Scheduling

ESERCIZIO 1: SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI JOHNSON

Sono noti i tempi di lavorazione di un set di job che devono essere lavorati su un flow-shop a due macchine (job disponibili al tempo 0):

Tabella 1: tempi di lavorazione di un set di job.

Job	Tempo di lavoraz. sulla macchina 1	Tempo di lavoraz. sulla macchina 2
J1	7	8
J2	2	9
J3	4	3
J4	5	6

Si determini applicando il modello di Johnson un sequencing dei job che consenta di minimizzare il makespan; si disegni quindi il diagramma di Gantt della macchina e si indichi il valore del makespan risultante.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 1 (SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI JOHNSON)

Dato un determinato insieme di job in un contesto produttivo a due macchine, il modello di Johnson è un metodo ottimizzante di scheduling che consente di ricavare la sequenza corrispondente al minimo makespan nei seguenti passi:

- Passo 1, analizzare tutti i job disponibili per essere schedulati e trovare il valore: minj{tj,1; tj,2} (ove tj,1 e tj,2 sono i tempi di lavorazione del job j-esimo rispettivamente sulla macchina 1 e sulla macchina 2);
- Passo 2a, se il minimo tempo di lavorazione trovato si riferisce alla macchina 1 bisogna mettere il job corrispondente nella prima posizione disponibile della sequenza (questa viene utilizzata come "permutation schedule" e mantenuta invariata su entrambe le macchine);
- Passo 2b, se il minimo tempo di lavorazione trovato si riferisce alla macchina 2 occorre mettere il job corrispondente nell'ultima posizione disponibile della sequenza;
- Passo 3, rimuovere il job assegnato da quelli disponibili per essere schedulati e ritornare al passo 1 finché tutti i job non sono presenti nella sequenza.

Alla luce di quanto sopra esposto passiamo ora a schedulare i job J1, J2, J3 e J4 (essi rappresentano l'insieme dei lotti attualmente disponibili per essere lanciati in produzione).

- Passo 1: minj{tj,1; tj,2} = 2 = t2,1
- Passo 2a:

Posizione nella sequenza	**1**	**2**	**3**	**4**
Job	J2			

- Passo 3: l'insieme dei lotti disponibili per essere schedulati diventa quindi: J1, J3 e J4. Tornando al passo 1 si avrà
- Passo 1: minj{tj,1; tj,2} = 3 = t3,2
- Passo 2b:

Posizione nella sequenza	1	2	3	4
Job	J2			J3

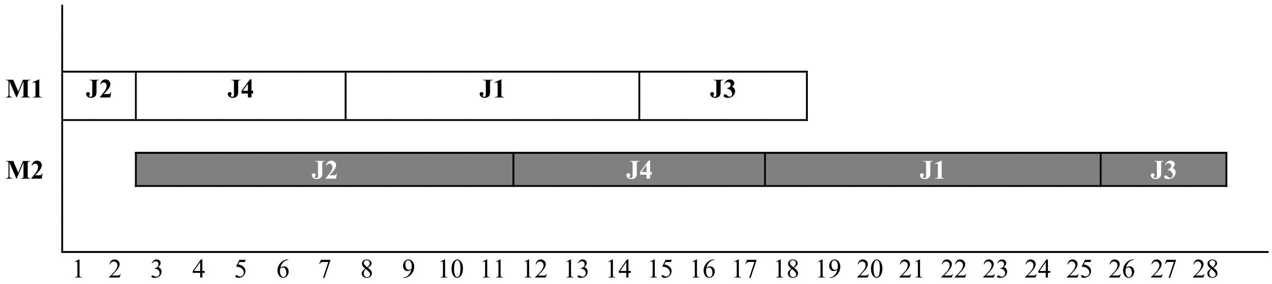
- Passo 3: l'insieme dei lotti disponibili per essere schedulati diventa quindi: J1 e J4. Tornando al passo 1 si avrà
- Passo 1: minj{tj,1; tj,2} = 5 = t4,1
- Passo 2a:

Posizione nella sequenza	1	2	3	4
Job	J2	J4		J3

- Passo 3: l'insieme dei lotti disponibili per essere schedulati risulta ormai costituito solo dal job J1 che, di conseguenza, dovrà andare ad occupare la posizione 3 all'interno della sequenza la quale risulterà dunque:

Posizione nella sequenza	1	2	3	4
Job	J2	J4	J1	J3

Il diagramma di Gantt corrispondente alla lavorazione dei job J1, J2, J3 e J4 sulle due macchine del sistema produttivo considerato e nella sequenza sopra riportata risulterà (nel grafico sottostante le macchine sono indicate con M1 e M2):



Ecco, quindi, che il valore del makespan per la sequenza di job: J2, J4, J1 e J3 risulta pari a 28.

