INGEGNERIA GESTIONALE
corso di Fisica Generale

Prof. E. Puddu

LEZIONE DEL 24 SETTEMBRE 2008

Moto in una dimensione

LIUC

Spostamento e velocità

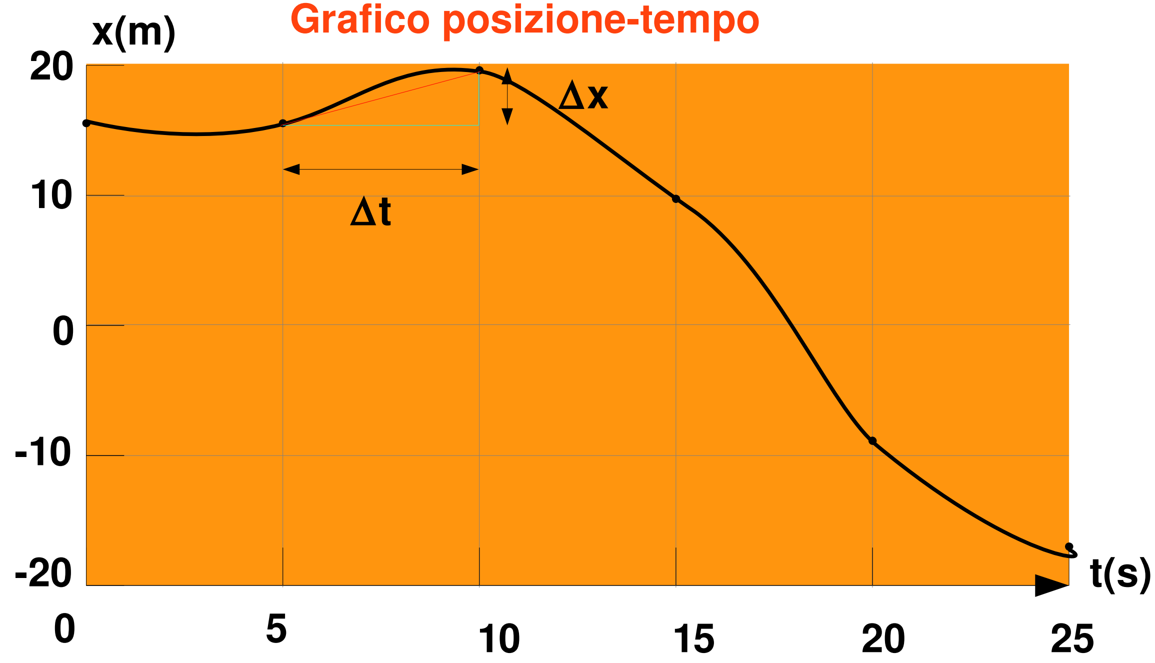
Spostamento

Il moto di un punto materiale è determinato se si conosce, istante per istante, la sua posizione nello spazio.

Posizione di un'auto a diversi istanti

Posizione	t(s)	x(m)
A	00	15
B	05	15
C	10	20
D	15	10
E	20	-8
F	25	-19

Grafico posizione-tempo



Lo spostamento di una particella è definito come la variazione della sua posizione: $\Delta x = x_f - x_i$. Lo spostamento, essendo una lunghezza, si misura in m.

Siccome la posizione è un vettore, lo spostamento, essendo la differenza tra due vettori, sarà a sua volta un vettore!

Spostamento e velocità

Velocità media

La velocità media di un punto materiale è definita come il rapporto tra il vettore spostamento ed il tempo intercorso tra la posizione x_i ed x_f:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

L'unità di misura della velocità è il rapporto tra l'unità di misura dello spostamento e dell'intervallo di tempo, ovvero metro al secondo, m/s.

La velocità, come il vettore spostamento, può essere positiva, negativa o nulla:

$$\bar{v}_x > 0 \ se \ x_f > x_i$$

$$\bar{v}_x < 0 \ se \ x_f < x_i$$

$$\bar{v}_x = 0 \ se \ x_f = x_i$$

La velocità media non deve essere confusa con il valor medio della velocità. Infatti un corpo che dopo un tragitto torni alla sua posizione iniziale, ha velocità media uguale a zero, ma valor medio della velocità diverso da zero, essendo questo definito come il rapporto tra la distanza totale percorsa ed il tempo impiegato.

