + X_{M\text{-}FL\text{-}PO} = 6.000$

  …
- **Condizione di non negatività (16)**

  Tutte le variabili ≥ 0

Le reti distributive (2)

IL CASO "FORD MOTOR COMPANY"

Trasporti su gomma (12 auto/camion)

Origine	Destinazione	Distanza [km]	Costo chilomet. [$/km]
Pittsburgh	Pocahontas	220	300
Pittsburgh	Kansas City	116	300
Pittsburgh	Springfield	80	400
Pittsburgh	Clinton	87	400
Florissant	Pocahontas	177	300
Florissant	Kansas City	235	300
Florissant	Springfield	110	300
Florissant	Clinton	186	300

($C_{i,j}$) costi di trasporto ($/auto)

Le reti distributive (2)

IL CASO "FORD MOTOR COMPANY"

La modellizzazione del problema:

magazzini				stabilimenti: Pittsburgh	stabilimenti: Florissant	Domanda
	Pocahontas	Pickup	auto/anno			2.000
		Mustang	auto/anno			6.000
	Kansas City	Pickup	auto/anno			70.000
		Mustang	auto/anno			10.000
	Springfield	Pickup	auto/anno			15.000
		Mustang	auto/anno			30.000
	Clinton	Pickup	auto/anno			40.000
		Mustang	auto/anno			12.000
	Capacità produttiva	Pickup	auto/anno	60.000	80.000	
		Mustang	auto/anno	30.000	40.000	

Domanda: $d_{j,m}$

Capacità produttiva: $k_{i,m}$

NETWORK DESIGN

"Transportation Problem" (rete 2 livelli)

Variabili: n= numero di nodi di origine (es. stabilimenti, magazzini di fabbrica)

p= numero di nodi intermedi (es. magazzini periferici, centri distributivi)

m= numero dei nodi di destinazione (es. punti vendita, magazzini dei clienti)

d_j= domanda annua del nodo di destinazione j

k_i= capacità produttiva del nodo di origine i

h_k= capacità di movimentazione (in, stock, out) del nodo intermedio k

$c1_{ik}$= costo unitario di trasferimento dal nodo i al nodo intermedio k

$c2_{kj}$= costo unitario di trasferimento dal nodo intermedio k al nodo destinazione j

$x_{i,k}$= quantità prodotta nel nodo i e trasportata al nodo intermedio k

$y_{k,j}$= quantità movimentata nel nodo intermedio k e inviata al nodo destinazione j

F.O. :

$$\min \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} c1_{i,k} \cdot x_{i,k} + \sum_{k=1}^{p} \sum_{j=1}^{m} c2_{k,j} \cdot y_{k,j} \right)$$

(minimizzazione dei costi di trasporto primario e secondario)

NETWORK DESIGN

"Transportation Problem" (rete 2 livelli)

Vincoli: $\sum_{k=1}^{p} y_{k,j} = d_j$ *(soddisfacimento domanda dei nodi destinazione)*

$\sum_{k=1}^{p} x_{i,k} \le k_i$ *(vincolo di capacità produttiva dei nodi origine)*

$\sum_{j=1}^{m} y_{k,j} \le \min\left(\sum_{i=1}^{n} k_i ; \sum_{j=1}^{m} d_j\right)$ *(rispetto del vincolo della capacità di movimentazione per i nodi intermedi) **

$\sum_{j=1}^{m} y_{k,j} = \sum_{i=1}^{n} x_{i,k}$ *(uguaglianza tra quantità entrate e uscite nel nodo intermedio)*

* per modellizzare il vincolo di spazio del deposito, basta porre: PR =2 x G.Media= 2 x $\frac{\text{Flusso Uscita}}{\text{Indice di Rotazione}}$

Le reti distributive (2)

NETWORK DESIGN

PR=5000 mq

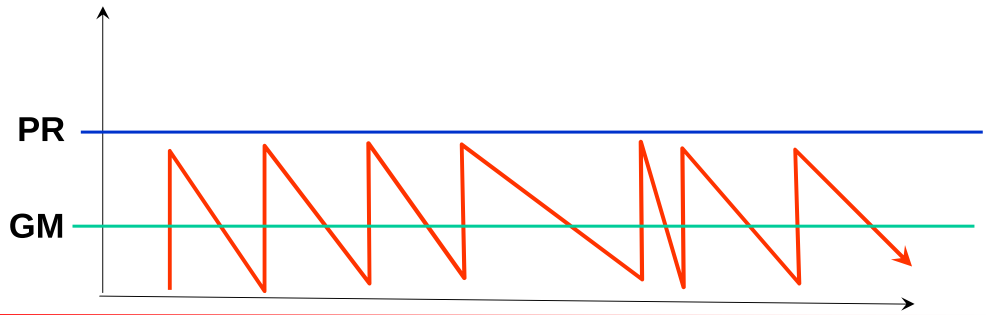
IR= 8 (rot/anno)