Esercizio 2: schedulazione con il modello di Hodgson

In un sistema produttivo monostadio - macchina singola, occorre definire il sequencing di un set di 4 job, tutti disponibili al tempo zero:

Tabella 2: date di consegna e tempi di lavorazione di un set di job.

Job	Data di consegna	Tempo di lavorazione
J1	9	6
J2	11	3
J3	10	5
J4	5	4

Sapendo che non è ammessa la preemption tra i job e che i tempi di setup sono trascurabili, si determini una sequenza che consenta di minimizzare il numero di job in ritardo.

Come si potrebbe modificare l'algoritmo ora utilizzato nel caso in cui si volesse tenere conto del fatto che ritardi di job diversi hanno diversa gravità (ossia il ritardo di un job è più o meno critico del ritardo di un altro job)?

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 2 (SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI HODGSON)

Il metodo più adatto per risolvere il problema di programmazione operativa sopra riportato è rappresentato dal modello di Hodgson; il contesto produttivo in esame, infatti, è monomacchina, le date di consegna dei job da schedulare sono note, i tempi di setup risultano indipendenti dalla sequenza e sono direttamente inclusi nei tempi di lavorazione e, infine, l'obiettivo del pianificatore è ricavare quella sequenza che consenta di minimizzare il numero di job in ritardo.

In particolare il modello di Hodgson si compone dei seguenti passi (con E si indica l'insieme dei job non in ritardo e con L quello dei job in ritardo):

- Passo 1: creare l'insieme E* costituito da una sequenza con i job in ordine di data di consegna crescente e porre L* = { } pari, cioè, all'insieme nullo.
- Passo 2: se in E* non ci sono job in ritardo porre E = E* e L = L*, stop (termina cioè l'algoritmo); altrimenti identificare il primo job in ritardo nella sequenza E* (job k).
- Passo 3: identificare il job avente il tempo di lavorazione più lungo tra i primi k job della sequenza E*; rimuovere questo job da E* e metterlo in L*; ritornare al Passo 2.

Alla luce di quanto sopra riportato passiamo dunque a schedulare i job: J1, J2, J3 e J4:

- Passo 1: per prima cosa è necessario creare l'insieme dei job E* dato dalla sequenza dei lotti ordinati per data di consegna crescente e porre L* pari all'insieme nullo: E* = {J4, J1, J3, J2}, L* = { }.
- Passo 2: a questo punto occorre verificare se nell'insieme E* determinato al passo precedente vi è qualche job in ritardo; per far ciò è necessario ricavare per ciascun job la data di consegna effettiva (Data di consegna effettiva Ji = Prima data in cui la macchina è disponibile per la lavorazione del job Ji + Tempo di lavorazione del job Ji) e confrontarla con la data di consegna richiesta:

Tabella 3: confronto fra date di consegna richiesta ed effettiva dei job.

Job	**Data di consegna richiesta**	**Data di consegna effettiva**
J4	5	4
J1	9	10
J3	10	15
J2	11	18

Risulta evidente come il primo job della sequenza in ritardo sia J1.

- Passo 3: il job con il tempo di lavorazione più lungo tra i job J4 e J1 è quest'ultimo (Tempo di lavorazione = 6) ecco, quindi, che bisogna eliminare tale job dall'insieme E* e porlo in quello L*: E* = {J4, J3, J2}, L* = {J1}. Si ritorna dunque al:
- Passo 2: ancora una volta è necessario verificare se qualcuno dei job appartenenti all'insieme E* è in ritardo o meno:

Tabella 4: confronto fra date di consegna richiesta ed effettiva dei job rimanenti.

Job	Data di consegna richiesta	Data di consegna effettiva
J4	5	4
J3	10	9
J2	11	12

Il primo job della sequenza in ritardo è il job J2.

- Passo 3: tra i job J4, J3 e J2 quello con il tempo di lavorazione maggiore è J3 (Tempo di lavorazione = 5); occorre, quindi, eliminare tale job dall'insieme E* e porlo in quello L*: E* = {J4, J2}, L* = {J1, J3}. Tornando al:
- Passo 2: si avrà

Tabella 5: confronto fra date di consegna richiesta ed effettiva dei job rimanenti.

