

● Corso di Progettazione e Gestione della Supply Chain



SAFETY STOCK ALLOCATION IN A SUPPLY CHAIN

Prof. Fabrizio Dallari

Direttore C-log
Università C. Cattaneo LIUC



Safety Stock Allocation

● ARCHITETTURA DELLE DECISIONI

	STRATEGICO	OPERATIVO
Rete / Depositi	<ul style="list-style-type: none"> numero dei livelli della rete numero di depositi per livello localizzazione depositi tipologia, dimensione, automazione in-house vs. outsourcing 	<ul style="list-style-type: none"> layout, allocazione articoli sistemi di stoccaggio / handling allestimento degli ordini collegamenti intra-depositi
Trasporti	<ul style="list-style-type: none"> modalità di trasporto conto proprio vs. conto terzi dimensionamento della flotta 	<ul style="list-style-type: none"> dimensione lotti di consegna organizzazione dei trasporti primari organizzazione distribuzione locale
Scorte	<ul style="list-style-type: none"> selezione fornitori politiche di gestione delle scorte allocazione scorte sicurezza centralizzato / decentralizzato 	<ul style="list-style-type: none"> emissione degli ordini lotto / intervallo di riordino gestione dei back-order tecniche di previsione della domanda
Servizio	<ul style="list-style-type: none"> definizione obiettivi di servizio architettura indicatori KPI strategie di servizio per canale 	<ul style="list-style-type: none"> gestione urgenze gestione non conformità / azioni correttive

Safety Stock Allocation



• Distribution Costs

Cost Type	Main drivers
Primary Transportation (line haul)	FLOW (number of shipments and shipment size = vehicle load utilization factor), distance
Secondary Transportation (local distribution)	FLOW (number of tours), tour average distance
Handling	FLOW (number of pallet loads, number of line items to pick, full pallet / loose carton picking,...)
Safety stocks	Demand and lead time uncertainties, average lead time
Cycle Stocks	Re-order frequency between nodes along the distribution network
In-transit Stocks	FLOW and total in-transit time

Safety Stock Allocation



• LE SCORTE IN TRANSITO

Sono le scorte presenti all'interno dei mezzi di trasporto.
Il loro valore medio è proporzionale al flusso medio e alla durata del viaggio

$$ST = F \times LT$$

F = flusso medio tra il punto origine ed il punto destinazione

LT = durata del viaggio (tempo medio di permanenza all'interno dei mezzi di trasporto)

Analogia idraulica

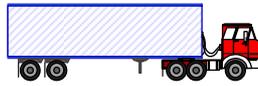


$F \times LT =$
volume di liquido
presente nella tubatura

Safety Stock Allocation



● SCORTE IN TRANSITO



merce : telefoni cellulari (1.500 € al kg)
 tragitto : Milano - Roma (600 km)
 viaggio : 8 ore , frequenza : ogni 5 gg lav
 quantità trasportata : 30 pallet
 valore del carico : 10 milioni €

ST = 2 mln €

F = 10/5 mln €gg
 T = 1 gg



merce : bobine di carta (1,5 €/kg)
 tragitto : Helsinki - Milano
 viaggio : 10 giorni, frequenza : ogni 6 sett
 quantità trasportata : 1000 bobine (800 t)
 valore del carico : 1,2 milioni €

ST = 0,4 mln €

F = 1,2/6 mln €sett
 T = 2 sett



merce : grano (0,18 €/kg)
 tragitto : Istanbul - Savona
 viaggio : 20 giorni , 4 volte all'anno
 quantità trasportata : 10.000 t
 valore del carico : 1,8 mln €

ST = 0,6 mln €

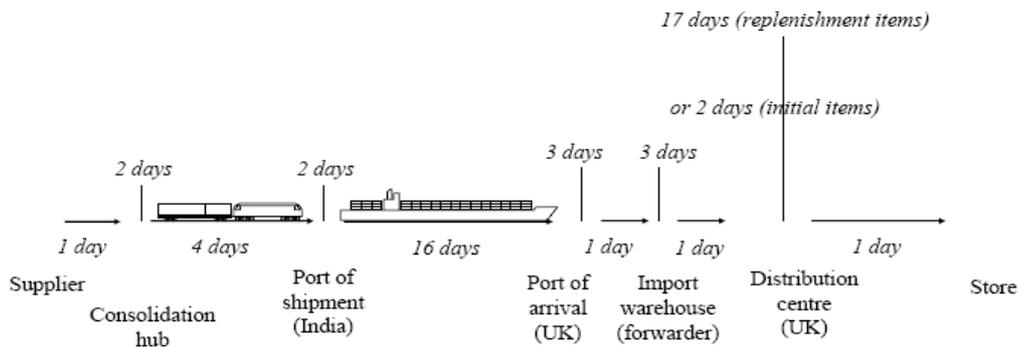
F = 1,8/3 mln €mese
 T = 1 mese

Safety Stock Allocation



● Inventory costs (in transit stock)

Key:
 Vertical lines = storage times
 Horizontal lines = transit times



Total inventory in the supply chain: 51 days (replenishment items)
 36 days (initial items)

● SCORTE NEI DEPOSITI

SCORTE DI CICLO : è la scorta legata ad un diverso ritmo operativo tra due fasi immediatamente successive della catena logistica

SCORTE DI SICUREZZA : è la scorta necessaria per coprire la variabilità della domanda e/o del lead time di rifornimento

SCORTE SPECULATIVE : è la scorta generata dalla convenienza ad acquistare i beni (a prezzi minori o in vista di un aumento prezzi)

SCORTE STRATEGICHE : è la scorta relativa a prodotti critici per l'azienda (per il ciclo produttivo, per la lontananza dei fornitori, ...)