CUS=1 pallet/m2

PR=5000 p. pallet

→ PM=20.000 pallet/anno

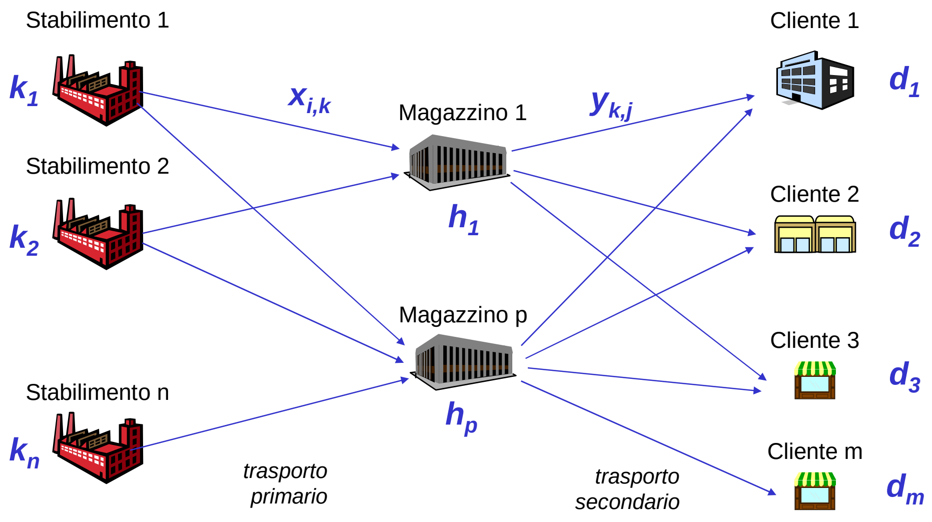
$$IR = \frac{\text{flusso in uscita (=PM)}}{\text{GM (=PR/2)}}$$



Le reti distributive (2)

NETWORK DESIGN

“Transportation Problem” (rete 2 livelli)



IL CASO “TWIN”

La Twin è un’azienda operante nel settore dei beni di largo consumo che ha una rete distributiva a 2 livelli costituita da 2 stabilimenti (con magazzino di fabbrica) e 3 centri distributivi (Ce.Di.). I costi di trasporto unitari della rete sono mostrati in tabella (euro/pallet). Note le disponibilità di prodotto presso i magazzini di fabbrica (k_i), le quantità richieste dai singoli clienti (d_j), e le potenzialità dei centri distributivi (espresse in pallet/mese), determinare la soluzione ottimale.

		CeDi			Clienti					
		A	B	C	1	2	3	4	5	k_i
Stabilim.	1	3	8	6	M	M	M	M	M	20
	2	8	3	7	M	M	M	M	M	20
CeDi	A	-	M	M	9	9	10	11	13	
	B	M	-	M	13	13	11	9	10	
	C	M	M	-	9	8	6	9	10	
	d_j				10	6	8	10	6	

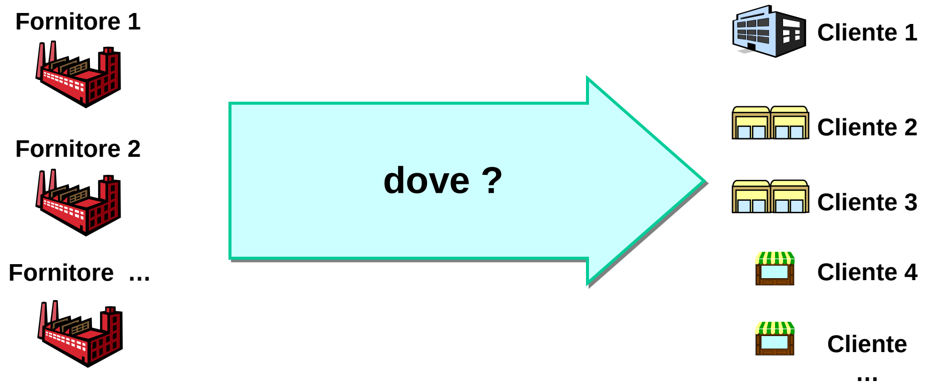
M = costi unitari molto elevati

+ Caso FoodCo

INDICE

FACILITY LOCATION & SITE SELECTION

Localizzazione : assumendo di aver fissato il numero di livelli della rete e il numero di impianti per ciascun livello, è necessario definire, in primo luogo, la posizione di massima *(facility location)* e, successivamente, effettuare ricerca puntuale del sito *(site selection).*



Trade-off: vicino alle fonti di materie prime (fornitori) o al mercato finale (clienti) ?

FACILITY LOCATION & SITE SELECTION

- Il primo problema da affrontare riguarda la definizione delle coordinate geografiche in cui localizzare l'impianto (fabbrica o deposito). I risultati ottenibili dalle tecniche quantitative esistenti devono essere ritarati sulla base di elementi reali

Tecniche quantitative

1. single-facility location
- centro di gravità
- metodo a punteggio
- metodo break-even

2. multi-facility location
- metodi euristici
- programmazione lineare (semplice /intera)
- simulazione, regressione, etc.

Fattori di scelta

- Vicinanza ai fornitori / fabbriche
- Vicinanza ai clienti/aree di consumo
- Presenza infrastrutture trasporto
- Costo dell'area e delle *public utility*
- Costi dei trasporti *in / outbound*
- Costo e affidabilità manodopera
- Agevolazioni fiscali / restrizioni
- Vicinanza ad altri siti aziendali
- Condizioni meteo / qualità della vita

FACILITY LOCATION

METODO DEL CENTRO DI GRAVITA'

Date le coordinate (**X_i, Y_i**) dei punti di origine (flussi *inbound*) e di destinazione (flussi *outbound*) e noti per ciascun punto il flusso annuo (**Q_i**) in uscita (*inbound*) o in entrata (*outbound*) e il costo unitario di trasporto (**R_i**) per unità di peso e di distanza è possibile calcolare il centro di gravità dei flussi (**centroide**):

$$X^* = \frac{\sum_i Q_i \cdot R_i \cdot X_i}{\sum_i Q_i \cdot R_i} \qquad Y^* = \frac{\sum_i Q_i \cdot R_i \cdot Y_i}{\sum_i Q_i \cdot R_i}$$

Questo metodo consente di determinare le coordinate del punto tale per cui la somma dei vettori forza in ingresso e in uscita sia nulla.

