

# FISICA GENERALE E STRUTTURA DELLA MATERIA

## MODULO DI ELETTROMAGNETISMO

**Esame del 8 FEBBRAIO 2010**

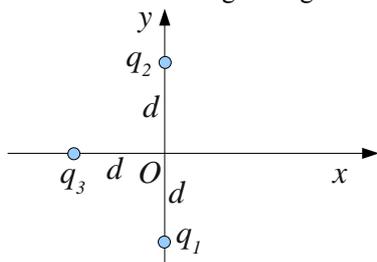
**A.A. 2010-2011**

Esercizi	FIS GEN: Punteggio in 30-esimi
1-8	Fino a 4 punti

**COGNOME:** \_\_\_\_\_ **NOME:** \_\_\_\_\_ **MATR:** \_\_\_\_\_

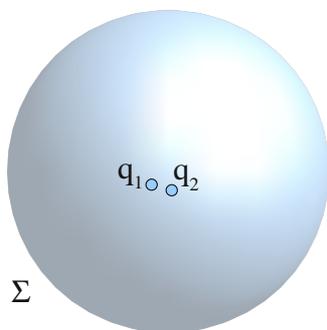
### 1. Forza di Coulomb

Calcolare il vettore campo elettrico  $E(O)$ , nell'origine degli assi, generato dalle tre cariche puntiformi  $q_1 = 1 \text{ nC}$ ,  $q_2 = -1 \text{ nC}$ ,  $q_3 = 2 \text{ nC}$ . Esse si trovano tutte e tre a distanza  $d = 0.1 \text{ mm}$  dal punto  $O$ . Calcolare infine la forza  $F_q(O)$  che agisce su una carica  $q = 0.01 \text{ nC}$  posta successivamente nell'origine degli assi.



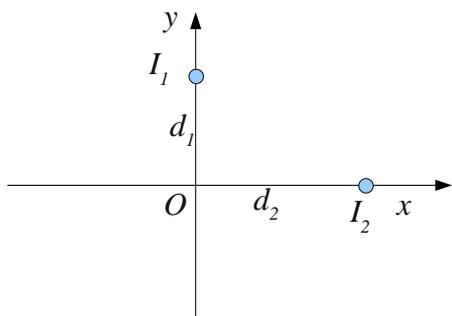
### 3. Teorema di Gauss

Il flusso totale del campo elettrostatico sulla superficie sferica  $\Sigma$  di figura è  $\Phi(E) = +1000 \text{ Vm}$ . Al suo interno vi sono due particelle puntiformi:  $q_1$  incognita e  $q_2 = -5 \text{ nC}$ . Determinare, attraverso il Teorema di Gauss per il campo elettrostatico, il valore di  $q_1$ .



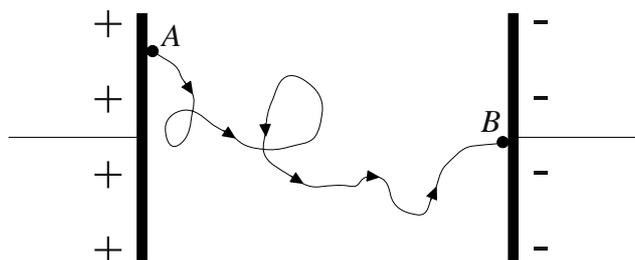
### 5. Sorgenti di campo magnetico

I due conduttori rettilinei e infiniti di figura sono percorsi da due correnti  $I_1 = 1 \text{ A}$  e  $I_2 = 1 \text{ A}$  rispettivamente. Essi si trovano a distanza  $d_1 = 4 \text{ mm}$  e  $d_2 = 5 \text{ mm}$  dall'origine degli assi  $O$ . Determinare il vettore campo magnetico  $B$  nel punto  $O$  e l'orientamento di un ago magnetico posto nello stesso punto.