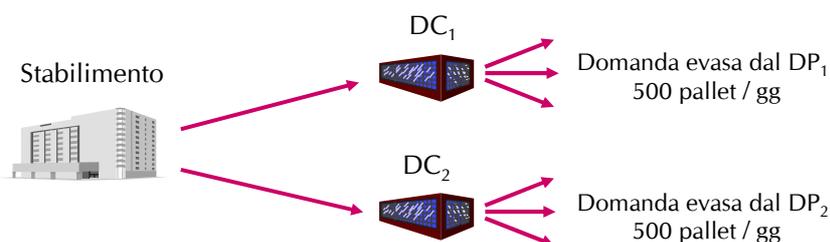
SCORTE MORTE : scorta di prodotti che hanno perduto il loro valore di mercato (obsolescenza tecnica, effetto moda, scaduti,)

Safety Stock Allocation



● SCORTE DI CICLO

Le scorte di ciclo fanno fronte alle discontinuità fra i processi di alimentazione e quelli di prelievo



1. Rifornimento settimanale

I 2 depositi sono riforniti dallo stabilimento con un lotto pari alla domanda settimanale

$$Q = 2.500 \text{ pallet}$$

2. Rifornimento giornaliero

I 2 depositi sono riforniti dallo stabilimento con un lotto pari alla domanda giornaliera

$$Q = 500 \text{ pallet}$$

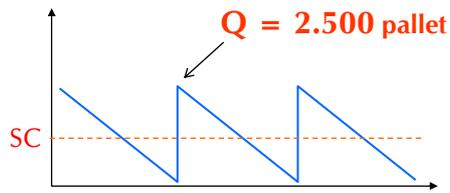
Safety Stock Allocation



SCORTE DI CICLO

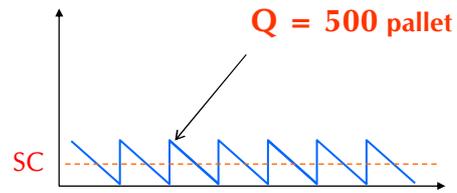
La scorta di ciclo (SC) è pari alla metà del lotto economico ovvero alla metà della domanda che si verifica tra due rifornimenti (in questo caso coincide con la GM):

1. Rifornimento settimanale



$$SC = \frac{500 \times 5}{2} = 1.250$$

2. Rifornimento giornaliero



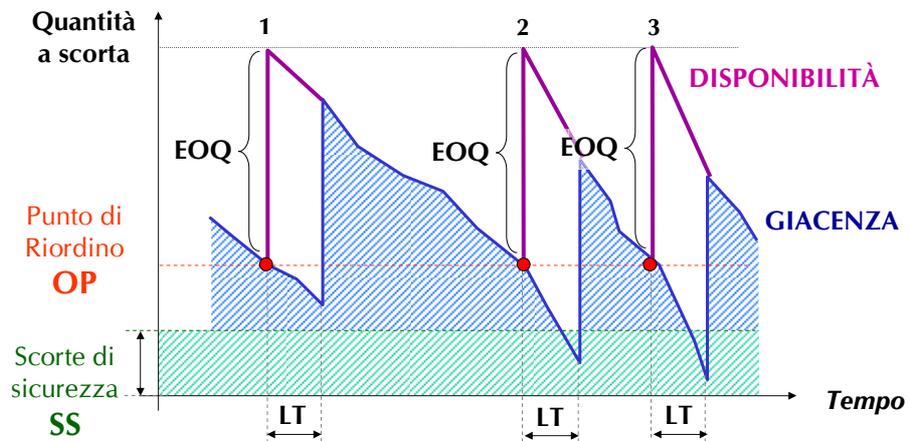
$$SC = \frac{500 \times 1}{2} = 250$$

Safety Stock Allocation



PUNTO FISSO DI RIORDINO

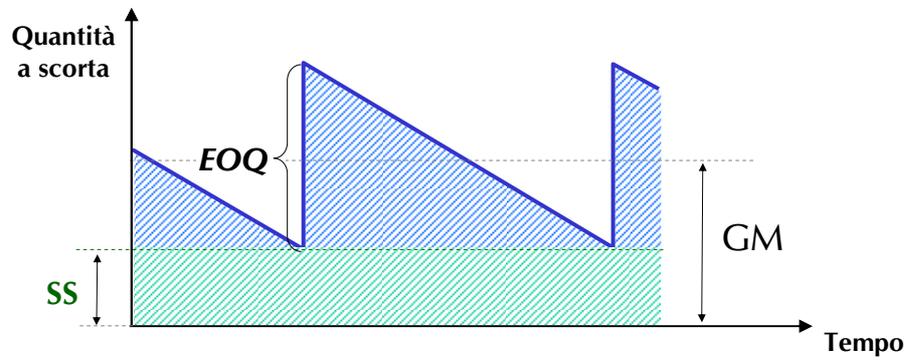
Le scorte di sicurezza sono dimensionate per assorbire la variabilità della domanda durante il lead time (LT)



