INGEGNERIA GESTIONALE

corso di Fisica Generale

Prof. E. Puddu

Interazioni di tipo magnetico

LIUC

Il campo magnetico

In natura vi sono alcune sostanze, quali la magnetite, in grado di esercitare una forza di attrazione sulla limatura di ferro. Già nel sesto secolo A.C. Aristotele parla di questa proprietà. Nell'undicesimo secolo un cinese di nome Shen Kuo parla dell'ago magnetizzato come strumento (la bussola) utile per raffinare la navigazione, mentre in Europa dobbiamo aspettare il dodicesimo secolo affinché Alexander Neckham scriva della bussola utilizzata in navigazione.

Vari esperimenti portati avanti nei secoli successivi fecero notare che:

i) le sostanze in questione attiravano il ferro e le sue leghe, ma non i materiali elettrizzati;

ii) tali sostanze esercitavano tra di loro una forza di attrazione o di repulsione, in base alla reciproca disposizione nello spazio. Questo fece dedurre che questa proprietà si presentasse sotto due forme, una positiva ed una negativa.

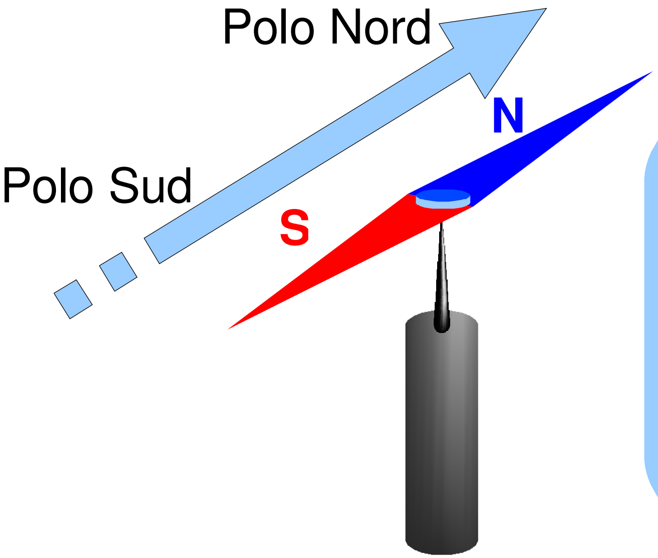
iii) non era possibile separare la “carica” positiva dalla negativa semplicemente dividendo in due un corpo che possedesse tali proprietà, in quanto questo si ripresentava nella stessa forma del corpo originale.

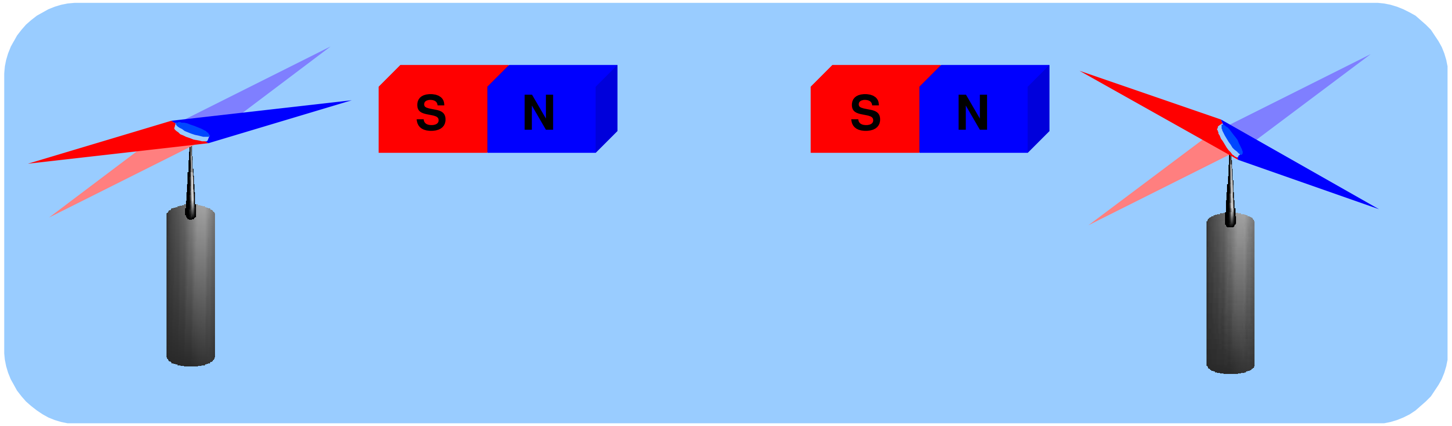
iv) Una sostanza ferrosa lasciata a contatto con uno di questi corpi, ne assume le proprietà.