LIUC

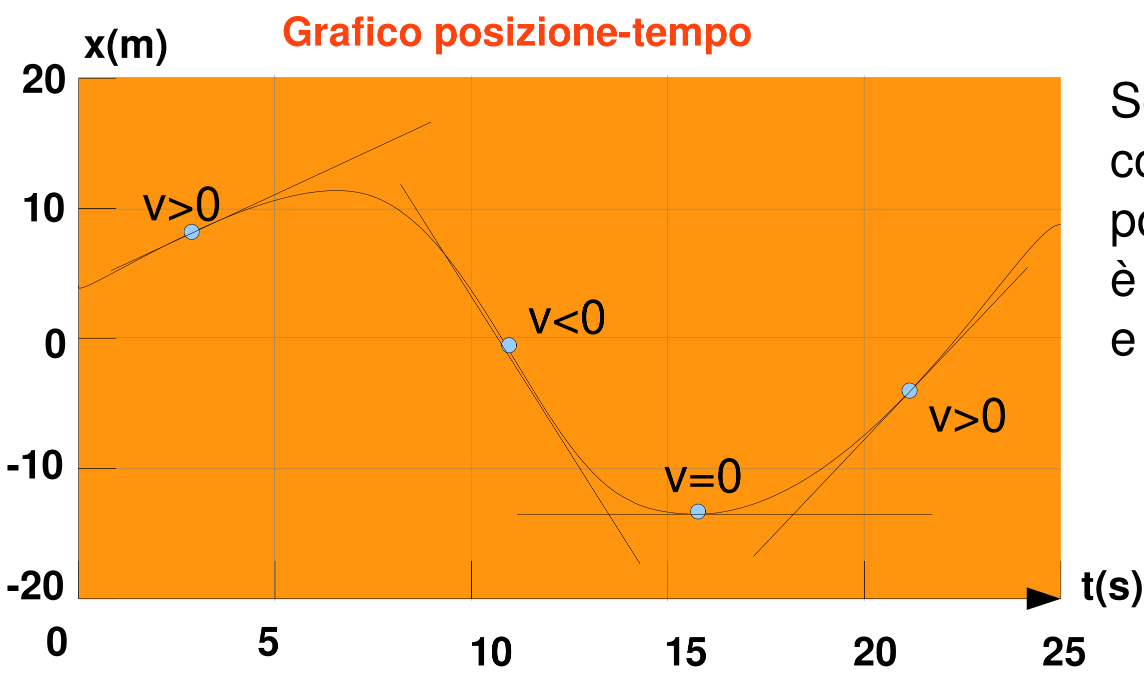
Spostamento e velocità

Velocità istantanea

Al fine di valutare con più precisione il moto di un corpo, è sensato introdurre la velocità istantanea, ottenuta al limite di $\Delta t \rightarrow 0$!

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Questo limite fornisce, come valore della velocità istantanea, la derivata prima rispetto al tempo del vettore spostamento. Quindi la velocità istantanea mi da la pendenza della curva spazio-tempo istante per istante. Essa, come la velocità media, può essere positiva, negativa o nulla, come si vede in figura!



Se l'angolo tra retta tangente e asse x è compreso tra 0 e 90°, allora la velocità è positiva. Se quest'angolo è nullo, la velocità è nulla. Se quest'angolo è compreso tra 90° e 180°, la velocità del corpo è negativa.

