FISICA GENERALE E STRUTTURA DELLA MATERIA

MODULO DI MECCANICA

Esame del 17 Settembre 2009

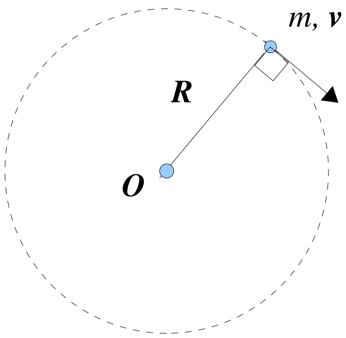
A.A. 2008-2009

Scelta	Tipo di esame	Esercizi	Punteggio in 30-esimi
	FG completo	1,6	Fino a 16
	Recupero 3 moduli	1, 3, 6	Fino a 10
	Recupero 2 moduli	1, 3, 5, 6	Fino a 8
	Recupero 1 modulo	1 → 8	Fino a 4

COGNOME:_________________________NOME: _________________________MATR:__________

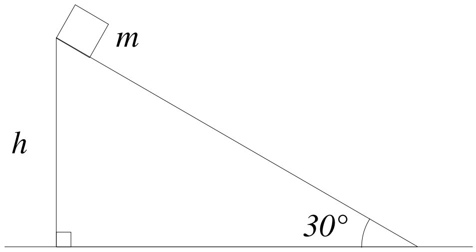
1. Moto circolare

La massa $m=0.01\ kg$ posta su un piano orizzontale, inizialmente ferma, si mette in rotazione all'istante $t=0$ nel verso indicato con velocità angolare $\omega(t)=6\ t^2$. Essa è mantenuta sulla traiettoria circolare di raggio $R=0.10\ m$ da una fune con tensione di rottura $T_{max}=10\ N$. Determinare l'istante di tempo t in cui la fune si spezza.



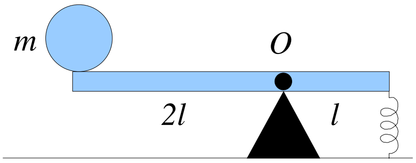
2. Piano inclinato

La massa $m=5\ kg$ scivola (partendo da ferma) da un'altezza $h=12\ m$ lungo il piano inclinato di figura con coefficiente di attrito dinamico $\mu_k=0.3$. Scrivere la legge oraria per la massa di figura e determinare la velocità posseduta da essa nel momento in cui giunge alla fine del piano inclinato.



3. Equilibrio statico

L'asta orizzontale di massa trascurabile e in equilibrio di figura è imperniata nel punto O, intorno al quale è libera di ruotare. Ad un suo estremo è appoggiata una massa m, mentre all'altro una molla di costante elastica $k=500\ N/m$, estesa di una quantità $\Delta x=5\ cm$. Determinare il valore della massa m.



4. Teorema dell'impulso

La massa $m=1\ kg$ urta con velocità $v_i=30\ m/s$ contro la parete verticale, uscendone in direzione opposta con velocità $vo=30\ m/s$. Calcolare la forza media F che ha agito su di essa, se l'urto è durato per un intervallo di tempo $\Delta t=10\ ms$.

5. Gravitazione Universale

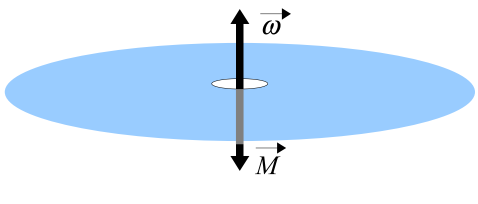
Il semiasse maggiore dell'orbita del pianeta Terra è $R_T=1.50\ 10^{11}\ m$. mentre il pianeta Marte possiede un semiasse maggiore $R_M=2.27\ 10^{11}\ m$. Determinare il periodo orbitale di Marte.

6. Conservazione dell'energia

In un sistema isolato, la massa $m=1\ kg$ possiede velocità $v=1\ m/s$ quando si trova a distanza $d=10\ cm$ dalla posizione di equilibrio di una molla, alla quale essa è collegata. Determinare la velocità della massa quando essa passa per la posizione di equilibrio. La molla, costante elastica è $k=1000\ N/m$, e la massa giacciono su un piano orizzontale.

7. Moto rotazionale

Un disco sta girando ad una velocità angolare di *1000 giri/minuto* senza alcun attrito su un piano orizzontale. Se essa possiede un momento di inerzia $I=6\ kg\ m^2$, determinare il momento della forza da applicare affinché il suo moto si arresti in un intervallo di tempo di $5s$.