Job	Data di consegna richiesta	Data di consegna effettiva
J4	5	4
J2	11	7

Non vi sono job in ritardo per cui: E = E* = {J4, J2} e L = L* = {J1, J3}.

Nel caso in cui si volesse tenere conto del fatto che ritardi di job diversi hanno diversa gravità l'algoritmo potrebbe essere modificato spostando nell'insieme L* non già i job caratterizzati da tempi di lavorazione più lunghi, bensì quelli contraddistinti da minore priorità.

Esercizio 3: schedulazione con il modello di Johnson

Sia dato un impianto produttivo organizzato a flow shop in cui si debbano schedulare i job riportati nella seguente tabella con l'obiettivo di minimizzare il makespan. Indicare quale è il modello di gestione operativa più adatto e disegnare il diagramma di Gantt della soluzione che si trova applicandolo, indicando il valore di makespan ottenuto.

La tabella riporta la somma dei tempi di lavorazione e di attrezzaggio dei diversi job sulle macchine del flowshop.

Tabella 6: somma dei tempi di lavorazione e di attrezzaggio dei diversi job sulle macchine A e B.

Job	**Macchine**	
	A	**B**
J1	2	3
J2	6	5
J3	4	3
J4	5	4
J5	1	2

Soluzione dell'esercizio 3 (schedulazione con il modello di Johnson)

Il metodo senz'altro più adatto per risolvere il problema di programmazione operativa sopra riportato è rappresentato dal modello di Johnson; il contesto produttivo in esame, infatti, è un flow shop costituito da due macchine, non sono rilevanti le date di consegna dei job da schedulare (esse non sono nemmeno indicate), i tempi di setup risultano indipendenti dalla sequenza e sono direttamente inclusi nei tempi di lavorazione e, infine, l'obiettivo del pianificatore è ricavare quella sequenza che consenta di minimizzare il makespan.

Passiamo ora a schedulare i job J1, J2, J3, J4 e J5, che rappresentano l'insieme dei lotti attualmente disponibili per essere lanciati in produzione, rimandando all'Esercizio 1 per eventuali spiegazioni relative ai passaggi eseguiti.

- Passo 1: $\min_j\{t_{j,1};\ t_{j,2}\} = 1 = t_{5,1}$
- Passo 2a:

Posizione nella sequenza	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Job	J5				

- Passo 3: l'insieme dei lotti disponibili per essere schedulati diventa quindi: J1, J2, J3 e J4. Tornando al passo 1 si avrà
- Passo 1: $\min_{j\neq 5}\{t_{j,1};\ t_{j,2}\} = 2 = t_{1,1}$
- Passo 2a:

Posizione nella sequenza	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Job	J5	J1			

- Passo 3: l'insieme dei lotti disponibili per essere schedulati diventa quindi: J2, J3 e J4. Tornando al passo 1 si avrà
- Passo 1: $\min_{j\neq 1,5}\{t_{j,1};\ t_{j,2}\} = 3 = t_{3,2}$
- Passo 2b:

Posizione nella sequenza	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Job	J5	J1			J3

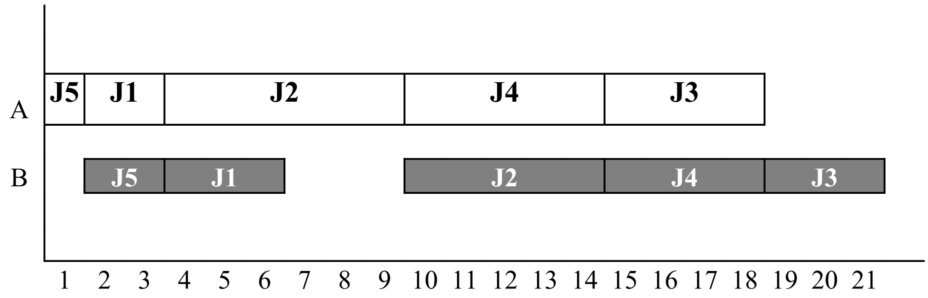
- Passo 3: l'insieme dei lotti disponibili per essere schedulati diventa quindi: J2 e J4. Tornando al passo 1 si avrà
- Passo 1: $\min_{j\neq 1,3,5}\{t_{j,1};\ t_{j,2}\} = 4 = t_{4,2}$
- Passo 2b:

Posizione nella sequenza	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Job	J5	J1		J4	J3

- Passo 3: l'insieme dei lotti disponibili per essere schedulati risulta ormai costituito solo dal job J1 che, di conseguenza, dovrà andare ad occupare la posizione 3 all'interno della sequenza la quale risulterà dunque:
-

Posizione nella sequenza	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Job	J5	J1	J2	J4	J3

Il diagramma di Gantt corrispondente alla lavorazione dei job J1, J2, J3, J4 e J5 sulle due macchine del sistema produttivo considerato e nella sequenza sopra riportata risulterà:



Il valore del makespan per la sequenza di job: J5, J1, J2, J4 e J3 risulta pari evidentemente a 21.

