MODELLI DI OLIGOPOLIO

di Christian Garavaglia e Alessandro Graffi

MODELLO DI COURNOT

1. IPOTESI

1. SUL MERCATO OPERANO DUE IMPRESE: l'impresa 1 e l'impresa 2 (DUOPOLIO)
2. PRODUCONO LO STESSO IDENTICO BENE (BENE OMOGENEO)
3. LE IMRESE COMPETONO NELLE QUANTITA', OSSIA DECIDONO LA QUANTITA' DA PRODURRE AL FINE DI MAX IL PROPRIO PROFITTO
4. OGNI IMPRESA SUPPONE CHE LA QUANTITA' PRODOTTA DALLA RIVALE RIMANGA COSTANTE, OSSIA NON CONSIDERA CHE LE SUE SCELTE DI PRODUZIONE POSSANO INFLUENZARE LE DECISIONI DELLA RIVALE.
5. IN ALTRE PAROLE, LE IMPRESE DECIDONO CONTEMPORANEAMENTE LA QUANTITA' DA PRODURRE IN UN IPOTETICO GIOCO SIMULTANEO, IL CUI EQUILIBRIO, SE ESISTE, E' UN EQUILIBRIO DI NASH

2. STRUTTURA DEL MODELLO

- CURVA DI DOMANDA DI MERCATO è definita dalla funzione di domanda inversa di mercato che è in generale indicata come:

  $P = a - bQ$ dove l'output totale: $Q = Q_1 + Q_2$
  e quindi:
  $P = a - b\,Q_1 - b\,Q_2$
  dove Q_1 è la quantità prodotta dalla impresa 1 e Q_2 quella prodotta dall'impresa 2.

- LA FUNZIONE DI COSTO TOTALE DI OGNI IMPRESA è definita supponendo che essa sostenga un costo marginale costante e positivo (c_i), con, in generale, $c_1 \neq c_2$

  $CT_1\,(Q_1) = c_1\,Q_1$ e $CT_2\,(Q_2) = c_2\,Q_2$

- LA FUNZIONE DI PROFITTO DI OGNI IMPRESA è pertanto data da

  $\pi_1 = P\,(Q)\,Q_1 - c_1\,Q_1 = (a - b\,Q_1 - b\,Q_2)\,Q_1 - c_1\,Q_1$
  $\pi_2 = P\,(Q)\,Q_2 - c_2\,Q_2 = (a - b\,Q_2 - b\,Q_1)\,Q_2 - c_2\,Q_2$

C. COME SI CALCOLA L'EQUILIBRIO DEL MODELLO DI COURNOT ?

Procediamo con ordine seguendo questi passi:

1. dobbiamo trovare la FUNZIONE DI REAZIONE per ciascuna delle due imprese considerate, ossia l'equazione che individui la scelta di output ottima (cioè che max profitto) per un'impresa per ogni possibile livello di output (ossia in funzione di) scelto dall'altra.

   Come si fa a derivare analiticamente le Funzioni di Reazione???

1.a) Premesso che la regola per la max del profitto da parte dell'impresa è sempre quella di scegliere il livello di output in corrispondenza del quale

$$\text{RICAVO MARGINALE (MR)} = \text{COSTO MARGINALE (MC)}$$

in questo caso, supponendo data e costante la quantità prodotta dalla rivale, analizziamo il problema di scelta dell'impresa 1.