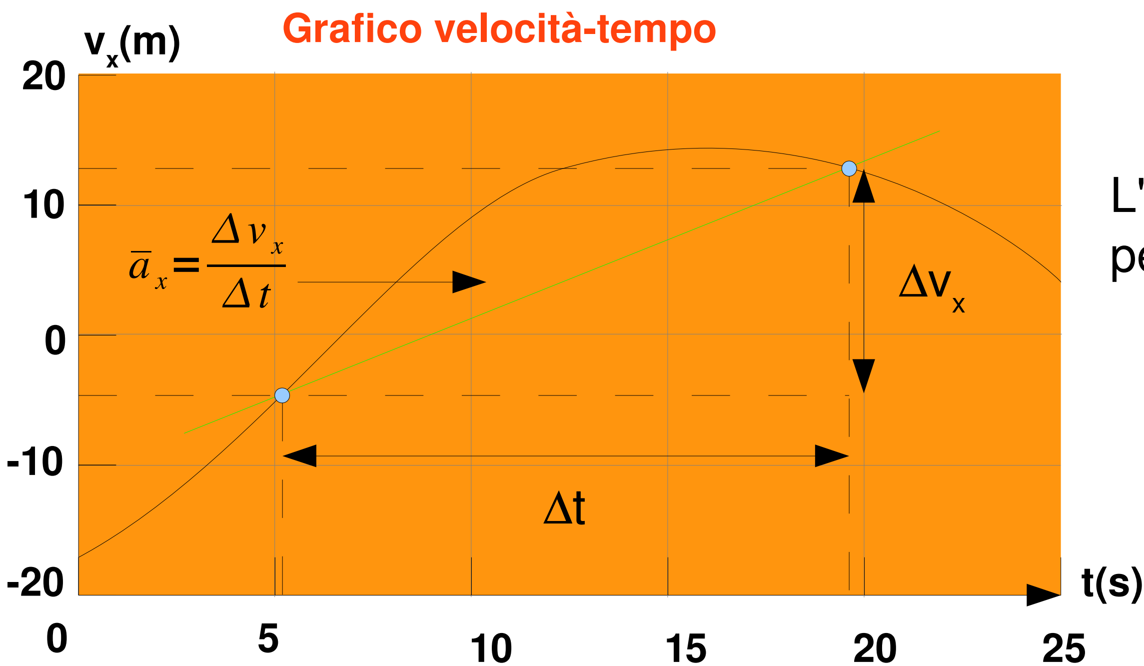
Accelerazione

Accelerazione media

L'esperienza quotidiana ci dice che la velocità di un corpo non è costante bensì può variare. Introduciamo allora la "velocità della velocità", ovvero il rate con cui la velocità di un corpo varia all'interno di un intervallo di tempo Δt. Questa quantità si chiama accelerazione media ed è definita come:

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

L'unità di misura dell'accelerazione è il rapporto tra l'unità di misura della velocità e dell'intervallo di tempo, ovvero metro al secondo al secondo: m/s^2.



L'accelerazione media è rappresentata dalla pendenza della retta in figura!

Accelerazione

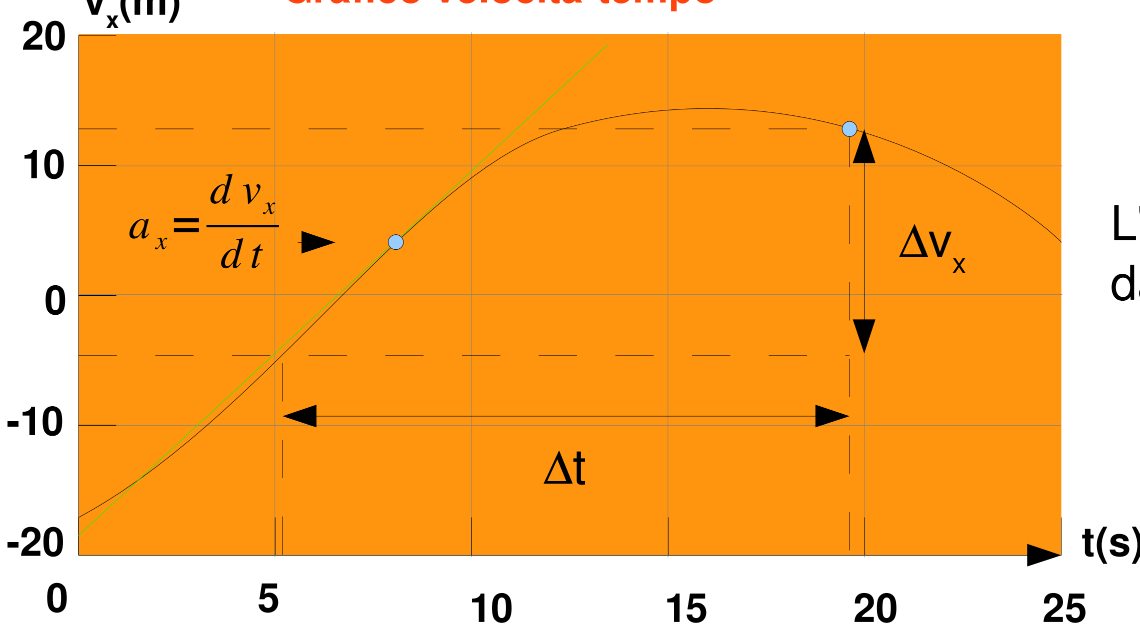
Accelerazione istantanea

Anche l'accelerazione può variare con continuità Per questa ragione la conoscenza dell'accelerazione istantanea, calcolata esattamente come la velocità istantanea, ci da una più precisa conoscenza di questa grandezza.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{d v_x}{d t} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d x}{d t}\right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

In questo caso l'accelerazione è la derivata prima della velocità istantanea e rappresenta quindi la pendenza della curva velocità-tempo. L'accelerazione può essere positiva, negativa (decelerazione) o nulla (moto rettilineo uniforme).