ESERCIZIO 4: SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI KARG-THOMPSON

Un sistema produttivo è costituito da una sola macchina che lavora le materie prime trasformandole in prodotto finito. Il responsabile della produzione deve decidere la sequenza con cui mandare in produzione un set di 4 job, indipendenti fra loro e costituiti da una sola operazione, tutti disponibili al tempo zero. Le date di consegna dei job non sono rilevanti e non è ammessa preemption tra i job. Infine, è nota la tabella dei tempi di setup per passare dalla lavorazione di un job a quella del successivo:

Tabella 7: matrice dei tempi di setup

	tempo di setup			
da \ a	**job 1**	**job 2**	**job 3**	**job 4**
Job 1	-	2	3	5
Job 2	1	-	6	3
Job 3	5	4	-	4
Job 4	3	4	2	-

Indicate un modello di gestione operativa adatto a risolvere il problema e indicare la soluzione che si ottiene applicandolo. E' possibile utilizzare lo stesso modello per risolvere il problema di minimizzazione del makespan?

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 4 (SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI KARG-THOMPSON)

Il modello di gestione operativa senz'altro più adatto a risolvere tale problema è quello di Karg-Thompson in quanto il suo campo di applicabilità è rappresentato proprio da contesti produttivi mono-macchina, in cui non sono rilevanti le date di consegna ed in cui l'obiettivo è quello di minimizzare il tempo complessivo di setup.

In particolare il modello in questione è un algoritmo euristico che consente di ricavare, dato un determinato portafoglio di job da produrre, la sequenza migliore dal punto di vista del tempo di setup nei tre passi seguenti:

1. selezionare casualmente due job dal portafoglio di lotti da lanciare in produzione;
2. selezionare un nuovo job e provare a porlo in ciascuna delle posizioni della sequenza corrente calcolando il corrispondente tempo di setup;

3. collocare il nuovo job nella posizione che garantisce il minimo tempo di setup e tornare al punto due finché i job del portafoglio non vengono esauriti.

Ebbene, alla luce di quanto sopra esposto passiamo a risolvere il problema in esame:

- in maniera del tutto casuale selezioniamo dal portafoglio job i lotti "job 1" e "job 3";
- altrettanto casualmente scegliamo come nuovo lotto il "job 2" e inseriamolo nella sequenza corrente data da "job 1 → job 3" in tutte le possibili posizioni tenendo conto, naturalmente, del corrispondente tempo di attrezzaggio:

Tabella 8: possibili sequenze e tempi di setup corrispondenti.

Sequenza	Tempo di setup corrispondente
J1 → J2 → J3 → J1	2 + 6 + 5 = 13
J1 → J3 → J2 → J1	3 + 4 + 1 = 8

- tra le due sequenze sopra individuate occorre scegliere quella cui corrisponde il tempo di setup minore, ovvero la sequenza: "job 1 → job 3 → job 2";
- tornando al passo 2 è necessario scegliere un altro lotto del portafoglio; in questo caso la scelta è obbligata in quanto è rimasto solo il "job 4" che deve comunque essere inserito nella sequenza corrente, "job 1 → job 3 → job 2", in tutte le possibili posizioni al fine di valutare quale sia quella che garantisce il tempo di attrezzaggio minore. In particolare si avrà:

Tabella 9: possibili sequenze e tempi di setup corrispondenti.

Sequenza	Tempo di setup corrispondente
J1 → J3 → J2 → J4 → J1	3 + 4 + 3 + 3 = 13
J1 → J4 → J3 → J2 → J1	5 + 2 + 4 + 1 = 12
J1 → J3 → J4 → J2 → J1	3 + 4 + 4 + 1 = 12

- tornando al passo 3 occorre scegliere la sequenza cui corrisponde il minimo tempo di setup; poiché il tempo minimo è comune a due sequenze possiamo scegliere arbitrariamente una di esse. Decidiamo, quindi, di mettere in produzione i quattro job nel seguente ordine:

  job 1 → job 4 → job 3 → job 2

(si sarebbe potuto optare indifferentemente anche per la sequenza job 1 → job 3 → job 4 → job 2)

Il modello di Karg-Thompson è un algoritmo euristico miope il cui risultato dipende fortemente dalla coppia di job selezionati all'inizio e dall'ordine con cui si sceglie di inserire gli altri job. Per migliorare il risultato si può ripetere l'algoritmo diverse volte cambiando i due job iniziali e la sequenza di inserimento degli altri job.