A questa proprietà venne dato il nome di magnetizzazione, dalla città di Magnesia e alle sostanze che la possiedono fu dato il nome di magneti. I due differenti tipi di carica assunsero il nome di poli, Nord e Sud rispettivamente (connotazione geografica derivante dall'uso del magnete come bussola). Le sostanze quali la magnetite sono i cosiddetti magneti naturali.

LIUC

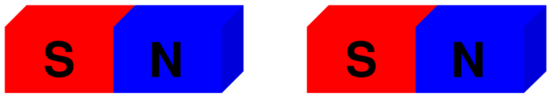
Il campo magnetico



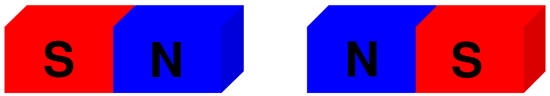


Un ago magnetico si dispone sempre nella direzione del Nord geografico, proprio come se la Terra fosse un enorme magnete! Questo fenomeno fu spiegato da William Gilbert nel 1600 per mezzo di un modello del pianeta Terra chiamato *terrella*.
Lo stesso ago magnetico, se avvicinato da un magnete, si mette in moto, come in figura!!!

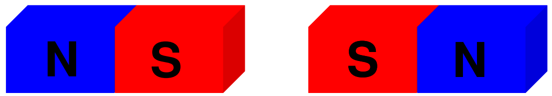
Due magneti che affacciano gli stessi poli si respingono, mentre se affacciano poli diversi si attraggono...