L'impresa 1 ha di fronte a sè la curva di domanda di mercato:
$P = a - bQ$ dove Q (output totale) $= Q_1 + Q_2$
e quindi:
$P = a - b\,Q_1 - b\,Q_2$
nella quale considera costante la quantità prodotta dall'impresa 2 (indicata con $\underline{Q_2}$), ossia, riscriviamo:
$P = (a - b\,\underline{Q_2}) - b\,Q_1$
Otteniamo così la curva di domanda per l'impresa 1 che è definita in modo residuale (curva di domanda RESIDUALE dell'impresa 1) perché è data dalla differenza tra la domanda di mercato e le Q_2 unità offerte dall'impresa 2. Infatti si ha:

$$Q_1 = Q - \underline{Q_2} = (a - P)/b - \underline{Q_2}$$

Quindi:

$$P = \underbrace{(a - b\,\underline{Q_2})}_{\text{intercetta verticale}} - \underbrace{b}_{\text{inclinazione}}\,Q_1$$

Come sappiamo il ricavo marginale MR nel caso di funzione di domanda lineare ha la stessa intercetta verticale della funzione di domanda inversa del mercato, ed inclinazione doppia. Quindi per l'impresa 1 si avrà che:

$$MR_1 = (a - b\,\underline{Q_2}) - 2\,b\,Q_1$$

1b) Data la funzione dei costi delle imprese, ricaviamo come al solito i costi marginali. Nell'esempio si ha:

$$MC_1 = c_1$$
$$MC_2 = c_2$$

1c) Le Funzioni di Reazione di 1 e 2 si trovano utilizzando la solita regola per determinare la scelta ottima delle imprese, data dall'uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale, quindi per l'impresa 1 sarà:

$$MR_1 = MC_1$$

ossia

$$(a - b\, \underline{Q_2}\,) - 2\, b\, Q_1 = c_1$$

da cui risolvendo per Q_1, l'output dell'impresa 1, otteniamo la *<u>FUNZIONE DI REAZIONE di dell'impresa 1</u>*

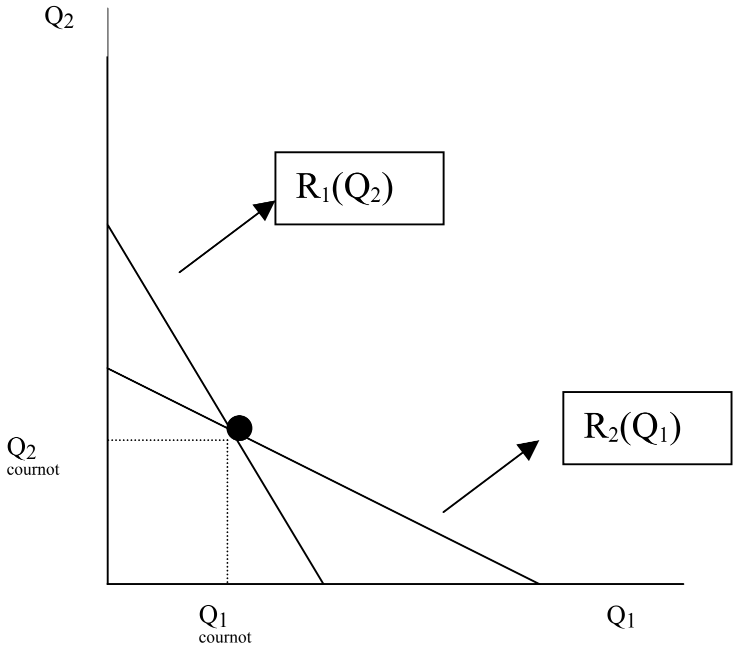
$$Q_1 = [(a - b\, Q_2) - c_1] / 2\, b$$

Analogamente otteniamo la *<u>FUNZIONE DI REAZIONE di dell'impresa 2</u>*

$$Q_2 = [(a - b\, Q_1) - c_2] / 2\, b$$

2) Trovare l'equilibrio nel modello di Cournot significa individuare la situazione in cui <u>entrambe le imprese</u> adottano la propria scelta ottima, ossia stanno entrambe sulla propria curva di reazione, DATA LA SCELTA (OTTIMA) DELL'AVVERSARIO. Si tratta dunque di individuare l'equilibrio di Nash del gioco simultaneo di Cournot.

Graficamente, l'equilibrio è pertanto rappresentato dal punto d'intersezione tra le due curve di reazione.