Infine, in questo caso particolare, il modello di Karg-Thompson poteva essere applicato anche per minimizzare il makespan in quanto, essendo i tempi di setup dipendenti dalla sequenza, la minimizzazione del tempo complessivo di attrezzaggio coincide con quella del makespan.

ESERCIZIO 5: SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI KARG-THOMPSON

In una tipografia c'è una macchina da stampa molto particolare. Bisogna decidere l'ordine con cui lanciare mettere su questa macchina 4 lavori. Non è possibile interrompere la macchina mentre sta stampando. Il responsabile della tipografia deve decidere la sequenza dei lavori sulla macchina, i lavori sono indipendenti fra loro e sono tutti disponibili all'ora di apertura. Le date di consegna dei lavori non sono rilevanti. Infine, per lanciare in stampa i diversi lavori è necessario effettuare delle operazioni diverse. E' noto che i tempi di necessari per passare da un lavoro al successivo sono (in minuti):

Tabella 10: matrice dei tempi di setup

tempo di setup				
Da \ a	**job 1**	**job 2**	**job 3**	**job 4**
job 1	-	20	25	30
job 2	15	-	10	35
job 3	18	21	-	15
job 4	28	10	20	-

Calcolare la sequenza finale e per questa sequenza il tempo di setup complessivo.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 5 (SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI KARG-THOMPSON)

Il problema che abbiamo di fonte può essere risolto con l'algoritmo di Karg-Thompson in quanto ci troviamo in una situazione di produzione multi-prodotto su macchina singola in cui il tempo di set up è dipendente dalla sequenza. Inoltre l'algoritmo è applicabile in quelle situazioni in cui non sia possibile interrompere la lavorazione di un jopb per mettere in lavorazione il successivo (preemption non ammessa).

Questo algoritmo, di natura euristica, ci permette di minimizzare il tempo complessivo di setup e quindi il makespan.

Il primo passo dell'algoritmo prevede di:

Selezionare casualmente due job: Scegliamo: J1 e J2

Il secondo passo:
Selezionare un nuovo job e porlo in ciascuna posizione della sequenza, calcolando il tempo di set-up complessivo corrispondente:

Scegliamo J3 e proviamo quindi le diverse sequenze (vedi tab.7.16):
Il terzo passo:
Posizionare il job secondo la sequenza più conveniente e tornare al passo 2 finché i job non sono esauriti

Dalla tabella 7.16 si evince che la sequenza più conveniente è J1-J2-J3. Quindi scegliamo J4 e valutiamo le diverse sequenze come illustrato in tabella 7.17

Tabella 11: possibili sequenze e tempi di setup corrispondenti.

Sequenza	Tempo di setup corrispondente
J1 → J2 → J3 → J1	20 + 10 + 18 = 48
J1 → J3 → J2 → J1	25 + 21 + 15 = 61

Tabella 12: possibili sequenze e tempi di setup corrispondenti.

Sequenza	**Tempo di setup corrispondente**
J1 → J2 → J3 → J4 → J1	20 + 10 + 15 + 28 = 73
J1 → J2 → J4 → J3 → J1	20 + 35 + 20 + 18 = 93
J1 → J4 → J2 → J3 → J1	30 + 10 + 10 + 18 = 68

La sequenza più conveniente dopo la prima iterazione è: J1-J4-J2-J3.
Tuttavia l'algoritmo prevede di:
Ripetere diverse volte cambiando i due job iniziali e la sequenza di inserimento degli altri job, alla ricerca di una soluzione migliore

Proviamo quindi a e reiterare l'algoritmo:
Il primo passo
Selezionare casualmente due job: Scegliamo: J3 e J4

Il secondo passo:
Selezionare un nuovo job e porlo in ciascuna posizione della sequenza, calcolando il tempo di set-up complessivo corrispondente:

Scegliamo J1 e proviamo quindi le diverse sequenze (vedi tabella 7.18):

Tabella 13: possibili sequenze e tempi di setup corrispondenti.