FACILITY LOCATION

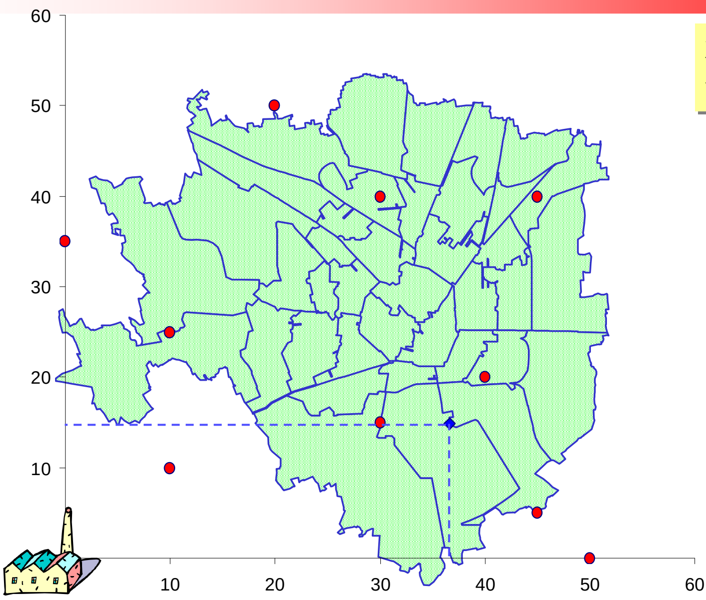
ESEMPIO

Un grossista di bevande alcoliche distribuisce i suoi prodotti in 10 bar e ristoranti a Milano e hinterland a partire dal suo stabilimento di Pavia. Dove si colloca il baricentro (centro di gravità) dei consumi ?

Locale	X_i km	Y_i km	Q_i ton
A	50	0	9,000
B	10	10	1,600
C	30	15	3,000
D	40	20	700
E	10	25	2,000
F	30	40	400
G	0	35	500
H	45	5	8,000
I	45	40	1,500
J	20	50	4,000

Le reti distributive (2)

FACILITY LOCATION



X* = 36,6
Y* = 14,9

Le reti distributive (2)

FACILITY LOCATION

METODO DEL CENTRO DI GRAVITA'

Osservazioni :

- il risultato è indipendente dalla scelta dell'origine (0,0) del sistema di riferimento;
- in prima approssimazione si consiglia di considerare $\mathbf{R_i}$ costante indipendentemente dalla tratta considerata (ossia R_i=1 $\forall$ i)
- il risultato è un punto su un piano continuo
- è un metodo utile per la valutazione di massima della localizzazione, tuttavia non considerano numerose variabili al contorno quali, ad esempio, i costi di realizzazione o del terreno (variabili nel piano X, Y)

FACILITY LOCATION

METODO "ESATTO" DEL CENTRO DI GRAVITA'

Il metodo "esatto" consente di determinare le coordinate del centro di gravità tali per cui risulti minimo il costo totale di trasporto *in-bound* e *out-bound*.

$$\min(\text{CostoTotale}) = \min_{x,y} \sum_i [Q_i \cdot R_i \cdot d_i]$$

essendo $\mathbf{d_i}$ la distanza del punto *i* di coordinate ($\mathbf{X_i}$, $\mathbf{Y_i}$) dal centro di gravità

$$d_i = f(x_i, x^*, y_i, y^*)$$

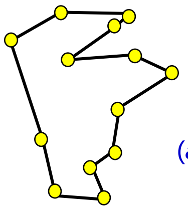
Il procedimento è di tipo iterativo :

1. Si determina il Costo Totale utilizzando le coordinate del centro di gravità (X^* Y^*) (ottenute con il metodo precedente semplificato) nell'equazione per il calcolo di $\mathbf{d_i}$

FACILITY LOCATION

METODO "ESATTO" DEL CENTRO DI GRAVITA'

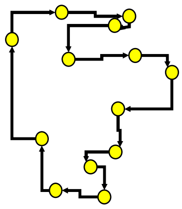
d_i



Distanze euclidee

(ambito extraurbano)

$$d_{A-B} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$



Distanze rettilineari

(ambito urbano)

$$d_{A-B} = |x_A - x_B| + |y_A - y_B|$$

Le reti distributive (2)

FACILITY LOCATION

2. note le distanze d_i di ciascun punto dal centro di gravità (X^* Y^*) è possibile calcolare le nuove coordinate del baricentro dei flussi in ingresso e in uscita :

$$X^{**} = \frac{\sum_i \frac{Q_i \cdot R_i \cdot X_i}{d_i}}{\sum_i \frac{Q_i \cdot R_i}{d_i}} \qquad Y^{**} = \frac{\sum_i \frac{Q_i \cdot R_i \cdot Y_i}{d_i}}{\sum_i \frac{Q_i \cdot R_i}{d_i}}$$

