



Università Carlo Cattaneo

Corso di laurea in Economia Aziendale EA-EASI

STATISTICA I – Seconda Prova Parziale 21.12.2005 – Modalità A

NB: (A) Ai fini della valutazione verranno considerate solo le risposte riportate dallo studente negli appositi riquadri bianchi del testo d'esame. (B) Nello svolgimento del compito, si utilizzino tre cifre decimali. (C) Allo studente/studentessa che consulti foglietti, appunti, libri, ecc o che parli con altri sarà annullata la prova d'esame.

COGNOME: _____ NOME: _____ MATR: _____

ESERCIZIO 1 (punti 7). La variabile aleatoria Y ha la seguente funzione di densità di probabilità:

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2y & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

a) (punti 2) Mostrando gli opportuni calcoli, si verifichi che la funzione $f_Y(y)$ di cui sopra è una funzione di densità di probabilità.

b) (punti 2) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini la probabilità $P(Y \leq 0.5)$

c) (punti 2) Si disegni il grafico della funzione di densità di probabilità $f_Y(y)$ e nel grafico si evidenzi la probabilità di cui sopra.

d) (punti 1) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini la probabilità $P(Y \geq 0.5)$

ESERCIZIO 2 (punti 2). Si scrivano due proprietà della funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria continua Y .

ESERCIZIO 3 (punti 2) I redditi di esercizio (in milioni di euro) y_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) delle 10 aziende che compongono un certo settore industriale (in un certo anno) hanno dato un reddito totale $T = \sum_{i=1}^{10} y_i = 200$.

a) (punti 1) Si scrivano i dieci valori y_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) dei redditi osservati nel caso di concentrazione massima del reddito del settore industriale considerato.

NOTA BENE: ESERCIZIO SU ARGOMENTO NON IN PROGRAMMA NELL' A.A. 2008-9.

b) (punti 1) Si scrivano i dieci valori y_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) dei redditi osservati nel caso di concentrazione nulla (o di equidistribuzione) del reddito del settore industriale considerato.

NOTA BENE: ESERCIZIO SU ARGOMENTO NON IN PROGRAMMA NELL' A.A. 2008-9.

ESERCIZIO 4 (punti 6). Il prezzo di un certo titolo quotato alla borsa di Milano è rilevato tre volte in una giornata da un certo investitore che ha il titolo in carico nel suo portafoglio al prezzo di acquisto di tre euro. L'investitore è interessato a rilevare il numero delle volte che il prezzo del titolo è ≥ 3 euro.

a) (punti 1) Sapendo che è pari a 0.6 la probabilità che il prezzo del titolo in una rilevazione sia ≥ 3 euro, si scriva quale è la variabile aleatoria X_i che rappresenta una qualsiasi delle tre rilevazioni ($i = 1, 2, 3$) che l'investitore fa in una giornata.

b) (punti 2) Assumendo l'indipendenza stocastica, si scriva quale è la funzione di probabilità $p_Y(y)$ della variabile aleatoria Y che rappresenta il numero totale delle volte che il prezzo del titolo è ≥ 3 euro in tre rilevazioni effettuate dell'investitore.

c)) (punti 1) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini la probabilità che il prezzo del titolo risulti ≥ 3 euro per due volte nelle tre rilevazioni.

d) (punti 2) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini la probabilità che il prezzo del titolo risulti ≥ 3 euro per non più di due volte nelle tre rilevazioni.

ESERCIZIO 5 (punti 1). Sia $p_{Y_i}(y_i)$ ($i = 1, 2$) la funzione di probabilità della variabile aleatoria discreta Y_i ($i = 1, 2$). Scrivere la definizione di indipendenza stocastica per il vettore aleatorio bidimensionale discreto (Y_1, Y_2) .

ESERCIZIO 6 (punti 3)

a) (punti 1) Sia $X \sim N(5; 9)$. Mostrando i calcoli, si determini $P(X \leq 7)$

a) (punti 2). Sia $Y \sim LN(5; 9)$ (LN=logonormale). Mostrando i calcoli, si determini $P(Y \leq e^7)$

ESERCIZIO 7 (punti 2) Sia S_t la variabile aleatoria che rappresenta il prezzo di un titolo al tempo $t > 0$. Sapendo che detto titolo ha avuto al tempo zero un prezzo di dollari $s_0 = e$ ($= 2.71828$) e che nel periodo di tempo $(0, t]$ il suo rendimento R è $R \sim N(5; 4)$, si determini, mostrando i calcoli, la probabilità che il prezzo al tempo t non superi il valore e^2 .

ESERCIZIO 8 (punti 3)

a) (punti 2) Mostrando i calcoli, si determini valore atteso e varianza della variabile aleatoria $Y = 2X - 3$ dove per la X si sa che $E(X) = 2$ e $V(X) = 9$.

b) (punti 1) Se la variabile aleatoria X di cui sopra è gaussiana, che variabile aleatoria è la Y di cui sopra?