Safety Stock Allocation



PUNTO FISSO DI RIORDINO



Giacenza media
[unità]

$$GM = SS + SC$$

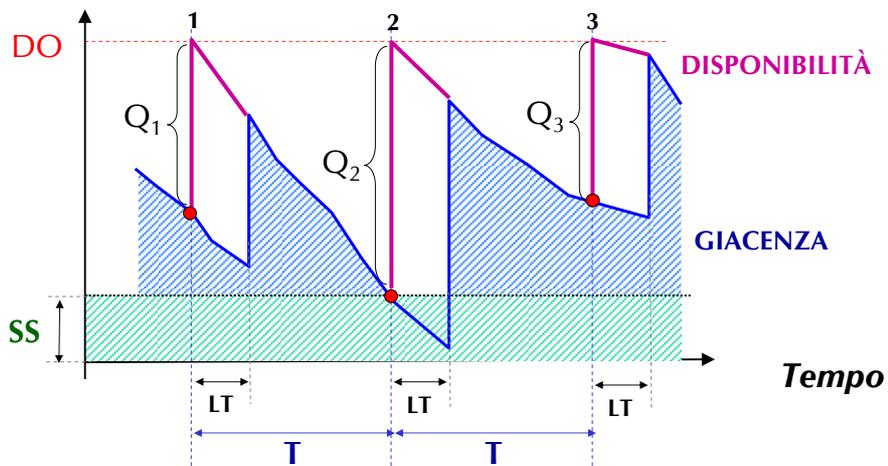
$$SC = \text{scorte di ciclo} \rightarrow \frac{EOQ}{2}$$

Safety Stock Allocation



PERIODO FISSO DI RIORDINO

In condizioni di incertezza è necessario introdurre delle scorte di sicurezza per cautelarsi da eventuali fenomeni di stock-out durante (LT + T)



Safety Stock Allocation



PERIODO FISSO DI RIORDINO

Lotto di rifornimento
[unità]

$$Q(t) = DO - DI(t)$$

$DI(t)$ = valore di giacenza presente
all'istante t -esimo

N.B. : in media il lotto di rifornimento $Q(t)$ è pari al valor medio della domanda durante l'intervallo tra due riordini (DM_T).

Il valore ottimale di T (in giorni) è dato da : $EOQ / D_{\text{giornaliera}}$

Giacenza media
[unità]

$$GM = SS + SC$$

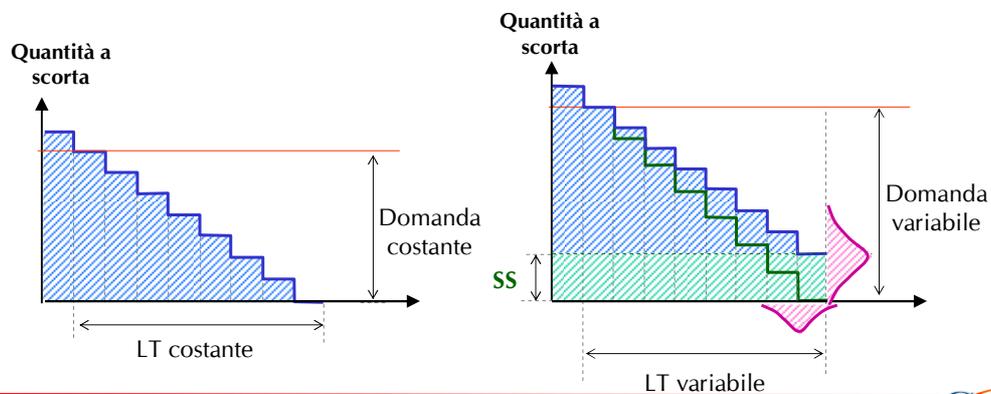
$$SC = \text{scorte di ciclo} \rightarrow \frac{DM_T}{2}$$