8. Teoria

Enunciare le Tre leggi di Newton.

Costanti universali: g=9.81 m/s2, G=6.67 10^{-11} Nm^2/kg^2.

SOLUZIONI

Es. 1

La massa *m* permane nello stato di moto circolare fintantoché la fune esercita una forza maggiore o uguale alla forza centrifuga; se la particella ruota ad una velocità troppo grande, allora eserciterà una forza centrifuga tale per cui la fune non resisterà e si spezzerà. La condizione di esistenza del moto circolare è quindi $T_{max}<m\omega^2R$. Ponendo il segno = nella disuguaglianza precedente ricaviamo l'istante di tempo in cui la fune si spezza:

$T_{max}=m\omega^2R=m(6t^2)^2R$

da cui ricaviamo il valore dell'istante *t*:

$6t^2=\sqrt{\frac{T_{max}}{mR}}$ da cui $t=\sqrt[4]{\frac{T_{max}}{36\,mR}}=4.08\ s$.

Es. 2

La massa *m* subisce, lungo il piano inclinato, un'accelerazione $g_{\parallel}=g\ sin\ 30°=4.91\ m/s^2$ rivolta verso il basso. A questa dobbiamo associare la decelerazione dovuta alla forza di attrito dinamico $f_k=\mu_k mg\ cos30°$ uguale a $a_k=f_k/m=\mu_k g cos30°=0.3\ 9.81\ 0.87=2.54\ m/s^2$. L'accelerazione netta <u>verso il basso</u> subita dalla massa *m* è $a=g_{\parallel}-a_k=2.37\ m/s^2$, da cui la legge oraria, ottenuta ponendo l'origine degli assi nel punto di partenza della massa *m* con le condizioni $s_0=0\ m$, $v_0=0\ m/s$, $a=2.37\ m/s^2$:

$s(t)=1.19\ t^2$. La velocità della massa nel momento in cui essa giunge al suolo è data dalla formula $v_f^2=2ax_f$, da cui $v_f=\sqrt{2\,a\,x_f}=7.54\ m/s$.

Es. 3

Poiché l'asta è in equilibrio la somma dei momenti della forza del sistema è uguale a zero. Le forze che creano un momento diverso da zero sono:

1) la forza peso della massa *m*, che genera momento $M_1=2lmg$;

2) la forza di richiamo della molla, che genera momento $M_2=lk\Delta x$.

Quindi poniamo $\boldsymbol{M_1}+\boldsymbol{M_2}=0$, ovvero $M_1=M_2$, e quindi $m=\frac{k\,\Delta x}{2g}=1.27$ kg.

Es. 4

Il teorema dell'impulso afferma che la forza media esercitata su una particella durante un urto è uguale alla sua variazione di quantità di moto divisa per la durata dell'urto stesso: $F=\frac{m(v_o-v_i)}{\Delta t}=6000$ N.

Es. 5

La terza legge di Keplero afferma che il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore ed il quadrato del periodo orbitale di ogni pianeta è costante. Quindi avremo che

$$\frac{R_T^3}{T_T^2}=\frac{R_M^3}{T_M^2} .$$

Da questa relazione ricaviamo $T_M=\sqrt{\frac{R_M^3}{R_T^3}}\,T_T=680\ d$.

Es. 6

Poiché il sistema è isolato, l'energia si conserva: $K_i+U_i=K_f+U_f$, dove *K* ed *U* sono l'energia cinetica e potenziale, rispettivamente, della massa *m*. Sapendo che, per una massa collegata ad una molla, abbiamo che $K=\frac{1}{2}mv^2$ e che $U=\frac{1}{2}k\Delta x^2$, risolviamo l'uguaglianza

$$\frac{1}{2}m\,v_i^2+\frac{1}{2}k\,x_i^2=\frac{1}{2}m\,v_f^2+\frac{1}{2}k\,x_f^2$$

da cui $v_f=\sqrt{v_i^2+\frac{k}{m}x_i^2}=3.32\ m/s$. Questa è la velocità nella posizione di equilibrio.

Es. 7

L'accelerazione o la decelerazione angolare di un corpo esteso si possono ricavare semplicemente dividendo il momento meccanico per il momento di inerzia:

$\alpha=\frac{M}{I}$. Da questa relazione otteniamo quella cinematica per la velocità angolare, ovvero $\omega(t)=\omega_0-\alpha t$. Nel nostro specifico caso, sapendo che deve essere $\omega(5)=0$ e che un giro sono 2π radianti, avremo $0=1000\ 2\pi-\frac{M}{6}5$ da cui $M=7.54\ 10^3\ Nm$.