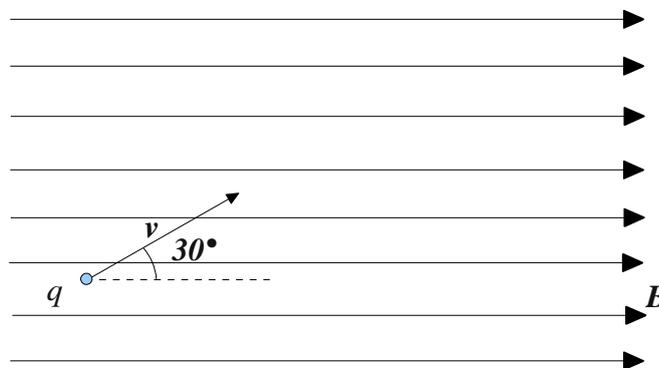
### 2. Lavoro del campo elettrostatico

Sulle armature del condensatore di figura, di capacità  $C = 1 \text{ nF}$ , è depositata una carica  $Q = 1 \text{ μC}$ . Calcolare il lavoro svolto dal campo elettrostatico per spostare la particella  $q = 0.1 \text{ nC}$  dal punto  $A$  al punto  $B$ , posti sulle armature del condensatore, lungo il cammino indicato in figura.



### 4. Forza di Lorentz

Studiare la traiettoria della particella puntiforme di carica  $q = 1 \text{ pC}$  e massa  $m = 10^{-12} \text{ kg}$ , che si muove nel campo magnetico  $B = 1 \text{ T}$ , alla velocità  $v = 10^3 \text{ m/s}$ . Determinarne l'eventuale raggio di curvatura.

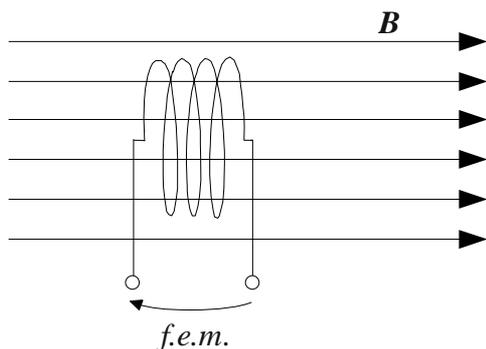


### 6. Campo magnetico nei materiali

Descrivi il comportamento magnetico di una sostanza ferromagnetica, soffermandoti in particolare sul ciclo di isteresi.

## 7. Induzione elettromagnetica

Il solenoide di figura, con  $N=1000$  sp di area  $A=10 \text{ cm}^2$  ciascuna, è immerso in un campo magnetico uniforme, variabile nel tempo  $B(t)=2 \cos 100t \text{ T}$ . Determinare la forza elettromotrice indotta in esso.



Costanti:

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

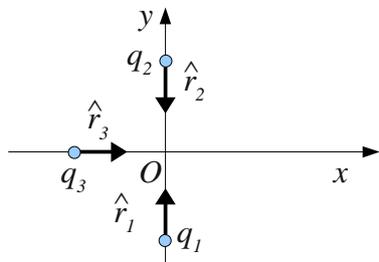
## SOLUZIONI

### 1. Forza di Coulomb

Il vettore campo elettrico nell'origine degli assi si trova, per mezzo del *principio della sovrapposizione degli effetti*, come somma dei campi elettrici generati dalle singole cariche:  $\vec{E}(0) = \vec{E}_1(0) + \vec{E}_2(0) + \vec{E}_3(0)$ . Il generico campo elettrico  $\vec{E}_i(0)$  ha forma

$$\vec{E}_i(0) = k_e \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i,$$

dove  $k_e = 9 \cdot 10^9$  è la costante di Coulomb,  $q_i$  è la carica in considerazione,  $r_i$  è la distanza dalla carica al punto  $O$ ,  $\hat{r}_i$  è il versore (*vettore di modulo 1*) che va dalla carica al punto  $O$ . Nel nostro caso i tre versori sono:



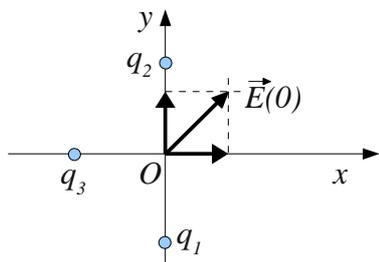
Come si vede dalla figura, i versori sono:  $\hat{r}_1 = +\hat{j}$ ,  $\hat{r}_2 = -\hat{j}$ ,  $\hat{r}_3 = +\hat{i}$ . I tre vettori diventano quindi:

$$\vec{E}_1(0) = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9}}{(10^{-4})^2} \hat{j} = +9 \cdot 10^8 \hat{j} \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_2(0) = 9 \cdot 10^9 \frac{-10^{-9}}{(10^{-4})^2} (-\hat{j}) = +9 \cdot 10^8 \hat{j} \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_3(0) = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(10^{-4})^2} \hat{i} = +18 \cdot 10^8 \hat{i} \text{ V/m}$$

Il campo elettrico totale in  $O$  è quindi:  $\vec{E}(0) = 9 \cdot 10^8 \hat{j} + 9 \cdot 10^8 \hat{j} + 18 \cdot 10^8 \hat{i} = 1.8 \cdot 10^9 \hat{i} + 1.8 \cdot 10^9 \hat{j} \text{ V/m}$ , come nella figura qui sotto



## 8. Ottica geometrica

Determinare il piano immagine di un oggetto posto a distanza  $p=350 \text{ mm}$  da una lente sottile di focale  $f=+100 \text{ mm}$ . Realizzare inoltre un grafico rappresentativo della situazione e spiegare di quale tipo di immagine si tratta.

Il modulo del campo elettrostatico è  $E(0)=2.54 \cdot 10^9 \text{ V/m}$ .

La forza  $F_q(0)$  si ottiene moltiplicando il valore della carica  $q$  per il campo elettrico  $E(0)$ , sia come vettore sia in modulo:

$$\vec{F}_q(0) = q \vec{E}(0) = 10^{-11} (1.8 \cdot 10^9 \hat{i} + 1.8 \cdot 10^9 \hat{j}) = 1.8 \cdot 10^{-2} \hat{i} + 1.8 \cdot 10^{-2} \hat{j} \text{ N}$$

$$F_q(0) = q E(0) = 10^{-11} \cdot 2.54 \cdot 10^9 = 2.54 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

## 2. Lavoro del campo elettrostatico

Tra le armature del condensatore si instaura una tensione  $V=Q/C=10^{-6}/10^{-9}=10^3 \text{ V}$ . Poiché il campo elettrostatico è un campo conservativo, il lavoro fatto dal campo elettrostatico interno al condensatore per muovere la carica  $q$  non dipende dal cammino scelto, bensì solo dalla differenza di potenziale tra le armature:  $W=-qV=-10^{-10}(-10^3)=+10^{-7} \text{ J}$ . Il segno + davanti alla differenza di potenziale specifica che l'armatura su cui si trova il punto  $B$  è a potenziale minore rispetto a quella su cui si trova il punto  $A$ .

## 3. Teorema di Gauss

Il teorema di Gauss per il campo elettrostatico afferma che il flusso del campo elettrostatico attraverso una superficie chiusa  $\Sigma$  (gaussiana) è proporzionale alla somma algebrica delle cariche elettriche racchiuse nella superficie

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{E}) = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

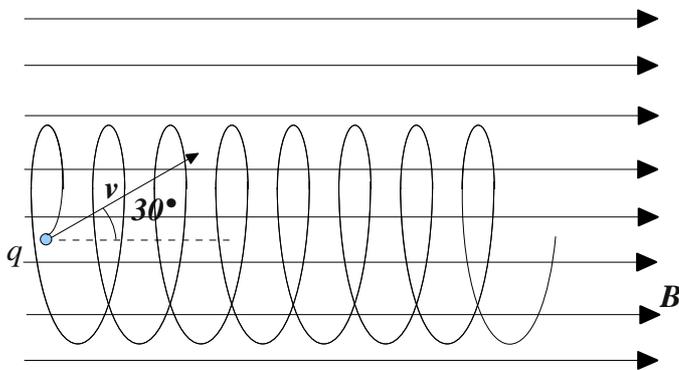
dove  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto. Nel nostro specifico avremo che:

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{E}) = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0}$$

ovvero  $1000 = (q_1 - 5 \cdot 10^{-9}) / 8.85 \cdot 10^{-12}$ . Da questa ricaviamo  $q_1 = 8.85 \cdot 10^{-9} + 5 \cdot 10^{-9} = 13.85 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ .

## 4. Forza di Lorentz

La particella risente della forza di Lorentz  $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ , uguale in modulo a  $F = qvB \sin 30^\circ = 10^{-12} \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0.5 = 5 \cdot 10^{-10} \text{ N}$ ; dalla regola della mano destra si evince che la forza di Lorentz è entrante nel piano della lavagna. Poiché la particella non ha traiettoria iniziale perpendicolare al campo magnetico  $B$ , essa descriverà una traiettoria elicoidale composta da un moto rotazionale su un piano perpendicolare al campo magnetico e da un moto traslazionale in direzione parallela al campo magnetico.



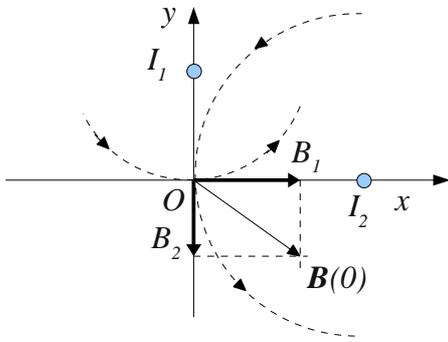
La particella descrive quindi un'elica di raggio  $r = m \sin 30^\circ v / qB = 500 \text{ m}$  e passo  $l = 2\pi r \cot 30^\circ = 5439 \text{ m}$ .

## 5. Sorgenti di campo magnetico

Il vettore campo magnetico nell'origine degli assi si trova, per mezzo del *principio della sovrapposizione degli effetti*, come somma dei campi magnetici generati dalle singole correnti:  $\vec{B}(0) = \vec{B}_1(0) + \vec{B}_2(0)$ . Questo campi magnetici hanno forma

$$B_i(0) = \frac{\mu_0 I_i}{2\pi r},$$

dove  $\mu_0$  è la permeabilità magnetica del vuoto. Il campo magnetico generato ha le linee di campo che giacciono su una circonferenza centrata nel conduttore. Il verso della corrente elettrica fornisce la direzione del campo magnetico, secondo la regola della mano destra.



I campi magnetici generati saranno quindi tangenti alle rispettive circonferenze nel punto di interesse (nell'esercizio il punto  $O$ ) ed in particolare notiamo che  $\vec{B}_1(0) = B_1(0)\hat{i}$  mentre  $\vec{B}_2(0) = -B_2(0)\hat{j}$ . Per quanto riguarda i loro moduli avremo che

$$\vec{B}_1(0) = \frac{4\pi 10^{-7} I_1}{2\pi d_1} = 5 \cdot 10^{-5} \hat{i} \text{ T}$$

$$\vec{B}_2(0) = \frac{4\pi 10^{-7} I_2}{2\pi d_2} = -4 \cdot 10^{-5} \hat{j} \text{ T}$$

da cui  $\vec{B}(0) = 5 \cdot 10^{-5} \hat{i} - 4 \cdot 10^{-5} \hat{j} \text{ T}$  e  $B(0) = 6.40 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

### 7. Induzione elettromagnetica

La legge di Faraday – Henry dice che un flusso di campo magnetico variabile nel tempo induce una forza elettromotrice lungo un cammino chiuso che circonda la superficie di riferimento. Nel nostro caso, ogni spira investita dal campo magnetico è soggetta ad un flusso  $\Phi_t = AB(t)$ ; poiché abbiamo  $N$  spire, il flusso totale del campo sarà  $\Phi = NAB(t)$ . Applicando infine la legge di Faraday – Henry

$$f_{em} = -\frac{d\Phi(B)(t)}{dt} = -N A 200 \sin 100t = -200 \sin 100t \text{ V.}$$

### 8. Ottica geometrica

La focale positiva ci dice che siamo di fronte ad una lente convergente. Il piano immagine si trova per mezzo della legge delle lenti sottili come:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \text{ da cui}$$

$$q = \frac{pf}{p-f} = 140 \text{ mm. Il risultato } q > 0 \text{ implica che l'immagine creata sia reale con magnificazione } M = q/p = 0.4.$$