Safety Stock Allocation



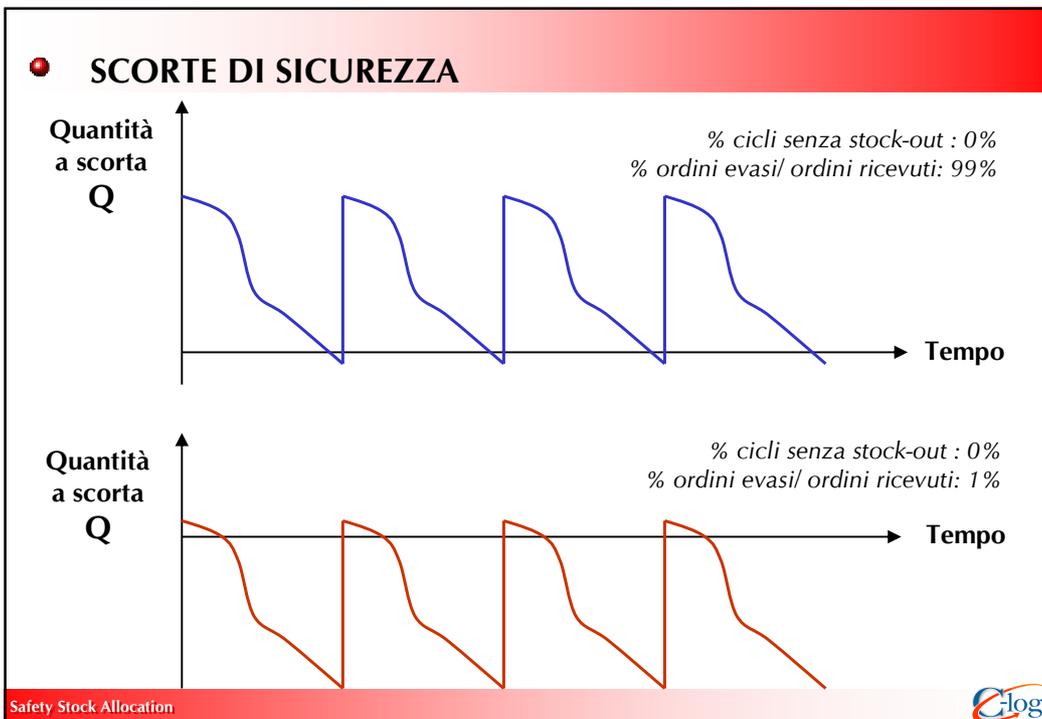
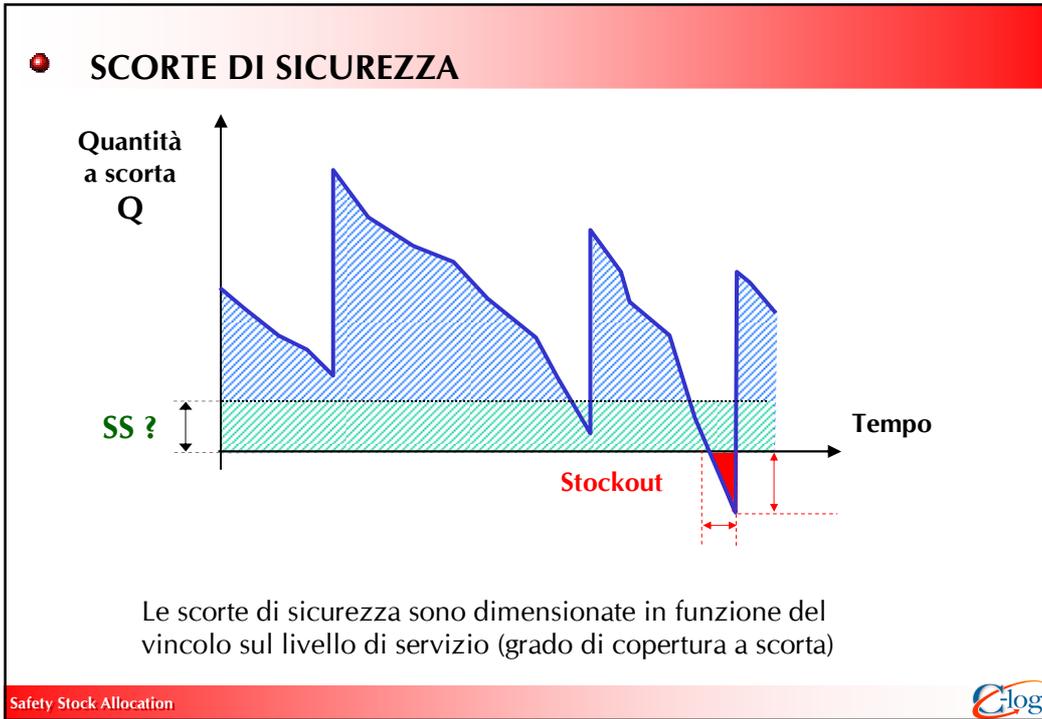
SCORTE DI SICUREZZA