attrazione

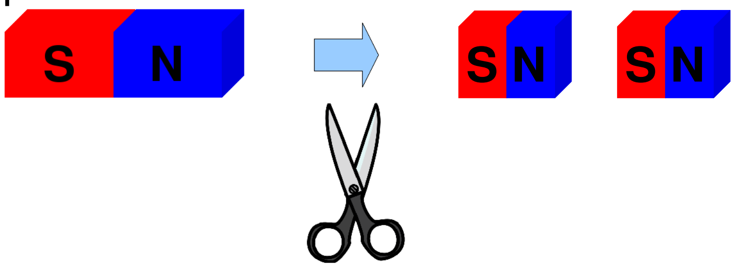


repulsione



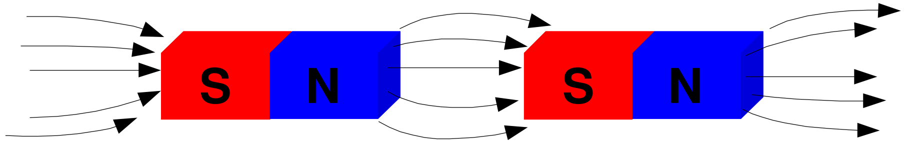
repulsione

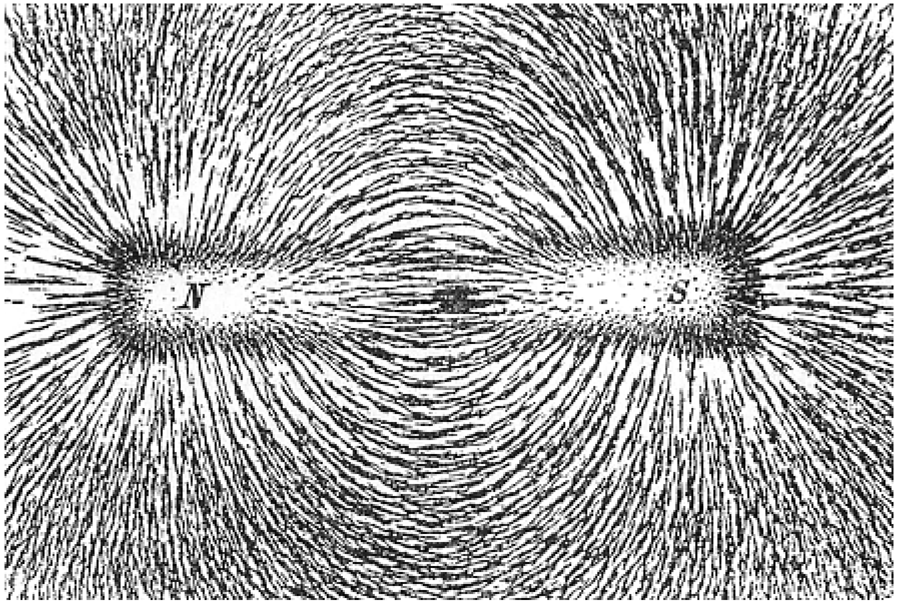
Dividendo un magnete in due magneti si ottiene un magnete che presenta le stesse proprietà: non è possibile separare i poli magnetici!!!



Il campo magnetico

Possiamo quindi concludere che la forza magnetica è simile alla forza elettrica, anche se i poli magnetici, a differenza delle cariche elettriche, si presentano sempre in coppie. Similmente al campo elettrico, possiamo definire delle linee di campo per i poli magnetici, tra l'altro verificabili sperimentalmente avvicinando una calamita a della limatura di ferro.
Queste linee di campo sono uscenti dal polo Nord ed entranti al polo Sud di un magnete





Esiste una Legge di Coulomb magnetica, che mette in relazione la forza con cui si attraggono due poli magnetici alla loro intensità e distanza. Tale legge vale solo sotto alcune condizioni spaziali, in quanto non esiste un monopolo magnetico, e quindi ogni misura è inquinata dalla presenza di altri due poli, oltre a quelli di interesse

$$F_m = k_m \frac{p_1 p_2}{r^2}$$

Dove k_m è una costante di proporzionalità, p_i le intensità dei due poli ed r la distanza reciproca. Il campo magnetico è indicato con la lettera $\boldsymbol{B}$ e la sua unità di misura è il Tesla (T).

LIUC

Sorgenti del campo magnetico

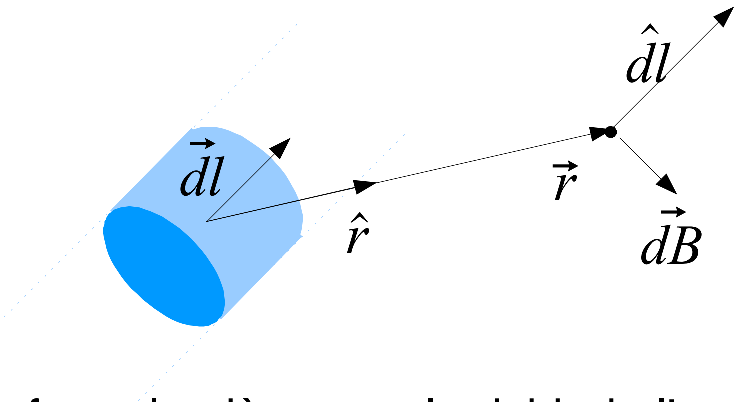
Nel 1911 Oersted notò che un ago magnetico subiva un momento torcente se posto nelle vicinanze di un filo percorso da corrente. A causa di questo fatto pensò che un filo percorso da corrente fosse sorgente di un campo magnetico.

Laplace approfondì l'argomento e formulò la prima legge di Laplace:

un tratto infinitesimo *dl* di filo conduttore percorso da una corrente *i* produce nel punto P, a distanza *r* da esso un campo magnetico *dB* secondo la relazione

$$\vec{dB} = k_m \frac{idl}{r^2} \hat{dl} \wedge \hat{r}$$

dove $\hat{r}$ è il versore che punta da *dl* al punto P, mentre $\hat{dl}$ è il versore di *dl*; k_m è una costante che dipende dal mezzo in cui si svolge l'esperimento e vale $k_m = 10^{-7}$ *Tm/A*. k_m Viene sempre espressa come $\mu_0/4\pi$, dove $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}$ *Tm/A* è la permeabilità magnetica del vuoto.