Analiticamente, per trovare l'EQUILIBRIO basta risolvere il sistema composto dalle due Funzioni di Reazione (ossia calcolare quale è il punto di intersezione tra le due Funzioni di Reazione):

$$\begin{cases} Q_1 = [(a - b\, Q_2) - c_1] / 2\, b \\ Q_2 = [(a - b\, Q_1) - c_2] / 2\, b \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sostituendo ad esempio Q_2 all'interno dell'espressione di Q_1 e, risolvendo, troviamo il punto di intersezione:

$$(Q_1^* ; Q_2^*)$$

che rappresenta l'EQUILIBRIO DI COURNOT.
Più precisamente tali valori sono dati da:

$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{a - bQ_2 - c_1}{2b} \\ Q_2 = \dfrac{a - bQ_1 - c_2}{2b} \end{cases} = \begin{cases} Q_1 = \dfrac{a - b(\dfrac{a - bQ_1 - c_2}{2b}) - c_1}{2b} \\ Q_2 = \dfrac{a - bQ_1 - c_2}{2b} \end{cases} = \begin{cases} 2bQ_1 = a - (\dfrac{a - bQ_1 - c_2}{2}) - c_1 \\ Q_2 = \dfrac{a - bQ_1 - c_2}{2b} \end{cases} =$$

$$\begin{cases} 4bQ_1 = 2a - a + Q_1 + c_2 - 2c_1 \\ Q_2 = \dfrac{a - bQ_1 - c_2}{2b} \end{cases} = \begin{cases} 3bQ_1 = a + c_2 - 2c_1 \\ Q_2 = \dfrac{a - bQ_1 - c_2}{2b} \end{cases} = \begin{cases} Q_1^* = \dfrac{a + c_2 - 2c_1}{3b} \\ \text{e simmetricamente} \\ Q_2^* = \dfrac{a + c_1 - 2c_2}{3b} \end{cases}$$

da notare che

$Q_1^* \geq Q_2^*$ se $\dfrac{a + c_2 - 2c_1}{3b} \geq \dfrac{a + c_1 - 2c_2}{3b}$, se $(c_2 - 2c_1) \geq (c_1 - 2c_2)$, se $3c_2 \geq 3c_1$, ossia se $c_2 \geq c_1$

ossia, nella competizione *à la* Cournot, l'impresa con costi marginali minori produce un livello di output maggiore.

La quantità totale prodotta ed offerta sul mercato è:

$Q^* = Q_1^* + Q_2^*$, ossia

$$Q^* = Q_1^* + Q_2^* = \frac{a + c_2 - 2c_1}{3b} + \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b} = \frac{2a - c_2 - c_1}{3b}$$

3) Il Prezzo di equilibrio P* si trova sostituendo Q* nella funzione di domanda DI MERCATO:

$$P^* = a - bQ^* = a - b\frac{2a - c_2 - c_1}{3b} = \frac{3a - 2a + c_2 + c_1}{3} = \frac{a + c_2 + c_1}{3}$$

4) Il profitto dell'impresa 1 sarà dato da

$$\Pi_1 = P^* Q^*{}_1 - c_1 Q^*{}_1 = (P^* - c_1) Q^*{}_1 = (\frac{a + c_2 + c_1}{3} - c_1)\frac{a + c_2 - 2c_1}{3b}$$

$$= \frac{a + c_2 + c_1 - 3c_1}{3}\,\frac{a + c_2 - 2c_1}{3b} = \frac{a + c_2 - 2c_1}{3}\,\frac{a + c_2 - 2c_1}{3b} = \frac{(a + c_2 - 2c_1)^2}{9b}$$

e simmetricamente per l'impresa 2

$$\Pi_2 = P^* Q^*{}_2 - c_2 Q^*{}_2 = (P^* - c_2) Q^*{}_2 = \left(\frac{a + c_2 + c_1}{3} - c_2\right) \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b}$$
$$= \frac{a + c_2 + c_1 - 3c_2}{3} \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b} = \frac{a + c_1 - 2c_2}{3} \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b} = \frac{(a + c_1 - 2c_2)^2}{9b}$$