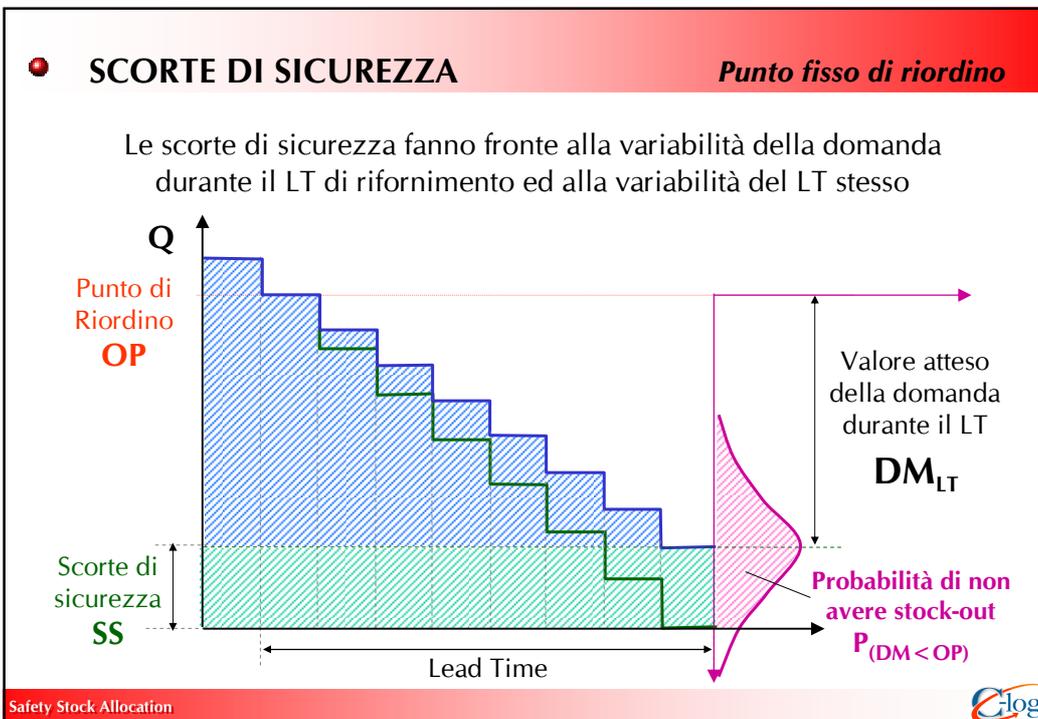
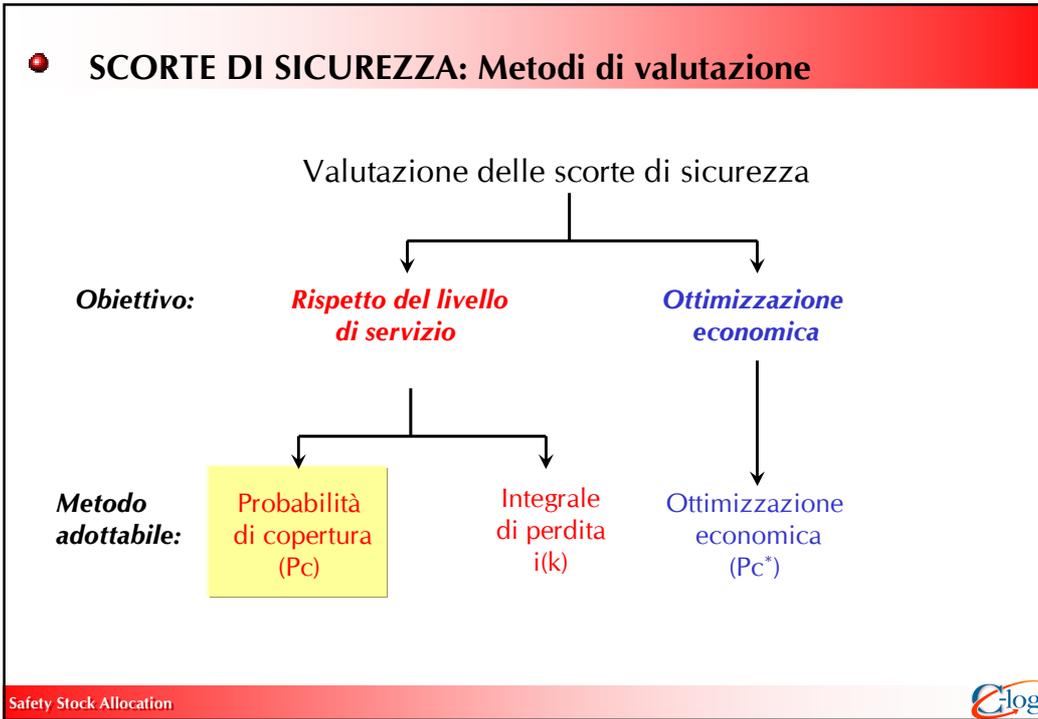
Le scorte di sicurezza fanno fronte alla variabilità della domanda (superiore al valor medio previsto) ed alla variabilità del lead time di approvvigionamento (superiore al valor medio previsto)



Safety Stock Allocation







● SCORTE DI SICUREZZA

Punto fisso di riordino

Con riferimento ad un generico articolo, è possibile definire il quantitativo delle scorte di sicurezza da tenere a scorta mediante la seguente relazione :

$$SS = k \cdot \sigma_{D,LT}$$

$\sigma_{D,LT}$: deviazione standard della domanda durante il LT

k : coefficiente funzione del grado di copertura a scorta desiderato



E' una deviazione standard "composta" ossia comprensiva della variabilità di D relativamente al valor medio del LT e della variabilità del LT relativamente al valor medio di D

Safety Stock Allocation



● SCORTE DI SICUREZZA

Punto fisso di riordino

DEMAND SYSTEM

Nell'ipotesi che la domanda ed il lead time siano due variabili aleatorie distribuite secondo una normale :

$$D : N(DM, \sigma_D)$$

$$LT : N(LT, \sigma_{LT})$$

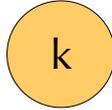
si ha :