È importante notare che il campo magnetico generato è perpendicolare al piano formato dalla corrente *i* e dal vettore *r*.

Sostituendo la permeabilità magnetica nella prima legge di Laplace otteniamo

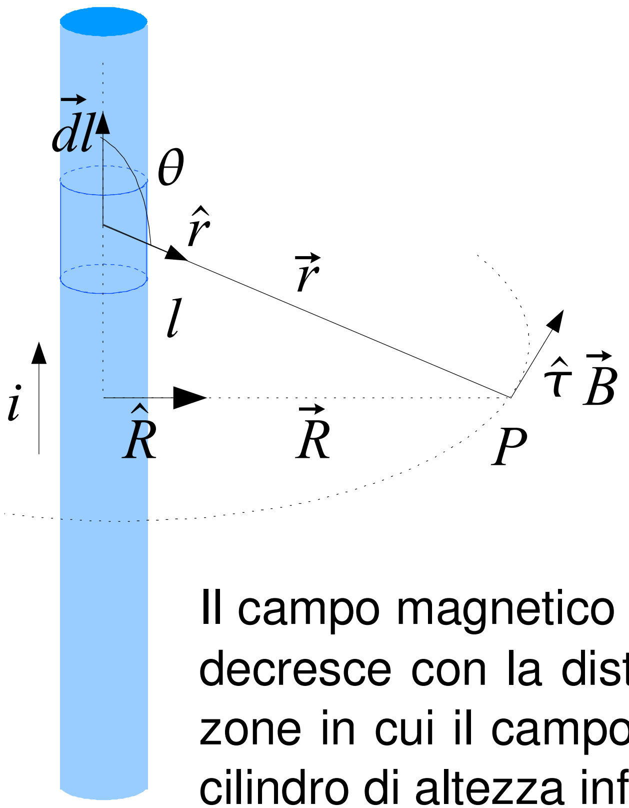
$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl}{r^2} \hat{dl} \wedge \hat{r}$$

La formula più generale richiede l'uso della densità di corrente *j*:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j} \wedge \hat{r}}{r^2} dV$$

Campo magnetico da filo rettilineo infinito

Consideriamo il caso di un conduttore rettilineo ed infinito, di cui vogliamo calcolare il campo magnetico generato nel generico punto P. Per procedere si sommano tutti i contributi dei campi magnetici dati dalla prima legge di Laplace, ovvero integriamo tra –∞ e +∞:



$$\vec{B}(P)=\int d\vec{B}(P)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dl}{r^2}\hat{dl}\wedge\hat{r}$$

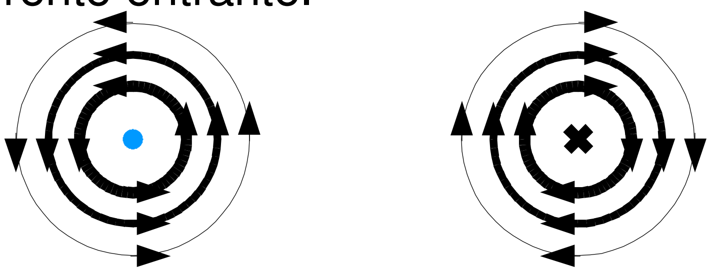
Per ora limitiamoci al calcolo del modulo di $B(P)$. Il prodotto vettore all'interno dell'integrale è uguale a $\sin\theta$. Notiamo che: $r=R/\sin(\pi-\theta)=R/\sin\theta$, $l=R/tg(\pi-\theta)=-R\,ctg\theta$, $dl=R/\sin^2\theta \quad d\theta$.