MODELLO DI BERTRAND

1.IPOTESI

1. SUL MERCATO OPERANO DUE IMPRESE: l'impresa 1 e l'impresa 2 (DUOPOLIO)
2. PRODUCONO LO STESSO IDENTICO BENE (BENE OMOGENEO)
3. LE IMRESE COMPETONO NEI PREZZI, OSSIA DECIDONO IL PREZZO A CUI VENDERE IL PROPRIO PRODOTTO AL FINE DI MAX IL PROPRIO PROFITTO
4. OGNI IMPRESA SUPPONE CHE IL PREZZO FISSATO DALLA RIVALE RIMANGA COSTANTE, OSSIA NON CONSIDERA CHE LE SUE SCELTE DI PREZZO POSSANO INFLUENZARE LE DECISIONI DELLA RIVALE.
5. IN ALTRE PAROLE, LE IMPRESE DECIDONO CONTEMPORANEAMENTE QUALE PREZZO FISSARE IN UN IPOTETICO GIOCO SIMULTANEO, IL CUI EQUILIBRIO, SE ESISTE, è UN EQUILIBRIO DI NASH

2. COME SI CALCOLA L'EQUILIBRIO NEL MODELLO DI BERTRAND ?

Data la CURVA DI DOMANDA DI MERCATO definita dalla funzione di domanda inversa di mercato che è in generale assunta essere lineare

P = a - bQ dove Q (output totale) = $Q_1 + Q_2$,

nella competizione *à la* Bertrand distinguiamo 2 casi:

I) Nel CASO in cui le imprese considerate abbiano gli STESSI costi marginali MC costanti ($MC_1 = MC_2 = c$), la condizione di EQUILIBRIO è semplicemente data da:

$$P = MC$$

Da tale condizione, analiticamente si ottiene: $P^* = c$
e, sostituendo nella funzione di domanda di mercato, otteniamo:

$$Q^* = Q_1^* + Q_2^* = \frac{a - c}{b}$$

con le due imprese che si spartiscono equamente il mercato $Q_1^* = Q_2^* = \frac{a-c}{2b}$ e realizzano profitti nulli.
(Notate bene che è la stessa situazione che si verifica in condizioni di CONCORRENZA PERFETTA!)

II) Nel CASO in cui le imprese considerate abbiano DIVERSI costi marginali, con ad esempio $MC_1 = c_1$, e $MC_2 = c_2$ con $MC_1 < MC_2$, la condizione di EQUILIBRIO è data da: l'impresa con costi marginali minori (la 1) può aggiudicarsi l'intera domanda del mercato. Per fare ciò è sufficiente che pratichi un prezzo di poco (indichiamo questo poco con ε) inferiore al costo marginale dell'altra impresa (cioè c_2), in modo tale che l'altra impresa a tale prezzo non abbia incentivo a produrre poiché ne otterrebbe profitti negativi. Il prezzo di equilibrio sarà quindi:

$$P^*(=P_1) = MC_2 - \varepsilon = c_2 - \varepsilon$$

l'impresa 2 non produrrà ($Q_2^* = 0$), mentre l'impresa 1 si approprierà dell'intero mercato ($Q^* = Q_1^* = \frac{a-c_2}{b}$), realizzando profitti positivi.
[Tutto ciò vale se $P_M > P^*$ (= $c_2-\varepsilon$)… vedi anche il commento sotto]

