1) La probabilità cheun a squadra vinca il campionato è P(Campionato)=0.5. La probabilità che vinca 20 partite dato che vince il campionato è P(10 partite|Campionato)=0.4. Quanto vale la probabilità che vinca il campionato e al tempo stesso 20 partite?

$pB := 0.4$ $\quad pA := 0.5$

$pAB := pA \cdot pB$ $\quad pAB = 0.2$

2) La variabile X appartiene all'intervallo [-5,5]. X è distribuito secondo una distribuzione beta di parametri r=3 e q=3. Quanto vale il suo valor medio?

$r := 3 \quad q := 3 \quad a := -5 \quad b := 5$

$E := \frac{r \cdot (b - a)}{r + q} + a \quad E = 0$

3) La variabile Y è distribuita secondo una distribuzione Gamma di parametri α=3 e β=4 (μ è uguale a 0, come sempre). Quanto vale la varianza di Y, V[Y],?

$\alpha := 3 \quad \beta := 4$

$V := \frac{\alpha}{\beta^2} \quad V = 0.188$

4) Il fatturato annuo di un'azienda deriva dal numero totale di ordini all'anno e dall'ammontare d ciascuna fattura. Il valore atteso del numero di ordini è μ_N=30. Gli ammontari delle fatture sono caratterizzati da una distribuzione Beta, sull'intervallo [10000,50000], con parametri r=7 e q=9. A quanto ammonta il valore atteso del fatturato dell'azienda in un anno?

$r := 7 \quad q := 9 \quad a := 10000 \quad b := 50000$

$E := \frac{r \cdot (b - a)}{r + q} + a \quad E = 2.75 \times 10^4 \quad E \cdot 30 = 8.25 \times 10^5$

5) Gli arrivi di clienti ad un negozio di nicchia sono eventi caratterizzati da una distribuzione di Poisson con tasso λ=1/giorno. Qual è la probablità che arrivi almeno un cliente in 1 giorno?

$P(\lambda, t, n) := \frac{e^{-\lambda \cdot t} \cdot (\lambda \cdot t)^n}{n!}$

$\lambda := 1$

$t := 1$

$n := 0$

$P(\lambda, t, n) = 0.368$

$1 - P(\lambda, t, n) = 0.632$

6) Gli arrivi di clienti ad un negozio di nicchia sono eventi caratterizzati da una distribuzione di Poisson con tasso λ=1/giorno. Quanto occorre aspettare per l'arrivo del primo cliente?

$$EX := \frac{1}{\lambda} \qquad EX = 1$$

7) Gli arrivi di clienti ad un negozio di nicchia sono eventi caratterizzati da una distribuzione di Poisson con tasso λ=1/giorno. Quanto occorre aspettare per l'arrivo del centesimo cliente?

$$nn := 100$$

$$ETnn := \frac{nn}{\lambda} \qquad ETnn = 100$$

8) Gli arrivi di clienti ad un negozio di nicchia sono eventi caratterizzati da una distribuzione di Poisson con tasso λ=1/giorno. La probabilità p che i clienti effettuino un acquisto è p=0.3. Quanto tempo ci si aspetta che intercorra tra un acquisto e l'altro?

9) Sistema è caratterizzato dalla seguente matrice di Markov: P= $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$. Qual è la distribuzione di probabilità limite del sistema?

$$i := 0 .. 2 \qquad \sum_{j=0}^{2} P_{i,j} =$$

$$P := \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$$

PROBABILITA LIMITE

$$P^T = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$I := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A := P^T - I \qquad A = \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & -0.8 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & -0.6 \end{pmatrix} \qquad |A| = 0$$

$$\left|P^T - I\right| = 0$$

$$P1 := \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & -0.8 & 0.1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad |P1| = 0.9 \qquad \left|\begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & -0.8 & 0.1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\right| = 0.9$$

$$b := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \pi := \mathrm{lsolve}(P1, b) \qquad \sum_{s=0}^{2} \pi_s = 1$$

$$\pi = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.222 \\ 0.278 \end{pmatrix}$$

10) La matrice a 2 passi del sistema, M(2) è data da: M(2)= $\begin{pmatrix} 2 & 0.53 & 0.47 \\ 1 & 1.42 & 0.58 \\ 1 & 0.31 & 1.69 \end{pmatrix}$. Il vettore dei costi condizionati è c= $\begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}$. Calcolare i vettore dei costi condizionati a k=2, g(2).

$$M(k) := \sum_{s=0}^{k} P^s \qquad M(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0.53 & 0.47 \\ 1 & 1.42 & 0.58 \\ 1 & 0.31 & 1.69 \end{pmatrix}$$

$$c := \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad g(k) := M(k) \cdot c \qquad g(2) = \begin{pmatrix} 226.5 \\ 171 \\ 115.5 \end{pmatrix}$$

11) La probabilità limite di un sistema è π= $\begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.6 \end{pmatrix}$. Se i costi associati agli stati sono $\begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}$, qual è il costo per unità di tempo a regime?

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{pmatrix} \cdot c = 25$$

i

$$\frac{1}{03} = 0.333$$