



Università Carlo Cattaneo

Corso di laurea in Economia Aziendale

STATISTICA – Prima Prova Parziale 06.11.2006 – Modalità A

NB: (A) Ai fini della valutazione verranno considerate solo le risposte riportate dallo studente negli appositi riquadri bianchi del testo d'esame. (B) Nello svolgimento del compito, si utilizzino almeno quattro cifre decimali. (C) Allo studente/studentessa che consulti foglietti, appunti, libri, ecc o che parli con altri sarà annullata la prova d'esame.

COGNOME: _____ NOME: _____ MATR: _____

ESERCIZIO 1 (punti 4). Un investitore rileva il rendimento di un certo titolo $n = 6$ volte in una giornata. L'investitore è interessato al numero delle volte che il rendimento del titolo è ≥ 0.05 . E' noto che è pari a $p = 0.7$ la probabilità che il rendimento del titolo in una rilevazione sia ≥ 0.05

a) (punti 1) Si scriva quale è la variabile aleatoria X che rappresenta il numero totale delle volte che il rendimento del titolo è ≥ 0.05 nelle $n = 6$ rilevazioni.

b) (punti 1) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini la probabilità che il rendimento del titolo risulti ≥ 0.05 per due volte nelle $n = 6$ rilevazioni.

c) (punti 2) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini la probabilità che il rendimento del titolo risulti ≥ 0.05 per non più di due volte nelle $n = 6$ rilevazioni.

ESERCIZIO 2 (punti 3). $X_t \sim N(0;1)$ è la variabile aleatoria che rappresenta il rendimento di un titolo al tempo t .

a) (punti 2) Mostrando i calcoli, si determini la probabilità che il rendimento del titolo al tempo t non superi 0.11.

b) (punti 1) Mostrando i calcoli, si determini la probabilità che il rendimento del titolo al tempo t superi 0.11.

ESERCIZIO 3 (punti 3) Le variabili aleatorie X e Y rappresentano il rendimento di due titoli X e Y .

a) (punti 1+1) Sapendo che per la variabile aleatoria X è $E(X) = 0.05$ e $V(X) = 1$ determinare, mostrando i calcoli, $E(Y)$ e $V(Y)$ per la variabile aleatoria $Y = g(X) = 2X - 0.05$.

b) (punti 1) Motivando la risposta, dire quale dei due titoli X e Y è più rischioso.

ESERCIZIO 4 (punti 8). E' data la seguente funzione $f_X(x) = \begin{cases} kx & 0 \leq x \leq 1/2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$.

a) (punti 2) Mostrando gli opportuni calcoli, determinare la costante k tale che la funzione $f_X(x)$ sia la funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria X (Se non si risponde a questa domanda, nei calcoli per le risposte alle domande successive si lasci k indeterminato).

b) (punti 2) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini la probabilità $P(X \leq 1/4)$.

c) (punti 1) Si disegni il grafico della funzione di densità di probabilità $f_X(x)$ e nel grafico si evidenzi la probabilità di cui in b) sopra.

d) (punti 2+1) Mostrando gli opportuni calcoli, si determini $E(X)$. Inoltre si determini $V(X)$ sapendo che $E(X^2) = 1/8$.

ESERCIZIO 5 (punti 3) La variabile aleatoria X ha funzione di probabilità $p_X(x) = \begin{cases} 0.1 & x = -0.3, 0.3 \\ 0.2 & x = -0.1, 0.1 \\ 0.4 & x = 0 \end{cases}$

a) (punti 2) Determinare la variabile aleatoria $Y = g(X) = X^2$.

b) (punti 1) Dare il valore di $E(X)$ giustificando la risposta.

ESERCIZIO 6 (punti 5). Si consideri la seguente tabella relativa alla variabile statistica X continua per intervalli.

$[x_i, x_{i+1})$	$c_i =$ densità di frequenza
$[-4, -2)$	0.05
$[-2, 0)$	0.1
$[0, 2)$	0.25
$[2, 6)$	0.05

a) (punti 1) Determinare la frequenza relativa con cui la variabile statistica X assume un qualsiasi valore minore di -1.7.

b) (punti 1) Determinare la frequenza relativa p_i di ciascun intervallo $[x_i, x_{i+1})$.

c) (punti 2) Determinare il primo quartile della variabile statistica X .

d) (punti 1) Sapendo che il numero totale delle osservazioni da cui si è ottenuta la variabile statistica X è stato $N = 100$, determinare la frequenza assoluta n_i di ciascun intervallo $[x_i, x_{i+1})$.

ESERCIZIO 7 (punti 7) Si consideri la seguente variabile statistica X che rappresenta il numero di figli di N famiglie di un certo Comune italiano.

$$X = \begin{cases} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \end{cases}$$

a) (punti 4) Verificare se per la variabile statistica X vale la relazione $\text{mod}(X) \leq \text{med}(X) \leq M(X)$ ed in caso affermativo indicarne il significato.

b) (punti 2) Determinare il momento secondo $M(X^2)$ e la varianza $V(X)$ della variabile statistica X .

c) (punti 1) Determinare il quantile di ordine $\alpha = 0.68$ della variabile statistica X .