Ovviamente, qualora il prezzo di monopolio P_M risulti essere inferiore a P^* l'impresa 1 potrà appropriarsi dell'intero mercato <u>e comportarsi da monopolista</u> [questo accade considerando che la situazione di monopolio è quella maggiormente desiderabile da un'impresa, in quanto massimizza i profitti. Quindi, se $P_M < P^*$ allora l'impresa che resta sul mercato potrebbe massimizzare i proprio profitti comportandosi da monopolista, praticando un prezzo P_M, restando sicura che comunque l'altra impresa non rientrerà nel mercato in quanto farebbe profitti negativi, dato che vale: $P_M < c_2$).
Se invece l'impresa si comportasse da monopolista praticando un prezzo P_M nella condizione precedente, in cui si aveva $P_M > P^*$ (= $c_2-\varepsilon$), allora l'impresa esclusa potrebbe rientrare nel mercato e fare profitti positivi dato che il prezzo vigente, P_M, sarebbe maggiore dei suoi costi marginali].

MODELLO DI STACKELBERG

1. IPOTESI

1. SUL MERCATO OPERANO DUE IMPRESE: l'impresa 1 e l'impresa 2 (DUOPOLIO)
2. PRODUCONO LO STESSO IDENTICO BENE (BENE OMOGENEO)
3. LE IMRESE COMPETONO NELLE QUANTITA', OSSIA DECIDONO LA QUANTITA' DA PRODURRE AL FINE DI MAX IL PROPRIO PROFITTO
4. L'IMPRESA 2 (FOLLOWER) CONTINUA A COMPORTARSI COME UN INGENUO DUOPOLISTA ALLA COURNOT E SUPPONE CHE LA QUANTITA' PRODOTTA DALLA RIVALE RIMANGA COSTANTE, OSSIA NON CONSIDERA CHE LE SUE SCELTE DI PRODUZIONE POSSANO INFLUENZARE LE DECISIONI DELLA RIVALE
5. L'IMPRESA 1 (LEADER) SA CHE LA SUA RIVALE SI COMPORTA COME UN INGENUO DUOPOLISTA ALLA COURNOT E QUINDI è IN GRADO DI CONSIDERARE CHE LE SUE SCELTE DI PRODUZIONE INFLUENZANO LE DECISIONI DELLA RIVALE; SA (E NE TIENE CONTO) CHE LA RIVALE REAGISCE ALLE SUE DECISIONI DI PRODUZIONE SECONDO LA SUA FUNZIONE DI REAZIONE $Q_2 = R_2 (Q_1)$
6. IN ALTRE PAROLE, L'IMPRESA 1 SCEGLIE PER PRIMA IN UN IPOTETICO GIOCO SEQUENZIALE, IL CUI EQUILIBRIO, SE ESISTE, è UN EQUILIBRIO NASH – PERFETTO.

2. STRUTTURA DEL MODELLO

La struttura del modello è identica a quella del modello di Cournot:

- Abbiamo una curva di domanda di mercato definita mediante una funzione di domanda inversa LINEARE, rappresentata dall'equazione

  $P = a - bQ$ dove Q (output totale) $= Q_1 + Q_2$ e quindi
  $P = a - b\,Q_1 - b\,Q_2$ dove Q_1 è la quantità prodotta dalla impresa 1 e Q_2 quella prodotta dall'impresa 2

- LA FUNZIONE DI COSTO TOTALE DI OGNI IMPRESA è definita supponendo che essa sostenga un costo marginale costante e positivo (c_i), con, in generale, $c_1 \neq c_2$

  $CT_1 (Q_1) = c_1 Q_1$ e $CT_2 (Q_2) = c_2 Q_2$

- LA FUNZIONE DI PROFITTO DI OGNI IMPRESA è pertanto data da

$\pi_1 = P(Q)\, Q_1 - c_1 Q_1 = (a - b\, Q_1 - b\, R_2(Q_1))\, Q_1 - c_1 Q_1$
$\pi_2 = P(Q)\, Q_2 - c_2 Q_2 = (a - b\, Q_2 - b\, \underline{Q_1})\, Q_2 - c_2 Q_2$

poiché per l'impresa 2 l'output della rivale (Q_1) è una costante, mentre per l'impresa 1 l'output della rivale (Q_2) è determinato dalla sua funzione di reazione $Q_2 = R_2(Q_1)$.