$$\sigma_{D,LT} = \sqrt{LT \cdot \sigma_D^2 + \sigma_{LT}^2 \cdot DM^2}$$

Safety Stock Allocation

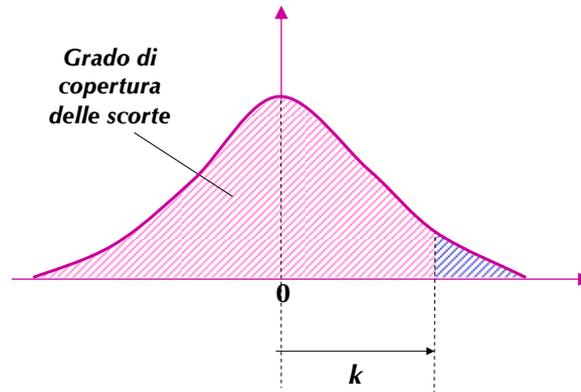


SCORTE DI SICUREZZA



LS	k
85.0%	1.04
90.0%	1.28
95.0%	1.64
98.0%	2.06
99.0%	2.33
99.5%	2.58

(*) tabella della Normale



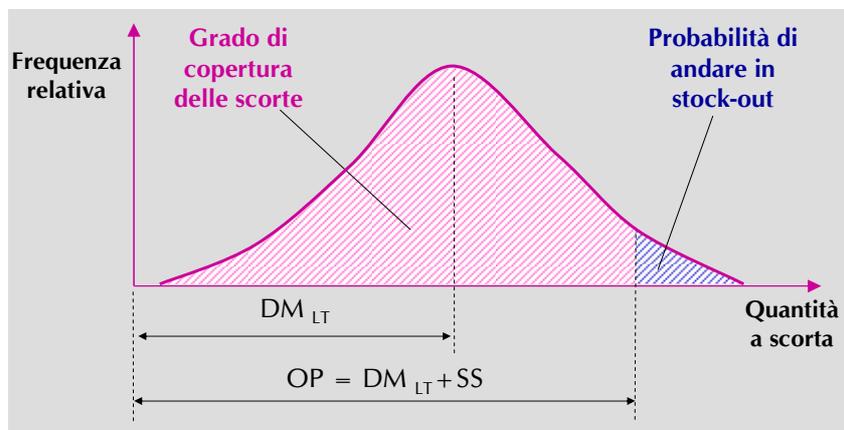
Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Punto fisso di riordino

Il grado delle coperture scorte (GCS) è definito come la probabilità che non si verifichi uno stock-out durante il lead time



Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA *Punto fisso di riordino*

Fornitore : DC

LTA = 2 settimane DM = 20 pz/mese

$\sigma_{LTA} = 3$ gg $\sigma_{DC} = 2,5$ pz/mese

LS = 95%

$$SS = 1,65 \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{4}\right) \cdot 2,5^2 + 20^2 \cdot \left(\frac{3}{5 \cdot 4}\right)^2} = 5,75 \text{ pezzi}$$

Safety Stock Allocation

SCORTE DI SICUREZZA *Punto fisso di riordino*

Le scorte di sicurezza garantiscono un grado di copertura delle scorte superiore al 50%

Probabilità di non avere stock-out : 50%

Valore atteso della domanda durante il LT

SS = 0

Probabilità di non avere stock-out : > 50%

Scorta di sicurezza

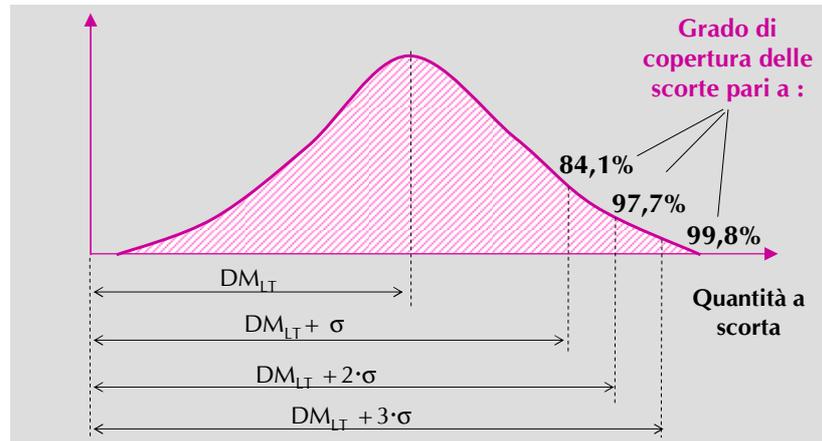
SS = k · σ

Safety Stock Allocation

SCORTE DI SICUREZZA

Punto fisso di riordino

Stabilendo la quantità delle scorte di sicurezza si definisce univocamente il grado delle copertura scorte



Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Punto fisso di riordino

FORECAST SYSTEM

In questo caso è necessario sostituire al valore medio della domanda e alla deviazione standard degli errori rispettivamente il valore previsto della domanda (P) e lo scarto quadratico medio degli errori (SDE):

$$\sigma_{D,LT} = \sqrt{LT \cdot (SDE)^2 + \sigma_{LT}^2 \cdot P^2}$$

dove :

$$SDE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (D_t - P_t)^2}{n-1}}$$

Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Punto fisso di riordino

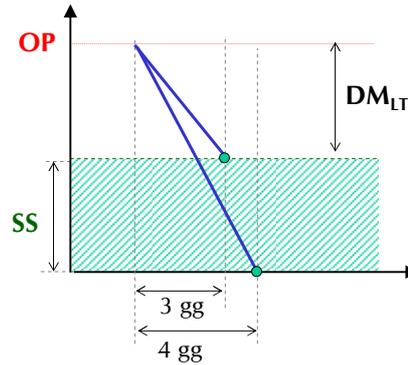
Esempio : un articolo è caratterizzato da una domanda media giornaliera pari a 4 pallet (± 2) ed è rifornito con lotti pari a 20 pallet. Il lead time di rifornimento è pari a 3 giorni (± 1). Determinare :