Queste equazioni per determinare le coordinate (X^{**} Y^{**}) si ottengono ponendo uguale a zero le derivate parziali del costo totale rispetto a X e a Y

3. Si ricalcolano le distanze d_i di ciascun punto i dal nuovo centro di gravità (X^{**}, Y^{**})
4. Si determina il Costo Totale associato a questa nuova soluzione (X^{**}, Y^{**})
5. Le fasi 2, 3, 4 possono essere ripetute fintanto che non si ottengono miglioramenti marginali del Costo Totale di ordine inferiore

Le reti distributive (2)

FACILITY LOCATION

ESEMPIO

Determinare la localizzazione ottimale di un centro distributivo ricambi che riceve in ingresso i materiali da tre fornitori (F1, F2, F3) e serve cinque concessionari (C1,… C5).

Punto	Località	R_i (€/km-t)	Q_i t	X_i km	Y_i km
F1	Pierre	0,85	400	0	1.150
F2	Chicago	0,60	300	600	1.000
F3	Syracuse	0,70	200	1.100	1.200
C1	Houston	1,00	250	300	250
C2	Memphis	1,00	75	550	600
C3	Atlanta	1,00	125	800	550
C4	Tampa	1,00	250	1.000	200
C5	New York	1,00	200	1.200	1.100

900 in / 900 out

FACILITY LOCATION

- **MULTI-FACILITY LOCATION** : si tratta di risolvere un problema molto più complesso che riguarda, oltre che la **localizzazione** relativa e assoluta di più depositi, anche la loro dimensione e potenzialità, nonché **l'allocazione** dei prodotti, della capacità produttiva agli impianti e della potenzialità ricettiva ai depositi, dei clienti ai depositi (*location-allocation problem)*

- **Criteri di ottimizzazione (es. programmazione lineare mista intera)**: consente di determinare la soluzione ottimale del problema, valutando al contempo la localizzazione ottimale e il piano di distribuzione
- **Algoritmi euristici (es. *P-median*):** si localizzano i depositi come centri di gravità relativi a ciascun *cluster* in cui è stato suddiviso il problema distributivo
- **Simulazione** : è un strumento di supporto alle decisioni (*DSS*) che consente di effettuare scelte preliminari e di valutare dinamicamente l'efficienza delle diverse soluzioni al variare delle variabili del problema (analisi "*what-if*")

FACILITY LOCATION

LOCALIZZAZIONE DI PIÙ DEPOSITI

Le metodologie di **clustering** consentono di determinare la localizzazione di una serie di depositi e l'assegnazione a ciascun deposito di un'area di consegna locale

PASSI

1) Definire un numero iniziale di depositi e pre-assegnare ciascun deposito ad un cluster di clienti.
2) Per ciascun cluster di clienti, valutare la posizione del centro di gravità.
3) Calcolare il costo associato a questa soluzione.
4) Riassegnare i clienti ai depositi in funzione della loro distanza.
5) Valutare la posizione del centro di gravità per i nuovi cluster di clienti e calcolare il costo associato a questa nuova soluzione.
6) Ripetere i passi dal (4) al (5) sintantochè non si verificano ulteriori cambiamenti ovvero quando il costo associato alla nuova configurazione inizia a crescere

Caso Candeggina

Le reti distributive (2)

IL CASO "WESTERN AIRLINES"

BACKGROUND INFORMATION

- Western Airlines has decided that it wants to design a "**hub&spoke"** system in the United States.
- Each hub is used for connecting flights to and from cities with 1000 miles of the hub.
- Western Airlines runs flights among the following 12 cities: Atlanta, Boston, Chicago, Denver, Houston, Los Angeles, New Orleans, New York, Pittsburgh, Salt Lake City, San Francisco, and Seattle.
- The company wants to determine the smallest number of hubs it will need to cover all of these cities, where a city is "covered" if it is within 1000 miles of at least one hub.

Le reti distributive (2)

IL CASO "WESTERN AIRLINES"

"O-D" matrix : lists the travel distance between each pair of nodes

(miles)		AT	BO	CH	DE	HO	LA	NO	NY	PI	SL	SF	SE
Atlanta	AT	0	1037	674	1398	789	2182	479	841	687	1878	2496	2618
Boston	BO	1037	0	1005	1949	1804	2979	1507	222	574	2343	3095	2976
Chicago	CH	674	1005	0	1008	1067	2054	912	802	452	1390	2142	2013
Denver	DE	1398	1949	1008	0	1019	1059	1273	1771	1411	504	1235	1307
Houston	HO	789	1804	1067	1019	0	1538	356	1608	1313	1438	1912	2274
Los Angeles	LA	2182	2979	2054	1059	1538	0	1883	2786	2426	715	379	1131
New Orleans	NO	479	1507	912	1273	356	1883	0	1311	1070	1738	2249	2574
New York	NY	841	222	802	1771	1608	2786	1311	0	368	2182	2934	2815
Pittsburgh	PI	687	574	452	1411	1313	2426	1070	368	0	1826	2578	2465
Salt Lake City	SL	1878	2343	1390	504	1438	715	1738	2182	1826	0	752	836
San Francisco	SF	2496	3095	2142	1235	1912	379	2249	2934	2578	752	0	808
Seattle	SE	2618	2976	2013	1307	2274	1131	2574	2815	2465	836	808	0

IL CASO "WESTERN AIRLINES"

SOLUTION

The solution model must keep track of the following:

- The set of cities that each city covers (for example, San Francisco covers Los Angeles, Salt Lake City, San Francisco and Seattle)
- Cities that are selected as hubs
- Whether or not each city is covered by a hub
- The total number of cities chosen to be hub

➡ Solution must be carried out by means of a spreadsheet (EXCEL)

IL CASO “WESTERN AIRLINES”

DEVELOPING THE MODEL

A **Inputs** ($b_{i,j}$)
Enter the information from the table about which cities cover which other cities in the O-D matrix. **1** indicates that the column city covers the row city; **0** indicates that the column city does not cover the row city.