Sostituendo anche gli estremi di integrazione notando che $l=-\infty$ corrisponde a $\theta=0$ e che $l=+\infty$ corrisponde a $\theta=\pi$, scriviamo

$$B(P)=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(-\cos\theta)_0^{\pi}=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

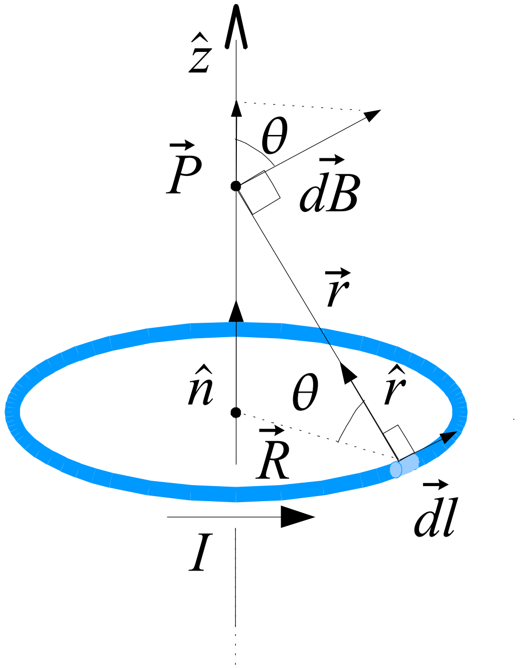
Il campo magnetico è quindi tangente alla circonferenza di raggio *R* ed il suo modulo decresce con la distanza come *1/r*. Dato il conduttore rettilineo ed infinito quindi, le zone in cui il campo magnetico B ha lo stesso valore sono le superfici laterali di un cilindro di altezza infinita, il cui asse è il conduttore stesso.

Per determinare il verso del campo magnetico, dobbiamo usare la regola della vite destrorsa, che ci da linee di campo in senso antiorario per corrente uscente, ed in senso orario per corrente entrante.



Campo magnetico da una spira circolare

Calcoliamo ora il campo magnetico generato da una spira circolare percorsa da corrente. Il calcolo è molto complicato nello spazio, ma si semplifica notevolmente sull'asse della spira.



Partiamo dalla legge di Laplace e notiamo che il campo *dB* è perpendicolare sia a *dl* sia a *r*, per cui ha andamento come in figura. Quando andiamo a sommare tutti i contributi della spira, notiamo che le componenti orizzontali di *dB* si cancellano in quanto ad ogni direzione corrisponde una porzione di campo opposto, mentre quelle verticali si sommano. Per questa ragione andiamo ad integrare solo la componente di *dB* lungo l'asse *z*

$$\vec{B}(P)=\oint d\vec{B}_z(P)=\frac{\mu_0 i}{4\pi}\oint \frac{dl\cos\theta}{r^2}\,\hat{dl}\wedge\hat{r}$$

Notiamo inoltre che la distanza *r*, così come l'angolo *θ*, non dipendono dalla posizione di *dl* intorno all'asse *z*, e che l'integrale ha come valore *2πR*. Il campo magnetico in *P* quindi è

$$\vec{B}(P)=\frac{\mu_0 i}{2}\frac{R\cos\theta}{r^2}\hat{n}$$

Sostituiamo infine le relazioni $r=(R^2+z^2)^{1/2}$, $\cos\theta=R/r$, per ricavare

$$\vec{B}(P)=\frac{\mu_0 i R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}\hat{n}$$

che calcolato al centro della spira diventa

$$\vec{B}(0)=\frac{\mu_0 i}{2\mathrm{R}}\hat{n}$$

Da notare che il verso delle linee di campo si trova sempre con la regola della vite destrorsa.

Campo magnetico da una particella e da un solenoide rettilineo

Il campo magnetico generato da una sola particella in moto nello spazio a distanza *r* da essa è

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\, \vec{v} \wedge \hat{r}}{r^2}$$

in cui si nota che il campo magnetico generato lungo la direzione del moto è nullo.

Il campo magnetico all'interno di un solenoide percorso da una corrente *I* in cui la lunghezza *l* sia molto maggiore del raggio *a* di ogni spira è

$$\vec{B} = \mu_0 n I \hat{z}$$

dove *n=N/l* è il rapporto tra il numero di spire e la lunghezza del solenoide *l*. All'estremità del solenoide il campo magnetico vale la metà di quello all'interno, ovvero

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n I}{2} \hat{z}$$