Grafico velocità-tempo



L'accelerazione istantanea è rappresentata dalla pendenza della retta in figura!

Moto uniformemente accelerato in una dimensione

Trattiamo il caso “semplice” di un corpo puntiforme in moto che possiede accelerazione costante per ricavare una legge oraria completa, ovvero che descriva, istante per istante, la posizione del corpo in funzione del tempo!

$$a_x = \frac{v_{fx} - v_{ix}}{t}$$

Questa è la definizione di accelerazione in cui poniamo t_i=0 e da cui ricaviamo un'espressione per la velocità:

$$v_{fx} = v_{ix} + a_x t$$

Se la velocità varia in modo lineare, tra gli istanti iniziale e finale possiamo definire la velocità media come:

$$\bar{v}_x = \frac{v_{fx} + v_{ix}}{2}$$

E quindi possiamo scrivere:

$$x_f - x_i = \bar{v}_x t = \frac{1}{2}\left(v_{fx} + v_{ix}\right) t = \frac{1}{2}\left(v_{ix} + v_{ix} + a_x t\right) t$$

ovvero

$$x_f = x_i + v_{ix} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

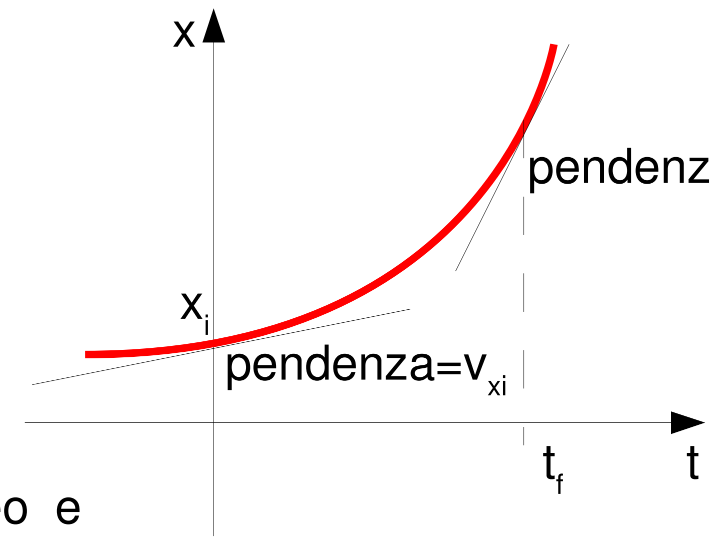
Moto uniformemente accelerato in una dimensione

Questa è la legge oraria che, insieme all'equazione per la velocità, permette di risolvere tutti i problemi in cui l'accelerazione è costante!

$$v_{fx} = v_{ix} + a_x t$$

$$x_f = x_i + v_{ix} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

La legge oraria, essendo un'espressione del secondo grado nella variabile t, è rappresentata da una parabola



Dalle due equazioni si ricava un'altra equazione indipendente dal tempo:

$$v_{fx}^2 = v_{ix}^2 + 2a_x (x_f - x_i)$$

Se a_x=0 allora il corpo si muove di moto rettilineo e uniforme, e le equazioni di sopra si semplificano in:

$$v_{fx} = v_{ix}$$

$$x_f = x_i + v_{ix} t$$

Caduta di un grave

Tutti i corpi, se si trascura l'attrito con l'aria, cadono verso la terra con la stessa accelerazione. Questa accelerazione dipende dalla distanza del corpo dal centro della Terra, e quindi dalla latitudine, visto che il pianeta Terra non è sferico. Un valore medio per questa accelerazione è g=9.81 m/s^2.

Un corpo che venga lasciato libero di cadere quindi si muoverà di moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$v_{fx} = -g\,t$$

$$h = -\frac{1}{2} g\,t^2$$

Il segno meno ri riferisce al fatto che l'accelerazione di gravità punta verso il basso, ovvero in direzione opposta rispetto al versore **j**.