B **Binary values for hub locations** (a_i)
Enter any trial values of 0 or 1 in the bottom row to indicate which cities are used as hubs. These are the changing cells (allow only binary values).

C **Cities covered by hubs** ($\Sigma_i\, a_i\, b_{i,j} \geq 1$, per ogni j)
We now determine the number of hubs that cover each city in the furthest left column. Each value in this range must be higher or equal to 1

D **Number of hubs** ($\Sigma_i\, a_i$)
Calculate the total number of hubs used in the as the sum of 0 and 1 values in the bottom row

IL CASO “WESTERN AIRLINES”

$b_{i,j}$= 1 se distanza < 1000, 0 altrimenti “i”

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3		Potential hub												
4	Cities covered	AT	BO	CH	DE	HO	LA	NO	NY	PI	SL	SF	SE	# covered by
5	AT	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	
6	BO	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
7	CH	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	
8	DE	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	
9	HO	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
10	LA	0	0	0	0	0		0	0	0	1	1	0	
11	NO	1	0	1	0	1		1	0	0	0	0	0	
12	NY	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
13	PI	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
14	SL	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	
15	SF	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	
16	SE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	
17														
18	Used as hub?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
19														
20	Total hubs	12												

“j”

A

$\Sigma_i\, a_i\, b_{i,j} \geq 1$

C

B

D

min $\Sigma_i\, a_i$

a_i= 1 se hub i è “attivo”, 0 altrimenti

IL CASO "WESTERN AIRLINES"

Multi-facility Location

Variabili: a_j= 1 se la città *i* opera come *hub,* 0 altrimenti

b_{ij}= 1 se la città *i* dista meno di 1000 miglia dalla città *j,* 0 altrimenti

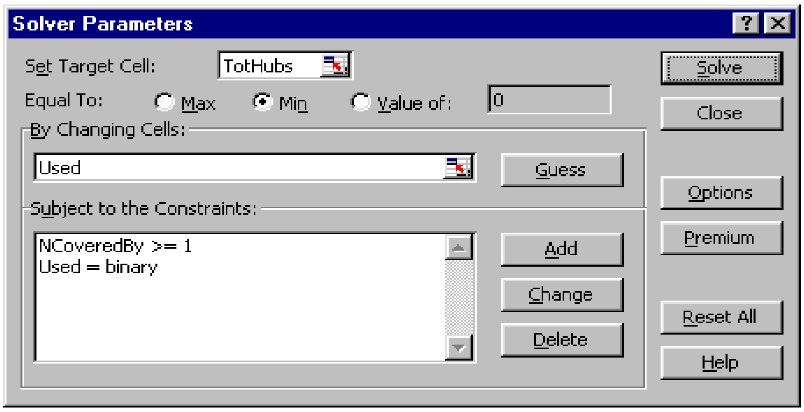
f.o.: $\min\left(\sum_{i=1}^{12} a_i\right)$ *Minimizzazione del numero di hub occorrenti a servire tutte le città*

Vincoli: $\sum_{i=1}^{12} a_i \cdot b_{i,j} \geq 1$ *Rispetto del "vincolo di servizio": ogni città deve essere servita da almeno 1 hub*

Le reti distributive (2)

IL CASO "WESTERN AIRLINES"

USING THE SOLVER



We minimize the total number of hubs, subject to covering each city by at least one hub and ensuring that the changing cells are binary.

Le reti distributive (2)

SITE SELECTION

METODO A PUNTEGGIO

1. Valutando le alternative di localizzazione sulla base di dati quantitativi di massima o valutazioni qualitative, si arriva a considerare un ristretto numero di potenziali *location* da esaminare più nel dettaglio.

2. Si identificano alcuni *fattori di localizzazione* rilevanti per la decisione :
   - Vicinanza ai fornitori, fonti approvvigionamento (↑ c. trasporto inbound/outbound)
   - Vicinanza ai clienti / mercati di sbocco (↓ costo trasporto inbound/outbound, ↓ LT)
   - Presenza infrastrutture trasporto (vicinanza autostrade, ferrovie, porti, aeroporti, etc.)
   - Costo del terreno (area, costi di costruzione, oneri urbanizzazione, etc.)
   - Regime fiscale e costo delle public utilities (energia, telefono, acqua, etc.)
   - Condizioni sociali e demografiche (costo manodopera, attitudine lavoratori, sindacati)
   - Agevolazioni fiscali, restrizioni locali (inquinamento, traffico, rumorosità, etc.)
   - Vicinanza ad altri siti aziendali
   - Altro (condizioni climatiche, costo e qualità della vita, situazione politica, etc.)

