

FISICA GENERALE

MODULO DI MECCANICA

Esame del 22 GENNAIO 2009

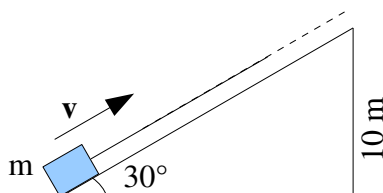
A.A. 2008-2009

Esercizi	FIS GEN: Punteggio in 30-esimi
1-4	Fino a 4 punti

COGNOME: _____ **NOME:** _____ **MATR:** _____

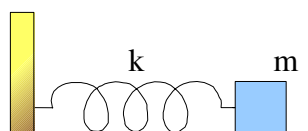
1. Lavoro e potenza

Una massa $m=1$ kg viene issata a velocità costante per un'altezza di 10 m sul piano inclinato in figura. Se il motore che la trascina sviluppa una potenza di 10 W, calcolare la velocità a cui essa si muove lungo il piano inclinato.



3. Moto periodico

Una molla di costante elastica $k=1000$ N/m viene rilasciata all'istante $t=0$. Ad essa è collegata la massa puntiforme $m=0.1$ kg. La molla si trova inizialmente alla posizione $A=10$ cm e possiede velocità iniziale $v_0=0$ m/s. Rappresentare in un grafico il moto $x(t)$.



Costanti universali: $g=9.81$ m/s², $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg².

2. Cinematica

Un punto materiale si muove nel piano con legge del moto

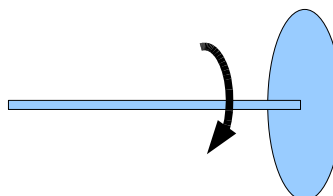
$$\vec{r}(t) = 5t \hat{i} + (5t - 4.9t^2) \hat{j}$$

Determinare:

- i) la traiettoria;
- ii) il vettore velocità all'istante $t=0$ e l'angolo che esso forma con l'orizzonte;
- iii) la massima quota raggiunta

4. Moto rotatorio

Un disco pieno di massa $m=10$ kg e raggio $R=10$ cm in rotazione a velocità angolare $\omega=100$ rad/s, è fissato all'estremità dell'asta di lunghezza $l=1$ m in figura, incernierata sul piano orizzontale. Rilasciando l'asta si ha il fenomeno della precessione giroscopica. Determinare il senso di rotazione e la velocità angolare Ω . L'asta ha massa trascurabile. $I=1/2mR^2$.



SOLUZIONI

Es. 1

Per calcolare la velocità con cui sale la massa m ci servono la lunghezza del piano inclinato ed il tempo impiegato. La prima, sapendo che la massa aumenta la sua quota di 10 m, si ottiene tramite la relazione trigonometrica $s=h/\sin(30^\circ)=10/0.5=20\text{m}$. Per quanto riguarda la seconda usiamo i dati riguardanti la potenza: la massa acquisisce, grazie al motore, un'energia potenziale gravitazionale $U=mgh=98.1\text{ J}$. Questo significa che il lavoro svolto dal motore è $L=98.1\text{ J}$, con una potenza $P=10\text{ W}$. Poiché la potenza è il lavoro nell'unità di tempo, possiamo calcolare il tempo impiegato dalla massa a salire per mezzo del rapporto $\Delta t=L/P=9.81\text{ s}$. La velocità richiesta quindi è $v=s/\Delta t=2.04\text{ s}$.

Es. 2

Possiamo riscrivere il moto in due dimensioni nella forma $\vec{r}(t)=x(t)\hat{i}+y(t)\hat{j}$ dove

$$x(t)=5t$$

$$y(t)=5t-4.9t^2$$

i) La traiettoria è la funzione $y(x)$, ottenuta isolando il tempo dall'espressione $x(t)$ e sostituendo il risultato ottenuto nell'espressione $y(t)$:

$$t=x/5 \rightarrow y(x)=5x/5-4.9(x/5)^2 \rightarrow y(x)=x-0.2x^2. \text{ Il moto è un moto parabolico.}$$

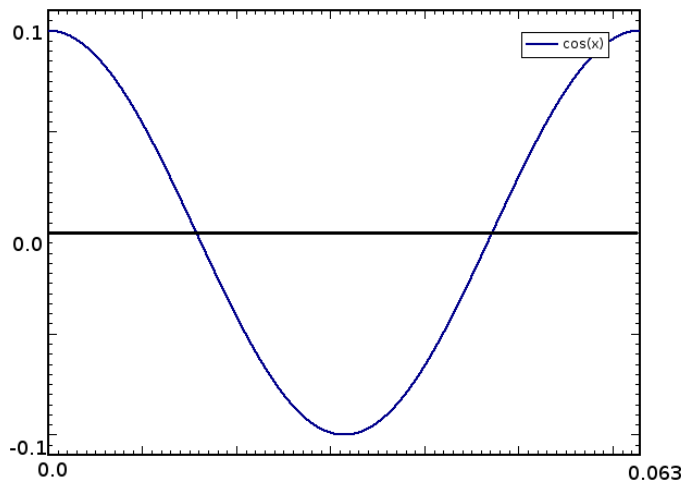
ii) Il vettore velocità a $t=0$ si ottiene derivando $r(t)$ rispetto al tempo e ponendo $t=0$, da cui

$$\vec{v}(t)=5\hat{i}+5\hat{j}\text{ m/s. L'angolo che la velocità forma con l'orizzonte si ottiene calcolando la funzione arcotangente del rapporto } v_{0y}/v_{0x}, \text{ da cui } \theta=45^\circ.$$

iii) La massima quota è data dall'espressione $h_{\max}=1/2 v_{0y}^2/g=1.27\text{ m}$.

Es. 3

L'espressione del moto periodico è $x(t)=A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)=0.1\cos(100t)$. Poiché 100 rappresenta la pulsazione ω , troviamo il periodo del moto periodico come $T=2\pi/\omega=0.063\text{ s}$.



Es. 4

La frequenza di precessione di un giroscopio è data dalla formula $\Omega=mgl/I\omega=20\text{ rad/s}$.