C. COME SI CALCOLA L'EQUILIBRIO DEL MODELLO DI STACKELBERG ?

Come detto in precedenza il modello di Stackelberg può essere interpretato come un gioco sequenziale in cui il leader scegli per primo e, pertanto, il suo equilibrio può essere determinato risolvendo il gioco con "il metodo dell'induzione all'indietro".

Per prima cosa dobbiamo quindi risolvere il problema di scelta ottima dell'impresa 2 (Follower), che si comporta *à la* Cournot supponendo costante la quantità prodotta dall'impresa 1, e ricavare la sua funzione di reazione.

Data la domanda residuale dell'impresa 2

$$P = (a - b\, \underline{Q_1}) - b\, Q_2$$

e la relativa curva di ricavo marginale

$$MR_2 = (a - b\, \underline{Q_1}) - 2\, b\, Q_2$$

la Funzione di Reazione dell'impresa 2 (Follower) si trova utilizzando la solita regola per determinare la scelta ottima delle imprese, data dall'uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale. Quindi per l'impresa 2 sarà:

$$MR_2 = MC_2$$

ossia

$$(a - b\, \underline{Q_1}) - 2\, b\, Q_2 = c_2$$

da cui risolvendo per Q_2, l'output dell'impresa 2, otteniamo la ***FUNZIONE DI REAZIONE di dell'impresa 2***

$$Q_2 = \frac{a - bQ_1 - c_2}{2b}$$

L'impresa 1 (leader) conosce la funzione di reazione dell'impresa 2 (Follower) perchè sa che essa reagisce alle sue decisioni di produzione secondo questa relazione. La sostituisce quindi a Q_2 nell'equazione che definisce la domanda di mercato ed ottiene così l'espressione per la propria domanda residuale

$$P = a - bQ_1 - b(\frac{a - bQ_1 - c_2}{2b})$$
$$P = a - bQ_1 - \frac{a}{2} + \frac{b}{2}Q_1 + \frac{c_2}{2}$$
$$P = \frac{a + c_2}{2} - \frac{b}{2}Q_1$$

e la relativa curva di ricavo marginale

$$MR_1 = \frac{a + c_2}{2} - bQ_1$$

ed eguagliando ricavo marginale e costo marginale ricava il proprio livello ottimale di output Q_1^{SL}

$$\frac{a + c_2}{2} - bQ_1 = c_1$$
$$bQ_1 = \frac{a + c_2 - 2c_1}{2}$$
$$Q_1^{SL} = \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b}$$

L'output prodotto dall'impresa 2 sarà allora

$$Q_2^{SF} = R_2(Q_1^{SL})$$
$$Q_2^{SF} = \frac{a - b(\frac{a + c_2 - 2c_1}{2b}) - c_2}{2b}$$
$$Q_2^{SF} = \frac{a - (\frac{a + c_2 - 2c_1}{2}) - c_2}{2b}$$
$$Q_2^{SF} = \frac{(\frac{2a - a - c_2 + 2c_1 - 2c_2}{2})}{2b}$$
$$Q_2^{SF} = \frac{a + 2c_1 - 3c_2}{4b}$$

La quantità totale prodotta ed offerta sul mercato è:

$$Q^* = Q_1^{SL} + Q_2^{SF} = \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b} + \frac{a + 2c_1 - 3c_2}{4b} = \frac{2(a + c_2 - 2c_1) + a + 2c_1 - 3c_2}{4b} = \frac{3a - c_2 - 2c_1}{4b}$$

Il Prezzo di equilibrio P* si trova sostituendo Q* nella funzione di domanda DI MERCATO:

$$P^* = a - bQ^* = a - b\frac{3a - c_2 - 2c_1}{4b} = \frac{4a - 3a + c_2 + 2c_1}{4} = \frac{a + c_2 + 2c_1}{4}$$