Sequenza	**Tempo di setup corrispondente**
J3 → J4 → J1 → J3	15 + 28 + 25 = 68
J3 → J1 → J4 → J3	18 + 30 + 20 = 68

Il terzo passo:
Posizionare il job secondo la sequenza più conveniente e tornare al passo 2 finché i job non sono esauriti

Dalla tabella 7.18 si evince che le sequenze J3-J4-J1 e J3-J1-J4 dal punto di vista del tempo complessivo di setup sono indifferenti, possiamo scegliere arbitrariamente una delle due. Scegliamo J3-J4-J1. Quindi scegliamo J2 e valutiamo le diverse sequenze come illustrato in tabella 7.19

Tabella 14: possibili sequenze e tempi di setup corrispondenti.

Sequenza	**Tempo di setup corrispondente**
J3 → J4 → J1 → J2 → J3	15 + 28 + 20 + 10 = 73
J3 → J4 → J2 → J1 → J3	15 + 10 + 15 + 25 = 65
J3 → J2 → J4 → J1 → J3	21 + 35 + 28 + 25 = 109

La sequenza più conveniente dopo la seconda iterazione è: J3-J4-J2-J1, che risulta migliore della soluzione trovata con la prima iterazione.

ESERCIZIO 6: SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI JOHNSON

La società Rossi S.r.l. lavora 6 tipi di ruote dentate che richiedono di passare su due macchine dentatrici in sequenza (sempre prima sulla macchina A, poi sulla B); il tempo di lavoro unitario dipende dal singolo job, i tempi di setup non sono significativi. In tabella sono riportati i tempi di lavoro ed il lotto (job) espresso in termini di numero di ruote dentate che vengono lavorate in successione. Definire la sequenza che minimizza il makespan. Quanto è il makespan della sequenza trovata?

Tabella 15: dimensione dei lotti e tempi macchina per tipologia di ruota dentata

	R1	**R2**	**R3**	**R4**	**R5**	**R6**
Lotto (pezzo/lotto)	44	23	50	12	9	30
	Tempo macchina (minuti/pezzo)					
Macchina A	6	7	9	17	13	15
Macchina B	8	10	14	12	4	2

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 6 (SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI JOHNSON)

L'esercizio può essere risolto applicando il modello di Johnson. Infatti: il contesto produttivo in esame è un flow shop costituito da due macchine, non sono rilevanti le date di consegna dei job da schedulare (esse non sono nemmeno indicate), i tempi di setup non sono significativi e, infine, l'obiettivo del pianificatore è ricavare quella sequenza che consenta di minimizzare il makespan.

Prima di applicare il modello, tuttavia, abbiamo bisogno di calcolare il tempo necessario alla lavorazione dei job. Per ottenerlo bisogna moltiplicare la dimensione di ciascun lotto delle diverse ruote dentate per il tempo macchina necessario per ciascuna ruota dentata. I valori del tempo di lavorazione dei job è indicato nella seguente tabella:

Tabella 16: tempo di produzione dei lotti (min/lotto)

	R1	**R2**	**R3**	**R4**	**R5**	**R6**
Macchina A	264	161	450	204	117	450
Macchina B	352	230	700	144	36	60

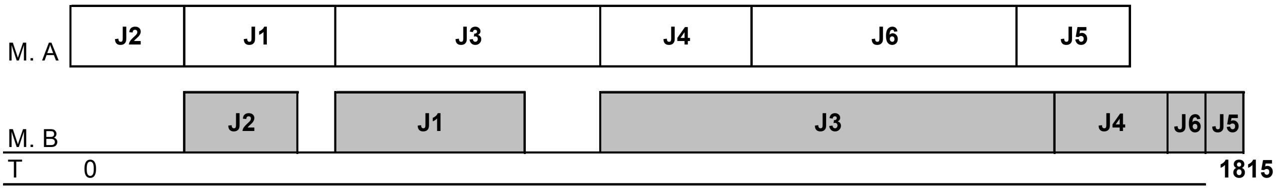
Passiamo ora a schedulare i job J1, J2, J3, J4, J5 e J6 che rappresentano l'insieme dei lotti attualmente disponibili per essere lanciati in produzione, rimandando all'Esercizio 1 per eventuali spiegazioni relative ai passaggi eseguiti.