- il valor medio delle scorte di ciclo
- il valore delle scorte di sicurezza

$$SC = \frac{20}{2} = 10 \text{ pallet}$$

$$SS = 6 \times 4 - 4 \times 3 = 12 \text{ pallet}$$

\uparrow
 DM_{LT}



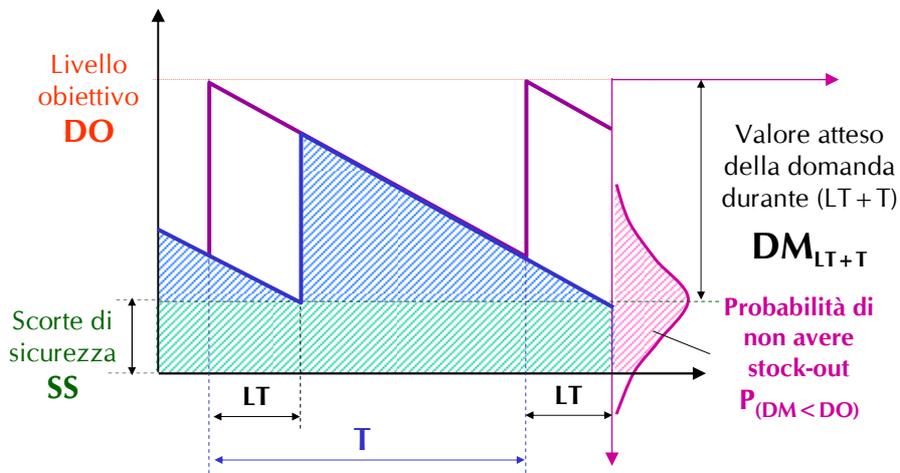
Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Periodo fisso di riordino

Le scorte di sicurezza fanno fronte alla variabilità della domanda durante il periodo pari a $(LT + T)$ ed alla variabilità del LT stesso



Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Periodo fisso di riordino

Con riferimento ad un generico articolo, è possibile definire il quantitativo delle scorte di sicurezza da tenere a scorta mediante la seguente relazione :

$$SS = k \cdot \sigma_{D,LT+T}$$

$\sigma_{D,LT+T}$: deviazione standard della domanda durante l'arco temporale (LT+T)

$$\sigma_{D,LT+T} = \sqrt{(LT + T) \cdot \sigma_D^2 + \sigma_{LT}^2 \cdot DM^2}$$

Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Periodo fisso di riordino

Fornitore :

T = 1 mese

LTA = 2 settimane

$\sigma_{LTA} = 3$ gg

DC

DM = 20 pz/mese

$\sigma_{DC} = 2,5$ pz/mese

LS = 95%

$$SS = 1,65 \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{4} + 1\right) \cdot 2,5^2 + 20^2 \cdot \left(\frac{3}{5 \cdot 4}\right)^2} = 7,05 \text{ pezzi}$$

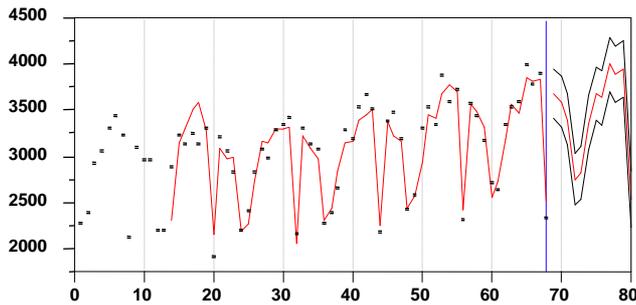
Safety Stock Allocation



• Confidence interval

- Forecasts are by definition not exact
- It is very useful to provide an estimation of forecasting accuracy
- Confidence intervals are usually defined using the RMSE or SDE

$$F_{t+m} \pm z \text{ SDE}$$



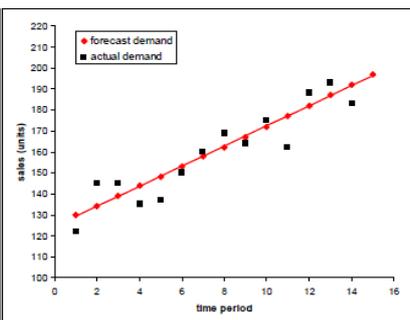
z	Probability
0.674	0.50
1.000	0.68
1.150	0.75
1.282	0.80
1.645	0.90
1.960	0.95
2.576	0.99

Safety Stock Allocation



• Measuring forecasting accuracy (example)

Period	forecast demand	actual demand	Error	Abs Error	%Error	Abs % Error
1	130	122	8	8	6.6%	6.6%
2	134	145	-11	11	-7.6%	7.6%
3	139	145	-6	6	-4.1%	4.1%
4	144	135	9	9	6.7%	6.7%
5	148	137	11	11	8.0%	8.0%
6	153	150	3	3	2.0%	2.0%
7	158	160	-2	2	-1.3%	1.3%
8	162	169	-7	7	-4.1%	4.1%
9	167	164	3	3	1.8%	1.8%
10	172	175	-3	3	-1.7%	1.7%
11	177	162	15	15	9.3%	9.3%
12	182	188	-6	6	-3.2%	3.2%
13	187	193	-6	6	-3.1%	3.1%
14	192	183	9	9	4.9%	4.9%