4) Il profitto dell'impresa 1 (leader) sarà dato da

$$\Pi_1^{SL} = P^* Q_1^{SL} - c_1 Q_1^{SL} = (P^* - c_1) Q_1^{SL} = \left(\frac{a + c_2 + 2c_1}{4} - c_1\right) \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b}$$

$$= \frac{a + c_2 + 2c_1 - 4c_1}{4} \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b} = \frac{a + c_2 - 2c_1}{4} \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b} = \frac{(a + c_2 - 2c_1)^2}{8b}$$

$$\Pi_1^{SL} = \frac{(a + c_2 - 2c_1)^2}{8b} > \Pi^{COURNOT} = \frac{(a + c_2 - 2c_1)^2}{9b}$$

e per l'impresa 2 (follower)

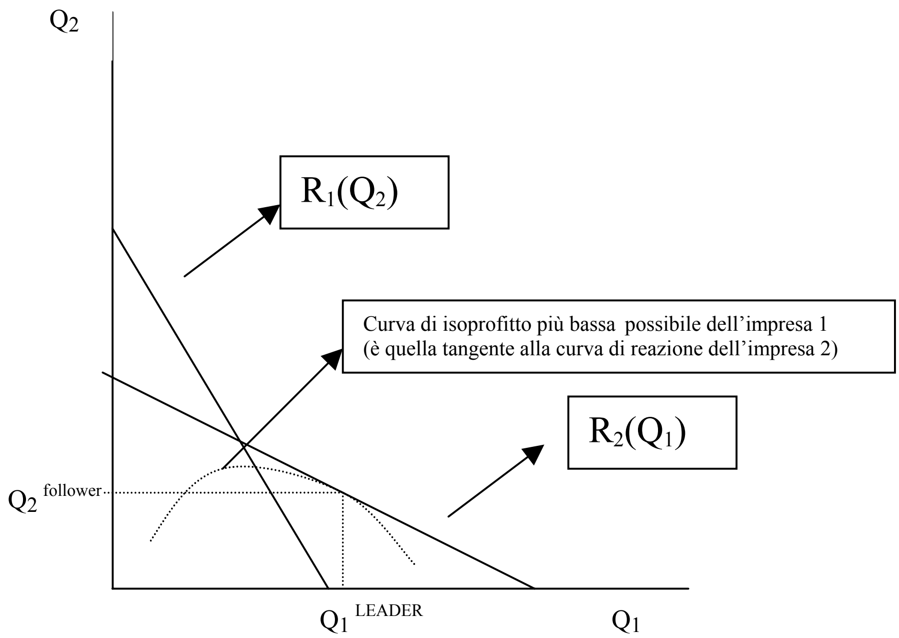
$$\Pi_2^{SF} = P^* Q_2^{SF} - c_2 Q_2^{SF} = (P^* - c_2) Q_2^{SF} = \left(\frac{a + c_2 + 2c_1}{4} - c_2\right) \frac{a + 2c_1 - 3c_2}{4b}$$

$$= \frac{a + c_2 + 2c_1 - 4c_2}{4} \frac{a + 2c_1 - 3c_2}{4b} = \frac{a + 2c_1 - 3c_2}{4} \frac{a + 2c_1 - 3c_2}{4b} = \frac{(a + 2c_1 - 3c_2)^2}{16b}$$

$$\Pi_2^{SF} = \frac{(a + 2c_1 - 3c_2)^2}{16b} < \Pi^{COURNOT} = \frac{(a + c_1 - 2c_2)^2}{9b}$$

Notate che i risultati dimostrati in classe e presenti sul libro di testo possono essere ottenuti come caso particolare ponendo $c_1 = c_2 = 0$ in queste formule generali.

Graficamente l'equilibrio di Stackelberg sarà



LA COLLUSIONE: COME SI TROVA L'OUTPUT OTTIMALE ?