SITE SELECTION

METODO A PUNTEGGIO

3. Per ciascun sito, si raccolgono dati (fattori quantitativi) e informazioni (fattori qualitativi) relativamente ai fattori di localizzazione prescelti attraverso banche dati, consulenti, camere di commercio …

4. A ciascun fattore di localizzazione, si attribuisce un peso relativo di importanza rispetto agli altri fattori (la somma dei pesi può essere posta uguale a 100)

5. Per ciascun sito, si determinano i punteggi per tutti fattori di localizzazione sulla base di metodi a punteggio (ad esempio AHP, *Analytic Hierarchy Process*). Occorre definire una scala di valutazione, ad esempio da 1="pessimo" a 100="ottimo".

6. Per ciascun sito, si calcola la media ponderata dei fattori di localizzazione, sulla base dei rispettivi pesi di importanza. Il sito "ottimale" è quello a cui corrisponde il punteggio complessivo più alto

7. Per stabilire la validità della soluzione individuata, si effettua un'analisi di sensitività sia sui pesi dei fattori di localizzazione sia sui singoli giudizi assegnati a

SITE SELECTION

METODO A PUNTEGGIO (esempio)

Fattori ubicazionali	Peso	Valutazione			Punteggio		
		Area A	Area B	Area C	Area A	Area B	Area C
Manodopera	40	80	30	50	3200	1200	2000
Materie prime	25	40	95	70	1000	2375	1750
Mercato	15	50	70	70	750	1050	1050
Energie	10	40	80	60	400	800	600
Altri	10	90	25	40	900	250	400
Totali	100				6250	5675	5800

Analisi di sensitività: nel caso C, basta valutare 12 punti in più il fattore manodopera affinché il punteggio dell'area C superi quello dell'area A (Analisi di sensitività)

SITE SELECTION

METODO del "BREAK-EVEN"

Se si è in grado di quantificare in termini economici i fattori di localizzazione, è possibile adottare il metodo del break-even in cui si ha:

Costo Totale : Costi Fissi + Costi Variabili unitari x Flusso annuo

1. Per ciascun sito, determinare i costi fissi e i costi variabili unitari con il flusso annuo (ad esempio numero di UdC movimentate, numero di pezzi prodotti, etc.)
2. Tracciare graficamente su un piano cartesiano la funzione di costo totale (asse Y) a partire dall'origine sino ad un valore di flusso annuo previsto per il futuro (asse X)
3. Evidenziare gli intervalli di convenienza tra le diverse soluzioni esaminate (minimo costo totale) in termini di flusso annuo
4. Individuare il sito che comporta in minor costo totale, in corrispondenza di un determinato valore del flusso annuo

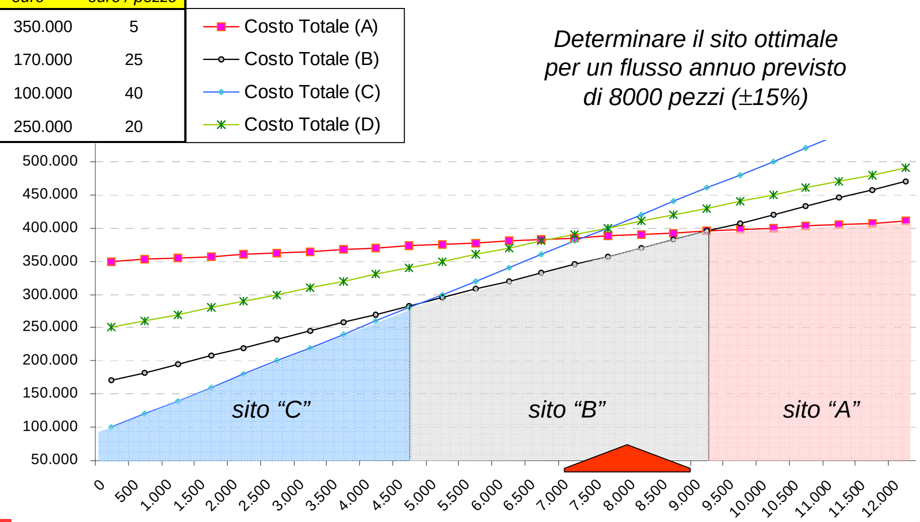
Ipotesi del range di valori di flusso considerati: i costi fissi siano costanti e i costi variabili siano lineari

SITE SELECTION

METODO del "BREAK-EVEN" (esempio)

sito	C. Fisso *euro*	C. Variabile *euro / pezzo*
A	350.000	5
B	170.000	25
C	100.000	40
D	250.000	20

Determinare il sito ottimale per un flusso annuo previsto di 8000 pezzi (±15%)



INDICE

- Le metodologie di modellizzazione delle reti
- Richiami di PL
- Transportation Problem
- Facility Location & Site Selection
- Capacity Allocation & Facility Location

NETWORK DESIGN

Capacity Allocation & Facility Location (1)

E' fissata la domanda richiesta dai "nodi" di destinazione mentre si ha un certo numero di "potenziali" nodi di origine, di cui si conoscono anche i costi fissi di gestione.
Si vuole definire in modo ottimale sia quali nodi di origine "attivare" (quanti e dove) sia le quantità da produrre in ciascun nodo di origine (quanto grandi) nonché le quantità da consegnare da ciascun nodo di origine "attivato" ai nodi di destinazione, tenendo conto della disponibilità di prodotto nei primi (o la capacità produttiva) e della domanda richiesta dai secondi.