La tabella 7.22 riassume tutti i passi eseguiti:

Tabella 17: applicazione del modello di Johnson

Stadio	**Job disponibili**	**t min**	**Job-Macchina corrispondente**	**Sequenza**					
1	J1-J2-J3-J4-J5-J6	36	J5-B	-	-	-	-	-	J5
2	J1-J2-J3-J4-J6	60	J6-B	-	-	-	-	J6	J5
3	J1-J2-J3-J4	144	J4-B	-	-	-	J4	J6	J5
4	J1-J2-J3	161	J2-A	J2	-	-	J4	J6	J5
5	J1-J3	264	J1-A	J2	J1	-	J4	J6	J5
6	J3	450	J3-B	J2	J1	J3	J4	J6	J5

Per calcolare il makespan utilizziamo il diagramma di gantt che rappresenta le lavorazioni dei job sulle due macchine del sistema produttivo considerato.



Il makespan della sequenza individuata è 1815 minuti.

Esercizio 7: schedulazione con il modello di Johnson

Il responsabile della produzione di un flow-shop che assembla componenti del settore automotive deve schedulare i job riportati nella seguente tabella con l'obiettivo di minimizzare il makespan. I job sono tutti disponibili all'istante iniziale e le loro date di consegna non sono rilevanti. Tutti i job devono visitare in sequenza le due macchine M1 e M2. In tabella sono riportate le ore necessarie per processare ciascun job su ciascuna delle due macchine.

Tabella 18: tempi di produzione dei diversi job sulle macchine (in ore).

Job	M1	M2
J1	5	5
J2	6	1
J3	9	7
J4	6	8
J5	3	4

(i) Definire la sequenza che minimizza il makespan. Quanto è il makespan della sequenza trovata ?

(ii) Si disegni il diagramma di Gantt della sequenza di scheduling trovata al punto precedente.

Soluzione dell'esercizio 7 (schedulazione con il modello di Johnson)

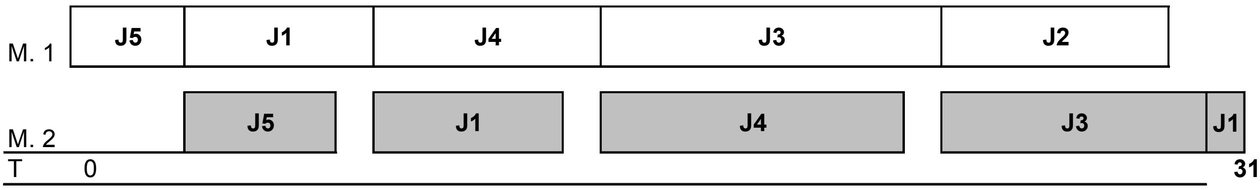
Ci troviamo in una situazione in cui è possibile applicare il modello di Johnson per calcolare la sequenza ottima che minimizza il makespan.

Applichiamo l'algoritmo seguendo i passi descritti nell'esercizio 1 che vengono riassunti nella seguente tabella:

Tabella 19: applicazione del modello di Johnson

Stadio	**Job disponibili**	**t min**	**Job-Macchina corrispondente**	**Sequenza**				
1	J1-J2-J3-J4-J5	1	J2-2	-	-	-	-	J2
2	J1-J3-J4-J5	3	J5-1	J5	-	-	-	J2
3	J1-J3-J4	5	J1-**1**	J5	J1	-	-	J2
4	J3-J4	6	J4-1	J5	J1	J4	-	J2
5	J3	7	J3-2	J5	J1	J4	J3	J2

Il diagramma di gantt per questa sequenza è:



Allo stadio 3 ci siamo trovati di fronte a una situazione di parità: J1 presenta lo stesso tempo di produzione sulle due macchine, infatti il tempo di produzione è in entrambi i casi pari a 5. Le situazioni di parità possono essere risolte in maniera arbitraria.

E' possibile osservare come se avessimo scelto la macchina 2 per il J1 allo stadio 3 il risultato in termini di makespan sarebbe stato lo stesso.

Tabella 20: applicazione del modello di Johnson

Stadio	**Job disponibili**	**t min**	**Job-Macchina corrispondente**	**Sequenza**				
1	J1-J2-J3-J4-J5	1	J2-2	-	-	-	-	J2
2	J1-J3-J4-J5	3	J5-1	J5	-	-	-	J2
3	J1-J3-J4	5	J1-**2**	J5	-	-	J1	J2
4	J3-J4	6	J4-1	J5	J4	-	J1	J2
5	J3	7	J3-2	J5	J4	J3	J1	J2

Il makespan di questa sequenza è comunque 31 ore.