Nella collusione, sia essa il risultato di un accordo esplicito tra le imprese (cartello) o di un accordo tacito, le imprese si comportano congiuntamente come se fossero un monopolista.

Data la curva di domanda di mercato definita mediante una funzione di domanda inversa LINEARE, rappresentata dall'equazione

$P = a - bQ$ dove Q (output totale) $= Q_1 + Q_2$

possiamo distinguere 2 casi:

1. Nel CASO in cui le imprese considerate abbiano costi marginali (MC) IDENTICI e COSTANTI ($MC_1 = MC_2 = c$), la condizione di EQUILIBRIO si trova semplicemente considerando le due imprese come un'UNICA impresa che si comporta come un MONOPOLISTA.
   Risolviamo, quindi, il problema come nel caso di monopolio, trovando Q^* (che sarà uguale a $Q_1 + Q_2$) dalla condizione
   $$MR = MC$$
   $$a - 2bQ = c$$
   e quindi
   $$Q^* = (a-c)/2b$$
   che verrà diviso in parti uguali tra le due imprese
   $$Q_1 = Q_2 = Q^*/2 = (a-c)/4b$$
   mentre
   $$P^* = a - b\frac{a-c}{2b} = \frac{2a-a+c}{2} = \frac{a+c}{2}$$

2. Nel CASO in cui le imprese considerate abbiano costi marginali COSTANTI, ma DIVERSI oppure VARIABILI, troviamo $\Pi = \pi_1 + \pi_2$ in funzione di Q_1 e Q_2 (la funzione dei profitti totali).

   Calcoliamo le derivate parziali di Π rispetto a Q_1 e rispetto ad Q_2, e le poniamo uguali a zero (stiamo trovando il punto di massimo della funzione dei profitti totali).

   La condizione di EQUILIBRIO si trova risolvendo il sistema composto dalle due condizioni trovate:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Pi}{\partial Q_1} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial Q_2} = 0 \end{cases}$$

E' importante ricordare esiste un problema di sostenibilità dell'accordo collusivo perchè la collusione può essere modellata come un gioco tipo "dilemma del prigioniero", nel quale "non rispettare l'accordo (defezionare)" è la strategia dominante per entrambe le imprese e conduce a equilibri di Nash non efficienti (nel senso di Pareto) se il gioco non è ripetuto un numero infinito di volte.

Esempio:

Sia P = 20-Q la domanda di mercato e $MC_1 = MC_2 = 8$. Allora dalla condizione MR = MC otteniamo che

$$20-2Q = 8$$

e quindi $Q^* = 6$, $Q_1 = Q_2 = Q^*/2 = 3$ e $P^* = 14$. Ne consegue che $\Pi_1 = \Pi_2 = (14-8)*3 = 18$

A questo punto se l'impresa 1 non rispetta l'accordo raggiunto (defeziona o devia dall'accordo) ed abbassa il prezzo a 13, si approprierà dell'intera domanda di mercato.

Con P = 13 si ha $Q_1 = Q^* = 20 - 13 = 7$ e $Q_2 = 0$, da cui si ricava $\Pi_1 = (13-8)*7 = 35$ e Π_2 0.

Lo stesso identico incentivo a deviare dall'accordo esiste, ovviamente, per l'impresa 2.

Se entrambe quindi non rispettano l'accordo e praticano lo stesso prezzo P = 13, avremo che $Q^* = 20 - 13 = 7$ e $Q_1 = Q_2 = Q^*/2 = 3,5$.
Ne consegue che $\Pi_1 = \Pi_2 = (13-8)*3,5 = 17,5$.

Possiamo allora costruire la matrice dei payoffs (o forma normale) del nostro gioco collusivo

		2	
		Coll	Dev
1	Coll	(18 , 18)	(0 ,35)
	Dev	(35, 0)	(17,5;17,5)

Qui la strategia dominate è per entrambe "deviare dall'accordo" e conduce ad un equilibrio di Nash che non è efficiente, come nel "dilemma del prigioniero".