

**Metodi Probabilistici Statistici e Processi Stocastici**  
**Prova Intermedia, 7 Aprile 2009**

Per ogni quesito scrivete una traccia di soluzione nello spazio e crociate la risposta che ritenete esatta. Domande non crociate e/o non giustificate sulla brutta copia non verranno ritenute valide.

1. Data la variabile  $X \in [0, 2]$  e caratterizzata dalla densità:

$$f_X(x) = kx^2 \quad (1)$$

Il valore di  $k$  è pari a:

a) 2      b)  $8/3$

c)  $3/8$     d) Nessuna delle precedenti

2. Il valore atteso della variabile  $Z \in [0, 1]$  e caratterizzata dalla densità

$$f_Z(z) = \frac{3}{2}z^{1/2} \quad (2)$$

è pari a:

a)  $\frac{3}{5}$       b) 1      c)  $\frac{7}{5}$       d) Nessuna delle precedenti

3. La variabile  $Y \in [1, 3]$  è caratterizzata dalla densità

$$f_Y(y) = \frac{3}{2}y^{1/2} \quad (3)$$

La sua varianza è pari a:

a)  $\frac{3}{7}$     b)  $\frac{12}{175}$     c)  $\frac{3}{5}$     d) Nessuna delle precedenti

4. La variabile  $p \in [0, 1]$  è caratterizzata da una variabile Beta di parametri  $r=2$  e  $b=2$ . Il suo valore atteso è:

a)  $\frac{2}{5}$       b)  $\frac{1}{2}$       c) 1      d) Nessuna delle precedenti

5. Una variabile è caratterizzata da una distribuzione Gamma di parametri  $\alpha = 1$  e  $\beta = 2$ . La sua varianza è quindi pari a:

a)  $\frac{1}{2}$       b) 4      c)  $\frac{1}{4}$       d) Nessuna delle precedenti

6. La variabile  $Y$  dipende dalla variabile  $X$  con la seguente relazione

$$Y = g(X) = x^3 \quad (4)$$

Se la densità di  $X \in [0, 4]$  è  $f_X(x) = \frac{\sqrt[3]{2x}}{6}$ , la densità di  $Y$  è

a)  $\frac{1}{9}y^{-\frac{5}{9}}$       b)  $\frac{1}{18}y^{-\frac{5}{9}}$       c)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{18}y^{-\frac{5}{9}}$       d) Nessuna delle precedenti

7. La variabile  $Y$  dipende dalla variabile  $X$  con la seguente relazione

$$Y = g(X) = \sin x \quad (5)$$

Se la densità di  $X \in [0, 1]$  è  $f_X(x) = 2x$ , l'approssimazione con la formula di Taylor del valore atteso di  $Y$  è

a)  $\frac{1}{9}y^{-\frac{5}{9}}$       b)  $\frac{1}{18}y^{-\frac{5}{9}}$       c)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{18}y^{-\frac{5}{9}}$       d) Nessuna delle precedenti

8. La variabile  $Y$  dipende dalla variabile  $X$  tramite la seguente relazione

$$Y = g(X) = x^4 \quad (6)$$

Se la densità di  $X \in [0, 4]$  è  $f_X(x) = 2x$ , la densità di  $Y$  è

a)  $\frac{28}{81}$       b) 2      c) 4      d) Nessuna delle precedenti

9. Sia:

$$X = [ 1 \quad 0.4 \quad 1.1 \quad 7 \quad 3 ]$$

un campione. Allora la media e la varianza campionaria sono pari rispettivamente a

a) 2.5 e 7.28      b) 2.5 e 5.82      c) 3.5 e 7.28      d) Nessuna delle precedenti

10. Un campione di  $N$  numeri casuali,  $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]$  discende dalla distribuzione

$$f(x) = k\theta x^\theta \quad (7)$$

dove  $k$  è una costante di normalizzazione e  $\theta$  il parametro da stimare. Lo stimatore di massima verosimiglianza di  $\theta$  è dato da

a)  $\frac{-N}{\prod \ln X_i}$       b)  $\frac{-N}{\sum_{i=1}^N \ln X_i}$       c)  $-\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$       d) Nessuna delle precedenti

11. I seguenti dati provengono da una distribuzione uniforme tra 0 e 1:

$$u = [ u_1 \quad u_2 \quad \dots ]$$

Se la variabile  $X \in [1, 3]$  è caratterizzata dalla densità:  $f_X(x) = \frac{1}{20}x^3$ , allora i valori di  $X$  stimati tramite il Metodo Monte Carlo sono trovati dall'equazione

a)  $\sqrt[3]{20u}$       b)  $\sqrt[3]{20u+1}$       c)  $\sqrt[4]{80u+1}$       d) Nessuna delle precedenti