

Seconda Prova Parziale di STATISTICA — 19.12.06 — Modalità A

- (A) ai fini della valutazione verranno considerate solo le risposte riportate dallo studente negli appositi riquadri bianchi.
(B) nello svolgimento del compito si utilizzino almeno quattro cifre decimali.
(C) a coloro che siano sorpresi a consultare appunti, libri o foglietti, o che parlino con altri verrà annullata la prova.

Codice esame _____ Cognome _____ Nome _____ Matr. _____

ESERCIZIO 1 (punti 5) S_t è la variabile aleatoria che rappresenta il prezzo di un titolo al tempo $t > 0$. Il prezzo s_0 del titolo al tempo $t = 0$ è stato $s_0 = 2€$. Nel periodo di tempo $(0, t]$ il rendimento R del titolo è una variabile aleatoria $R \sim N(0.05; 0.25)$. Mostrando i calcoli si determini: (a) la probabilità che nel periodo di tempo $(0, t]$ il rendimento R del titolo non superi 0.065; (b) la probabilità che il prezzo S_t del titolo al tempo t non superi il valore $2e€$ ($e = 2.7183$); (c) il valore medio atteso del prezzo S_t , sapendo che $E(e^R) = e^{\mu_R + \sigma_R^2/2}$.

(a) (punti 2)

(b) (punti 2)

(c) (punti 1)

ESERCIZIO 2 (9 punti) La temperatura di funzionamento di un certo tipo di componente elettronico è una variabile aleatoria $X \sim N(\mu_X; 0.09)$. Su richiesta della nostra azienda, la temperatura media attesa di funzionamento del componente deve essere pari a $\mu_X = 10$ gradi centigradi. Per verificare se gli $N = 500$ componenti consegnatici dal nostro fornitore rispondono o meno a tale requisito il nostro ufficio “controllo statistico di qualità” procede mediante campionamento alla misurazione delle temperature di funzionamento x_i ($i = 1, \dots, 36$) di $n = 36$ componenti

ottenendo $\sum_{i=1}^{36} x_i = 342$. Mostrando i calcoli si determini: **(a)** la stima puntuale della temperatura media attesa dei componenti fornitici dando anche l'espressione dello stimatore utilizzato, **(b)** la regione di accettazione per il test bilaterale dell'ipotesi $H_0: \mu_X = 10$ al livello di significatività 0.05, **(c)** la decisione cui si perviene circa tale test in base del campionamento effettuato (si giustifichi la risposta), **(d)** l'intervallo di confidenza per μ_X con coefficiente di confidenza 0.95 (sempre sulla base del campionamento effettuato), **(e)** la decisione cui si perviene utilizzando l'intervallo di confidenza in (d) per il test bilaterale di cui in (b) (si giustifichi la risposta).

(a) (punti 1+1)

(b) (punti 2)

(c) (punti 1)

(d) (punti 2)

(e) (punti 2)

ESERCIZIO 3 (7 punti) Sia X una popolazione statistica con valore atteso μ_X e varianza σ_X^2 . Per stimare μ_X si considera lo stimatore $T_n(X_1, \dots, X_n) = \bar{X}_n - 2\frac{X_1}{n}$. Mostrando i calcoli si determini: **(a)** la distorsione di T_n , **(b)** la varianza di T_n , **(c)** l'errore quadratico medio di T_n , ed infine **(d)** si verifichi se T_n è consistente o meno per il parametro μ_X .

(a) (punti 2)

(b) (punti 2)

(c) (punti 1)

(d) (punti 2)

ESERCIZIO 4 (6 punti) Per una popolazione statistica $X \sim N(\mu_X; \sigma_X^2)$ con σ_X^2 non noto, un campionamento di dimensione $n = 20$ ha dato i seguenti risultati campionari: $\sum_{i=1}^{20} x_i = 210$, $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 2870$. Mostrando i calcoli si determini: **(a)** la stima puntuale di σ_X^2 , **(b)** la regione di accettazione per il test bilaterale dell'ipotesi $H_0: \mu_X = 10$ al livello di significatività 0.1, **(c)** l'espressione formale (senza fare i calcoli numerici) della probabilità β di commettere l'errore di secondo tipo con tale regione di accettazione.

(a) (punti 2)

(b) (punti 2)

(c) (punti 2)

ESERCIZIO 5 (6 punti) Si consideri il modello di regressione lineare $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ($i = 1, \dots, n = 119$). Le coppie osservate (x_i, y_i) (dove x_i = prezzo e y_i = redditività di un certo prodotto negli ultimi $n = 119$ giorni) sono state elaborate con il software statistico SPSS che ha dato i risultati riportati nel tabulato di pag. 5. Sulla base del tabulato si risponda alle seguenti domande: **(a)** si scriva la retta di regressione stimata, **(b)** si scriva la stima per intervallo di confidenza di β_0 con coefficiente confidenza 0.95. **(c)** si esegua il test di $H_0 : \beta_1 = 0$ contro $H_1 : \beta_1 \neq 0$ al livello di significatività 0.05 giustificando la risposta, **(d)** si calcoli la previsione della redditività media attesa in corrispondenza del prezzo $x = 10$ e si commenti, sulla base di un opportuno indice, l'affidabilità della retta di regressione stimata.

(a) (punti 1)

(b) (punti 1)

(c) (punti 2)

(c) (punti 1+1)

Codice esame _____ Cognome _____ Nome _____ Matr. _____

TABULATO SPSS

Regressione

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.114 ^a	.013	.005	1.3574

a. Predictors: (Constant), TIME

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2.863	1	2.863	1.554	.215 ^a
	Residual	215.587	117	1.843		
	Total	218.450	118			

a. Predictors: (Constant), TIME

b. Dependent Variable: NIKKEI

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	.330	.250		1.318	.190	-.166	.826
	TIME	-.005	.004	-.114	-1.246	.215	-.012	.003

a. Dependent Variable: NIKKEI