Esercizio 8: schedulazione con il modello di Hodgson

Un sistema produttivo è costituito da una sola macchina. L'ing. Schedule deve decidere la sequenza con cui mandare in lavorazione 6 job e, poiché ci sono delle penali altissime se si consegna in ritardo un job, deve farlo in modo da minimizzare il numero di job in ritardo. I job, indipendenti tra loro e costituiti da una sola operazione, sono tutti disponibili per essere lavorati. Non si può interrompere la lavorazione di un job per poi riprenderla per lavorarne degli altri. L'ing. Schedule ha a disposizione le date richieste di consegna dei job (dj) e i tempi di lavorazione (tj). I tempi di set-up sono indipendenti dalla sequenza e sono già inclusi nei tempi di lavorazione.

Tabella 21: tempi di lavorazione tj) e date di consegna (dj) dei job

job	tj	dj
J1	1	2
J2	5	7
J3	3	9
J4	8	16
J5	7	10
J6	4	8

Calcolare la sequenza ottimale che minimizza il numero di job in ritardo. Quanti e quali job saranno consegnati in ritardo?

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 8 (SCHEDULAZIONE CON IL MODELLO DI HODGSON)

L'algoritmo di scheduling più adatto per risolvere il problema assegnato è il modello di Hodgson. Infatti l'impianto in esame è modellizzabile come una macchina singola, in cui i setup sono indipendenti dalla sequenza e non è ammessa preemption.

Seguiamo i passi dell'algoritmo:

Step 1:

Considerare i due insiemi di job in ritardo L e di job non in ritardo E

Step 2: *Mettere tutti i job nell'insieme E ed ordinarli per data di consegna crescente*

Nel caso in esame: E*=(J1,J2,J6,J3,J5,J4)

Step 3: *Identificare il primo job in ritardo (k) nell'insieme E; se nessun job di E è in ritardo, la sequenza cercata è data dai job di E nell'ordine attuale seguiti dai job di L in qualsiasi ordine*

Il primo job in ritardo è il J6, che è il terzo di E (k=3). Infatti il J6 verrebbe finito a 10 ma deve essere consegnato a 8 come si vede nella seguente tabella.

Tabella 22: confronto fra date di consegna richiesta ed effettiva dei job dell'insieme E.*

Job	**Data di consegna richiesta**	**Data di consegna effettiva**
J1	2	1
J2	6	6
J6	8	10
J3	9	13
J5	10	20
J4	16	28

Step 4: *Tra i primi k job dell'insieme E, scegliere quello con il massimo tempo di lavorazione e spostarlo in L*

Tra i primi 3 (k=3) job di E* quello che ha i tempo massimo è J2. Quindi:

E*=(1,6,3,5,4) L=(2)

Step 5: *Tornare al passo 3*

Step 3: *Identificare il primo job in ritardo (k) nell'insieme E; se nessun job di E è in ritardo, la sequenza cercata è data dai job di E nell'ordine attuale seguiti dai job di L in qualsiasi ordine*

Il primo job in ritardo è il J5, che è il quarto di E (k=4). Infatti il J5 verrebbe finito a 15 ma deve essere consegnato a 10 come si vede nella seguente tabella.

Tabella 23: confronto fra date di consegna richiesta ed effettiva dei job.

Job	**Data di consegna richiesta**	**Data di consegna effettiva**
J1	2	1
J6	8	5
J3	9	8
J5	10	15
J4	16	23

Step 4: *Tra i primi k job dell'insieme E, scegliere quello con il massimo tempo di lavorazione e spostarlo in L*

Tra i primi 4 (k=4) job quello che ha il tempo massimo è J5. Quindi:

E*=(J1,J6,J3,J4) L=(J2,J5)

Step 5 *Tornare al passo 3*

Step 3: *Identificare il primo job in ritardo (k) nell'insieme E; se nessun job di E è in ritardo, la sequenza cercata è data dai job di E nell'ordine attuale seguiti dai job di L in qualsiasi ordine*

Non ci sono più job in ritardo (vedi tabella 7.28) quindi le sequenze (J1,J6,J3,J4,J2,J5) e (J1,J6,J3,J4,J5,J2) minimizzano il numero di job in ritardo. E il numero di job in ritardo è 2. In particolare i job in ritardo sono J2 e J5.

Tabella 24: confronto fra date di consegna richiesta ed effettiva dei job.

Job	**Data di consegna richiesta**	**Data di consegna effettiva**
J1	2	1
J6	8	5
J3	9	8
J4	16	16