OBIETTIVO : individuare quali nodi origine attivare e quanto spedire dai nodi origine ai nodi destinazione, in modo da minimizzare la somma dei costi fissi (*apertura dei nodi di origine*) e variabili (*trasporto e produzione*)

Il problema può essere modellizzato mediante la **programmazione mista intera**

NETWORK DESIGN

Variabili:

- n= numero di "potenziali" nodi di origine (es. stabilimenti, magazzini di fabbrica)
- m= numero di nodi di destinazione (es. punti vendita, magazzini dei clienti)
- d_j= domanda annua del nodo di destinazione *j*
- k_i= capacità produttiva del "potenziale" nodo di origine *i*
- c_{ij}= costo unitario di trasferimento dal nodo *i* al nodo *j*
- f_i= costo fisso di attivazione del nodo di origine *i*
- x_{ij}= quantità prodotta nel nodo *i* e trasportata al nodo *j*
- a_i= 1 se nodo *i* è "attivo", 0 altrimenti

F.O.:

$$\min \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot a_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{i,j} \cdot x_{i,j}$$ *(minimizz. costi complessivi fissi + variabili)*

Vincoli:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = d_j$$ *(soddisfacimento domanda)*

$$\sum_{j=1}^{m} x_{i,j} \le k_i \cdot a_i$$ *(rispetto vincolo di capacità produttiva solo se lo stabilimento è attivo, altrimenti è "≤ 0")*

NETWORK DESIGN

Capacity Allocation & Facility Location (2)

Nel caso in cui ogni nodo di destinazione possa essere servito da un solo nodo di origine *(single sourcing)*, è necessario apportare le seguenti modifiche:

Variabili: a_i= 1 se nodo *i* è "attivo", 0 altrimenti

b_{ij}= 1 se il nodo di destinazione *j* è servito dal nodo *i*, 0 altrimenti $x_{i,j} = d_j \cdot b_{i,j}$

F.O.: $$\min \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot a_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{i,j} \cdot d_j \cdot b_{i,j}$$ *(minimizzazione dei costi fissi + variabili)*

Vincoli: $$\sum_{i=1}^{n} b_{i,j} = 1$$ *(condizione di "single sourcing")*

$$\sum_{j=1}^{m} d_j \cdot b_{i,j} \le k_i \cdot a_i$$ *(rispetto vincolo di capacità produttiva solo se lo stabilimento è attivo, altrimenti è "≤ 0")*

IL CASO "HUTCO"

- Huntco produces tomato sauce at 5 different production plants. The annual capacity (in tons) of each plant is given in the following table.

	Plant 1	2	3	4	5
tons/year	300	200	300	200	400

- The tomato sauce is stored at one of 3 national warehouses. The cost per ton of producing tomato sauce at each plant and shipping it to each warehouse is given in the table shown here.

		To: Warehouse 1	Warehouse 2	Warehouse 3
From	**Plant 1**	$800	$1000	$1200
	Plant 2	$700	$500	$700
	Plant 3	$800	$600	$500
	Plant 4	$500	$600	$700
	Plant 5	$700	$600	$500

IL CASO "HUTCO"

- Huntco has 4 big customers (wholesalers). The cost of shipping a ton of sauce from each warehouse to each customer site is given in the table shown here.

		To			
		Customer 1	Customer 2	Customer 3	Customer 4
	Warehouse 1	$40	$80	$90	$50
From	Warehouse 2	$70	$40	$60	$80
	Warehouse 3	$80	$30	$50	$60

- Each year each customer must receive the amount (in tons) of sauce given in the following table.

Customer 1	Customer 2	Customer 3	Customer 4
200	300	150	250

tons/year

Le reti distributive (2)

IL CASO "HUTCO"

- The annual fixed cost of operating each plant and warehouse is listed in this table.

	Fixed Annual Cost
Plant 1	$35,000
Plant 2	$45,000
Plant 3	$40,000
Plant 4	$42,000
Plant 5	$40,000
Warehouse 1	$40,000
Warehouse 2	$20,000
Warehouse 3	$60,000

- Huntco's goal is to <u>minimize the annual cost of meeting customer demands</u>.
- The company wants to determine which plants and warehouses to open, as well as the optimal shipping plan.

Le reti distributive (2)

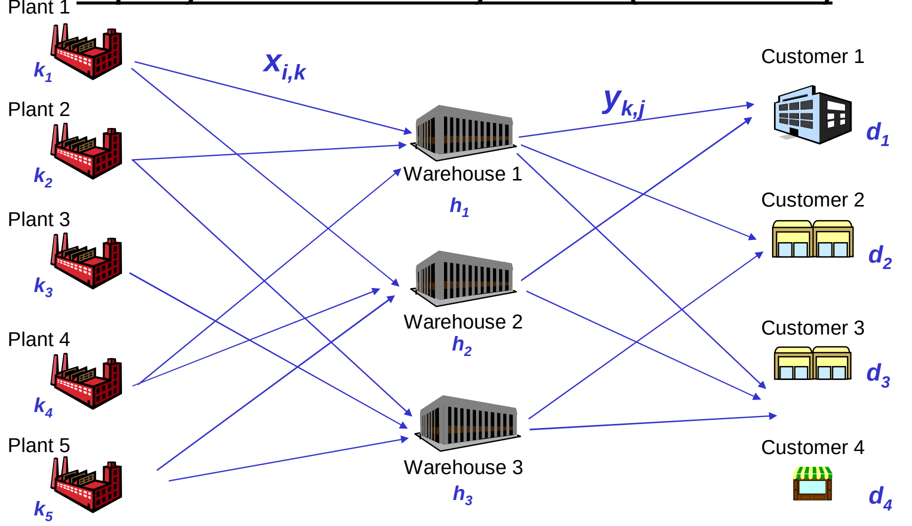
IL CASO “HUTCO”

- To model Huntco’s situation we need to keep track of the following:
  - The shipments from plants to warehouses
  - The shipments from warehouses to customers
  - The fixed costs of operating plants and warehouses
  - The shipping and production costs from plants to warehouses
  - The shipping costs from warehouses to customers
  - The total amount shipped out of each plant
- We must also ensure that
  - Huntco pays the fixed costs for all plants and warehouses that it uses.
  - The amount shipped into each warehouse equals the amount received by each warehouse.
  - Each customer receives the specified demand.

Le reti distributive (2)

IL CASO “HUNTCO”

Capacity Allocation & Facility Location (rete a 2 livelli)



f.o. : minimizzazione costi di trasporto (primario e secondario) e dei costi fissi dei plant e warehouse

Le reti distributive (2)

IL CASO “HUNTCO”

k_i= capacità produttiva del plant i

$c1_{ik}$= costo unitario di produzione e trasporto dal plant i al warehouse k

$c2_{kj}$= costo unitario di trasporto dal warehouse k al cliente j

a_i= 1 se plant i è “attivo”, 0 altrimenti

$x_{i,k}$= (15) quantità prodotta nel plant i e trasportata al warehouse k

$y_{k,j}$= (12) quantità movimentata nel warehouse k e inviata al cliente j

d_j= domanda annua del cliente j

fp_i= costo fisso di attivazione del plant i

fw_k= costo fisso di attivazione del warehouse k

Huntco plant & warehouse location model

Plant to warehouse unit production, shipping costs, plant fixed costs, plant capacities

	Warehouse 1	Warehouse 2	Warehouse 3	Fixed cost	Capacity
Plant 1	$800	$1.000	$1.200	$35.000	300
Plant 2	$700	$500	$700	$45.000	200
Plant 3	$800	$600	$500	$40.000	300
Plant 4	$500	$600	$700	$42.000	200
Plant 5	$700	$600	$500	$40.000	400

Warehouse to customer unit shipping costs, warehouse fixed costs

	Customer 1	Customer 2	Customer 3	Customer 4	Fixed cost
Warehouse 1	$40	$80	$90	$50	$40.000
Warehouse 2	$70	$40	$60	$80	$20.000
Warehouse 3	$80	$30	$50	$60	$60.000

Plant use decisions

	Use?
Plant 1	
Plant 2	
Plant 3	
Plant 4	
Plant 5	

Warehouse use decisions

	Use?
Warehouse 1	
Warehouse 2	
Warehouse 3	

b_k:1 se warehouse k è “attivo”, 0 altrimenti

Plant to warehouse shipments (tons)

	Warehouse 1	Warehouse 2	Warehouse 3	Shipped out		Capacity
Plant 1				0	<=	0
Plant 2				0	<=	0
Plant 3				0	<=	0
Plant 4				0	<=	0
Plant 5				0	<=	0
Shipped in	0	0	0			
	=	=	=			
Shipped out	0	0	0			

Warehouse to customer shipments (tons)

	Customer 1	Customer 2	Customer 3	Customer 4	Shipped out		min (Capacity; Demand)
Warehouse 1					0	<=	0
Warehouse 2					0	<=	0
Warehouse 3					0	<=	0
Shipped in	0	0	0	0			
	>=	>=	>=	>=			
Demand	200	300	150	250			

Summary of costs

Plant to warehouse	$0	
Warehouse to customer	$0	
Fixed plant	$0	
Fixed warehouse	$0	
Total cost	**$0**	F.O.

IL CASO “HUNTCO”

Capacity Allocation & Facility Location (rete a 2 livelli)

f.o.:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{n} fp_i \cdot a_i + \sum_{k=1}^{p} fw_k \cdot b_k + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} c1_{i,k} \cdot x_{i,k} + \sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{m} c2_{k,j} \cdot y_{k,j}\right)$$

Vincoli:

$$\sum_{k=1}^{p} x_{i,k} \le k_i \cdot \underline{a_i}$$

(rispetto del vincolo di capacità produttiva solo se plant i è “attivo”, altrimenti è “≤ 0”)

$$\sum_{j=1}^{m} y_{k,j} \le \underline{b_k} \cdot \min\left(\sum_{i=1}^{n} k_i ; \sum_{j=1}^{m} d_j\right)$$

(rispetto del vincolo della capacità di movimentazione solo se il warehouse k è “attivo”, altrimenti ≤ 0)

$$\sum_{j=1}^{m} y_{k,j} = \sum_{i=1}^{n} x_{i,k}$$

(bilancio di massa per il warehouse k, uguaglianza tra quantità entrate e uscite nel nodo intermedio)

$$\sum_{k=1}^{p} y_{k,j} = d_j$$

(soddisfacimento domanda per ciascun cliente j)