MAPE = 4.6%

Std Dev in forecast Error = 8

Safety Stock Allocation

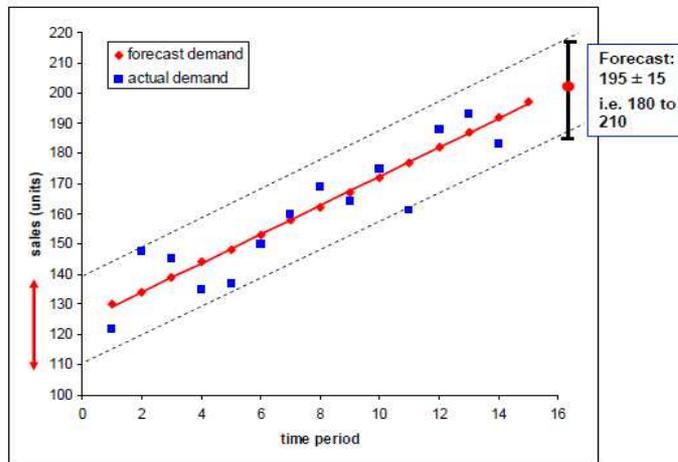


Projecting Uncertainty

What is the Forecast error?

Assume that the forecast error is normally distributed about the forecast

95% of demand



"I am 95% confident that demand will be between 180 and 210 units in week 16"

Safety Stock Allocation



Estimating safety stocks (example)

Std Dev in forecast error, σ :	8 units /week
Forecast of demand in the LT:	385 units
Lead-Time, LT :	2 weeks
Target Availability:	97.5%

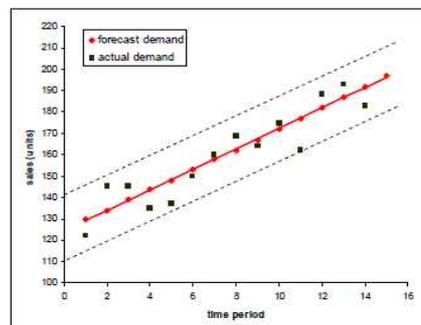
Service Level Target	z Factor
90.0 %	1.28
95.0 %	1.64
97.5 %	1.96
99.0 %	2.33

How much safety stock do you need to hold?

- 97.5% of all demand will be satisfied if we carry 1.96 standard deviations of forecast error
- Calculate the units of safety stock needed

$$SS = z \times \sigma_{FE} \times \sqrt{LT}$$

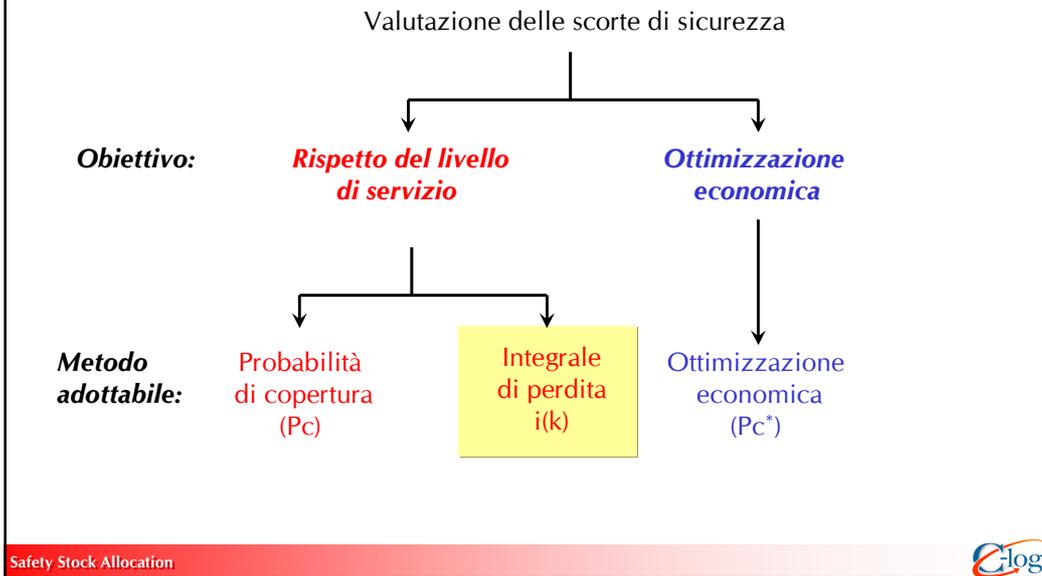
$$= 1.96 \times 8 \times \sqrt{2} = 22 \text{ units}$$



Safety Stock Allocation



● SCORTE DI SICUREZZA

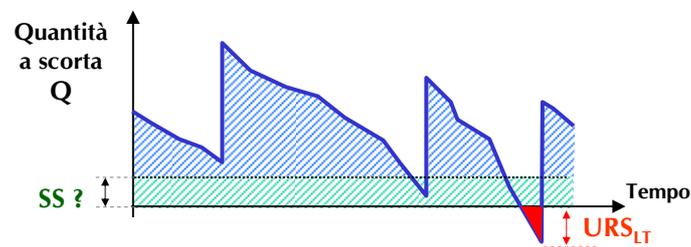


● SCORTE DI SICUREZZA

Integrale di perdita

NUMERO "ATTESO" DI UNITA' IN ROTTURA DI SCORTA (pz/anno)

$$URS = URS_{LT} \cdot D_A / Q$$



URS_{LT} = numero atteso di pezzi in rottura di scorta durante il lead time (URS_{LT}) avendo SS unità di scorta di sicurezza

SCORTE DI SICUREZZA *Integrale di perdita*

$$URS_{LT} = \int_{DM_{LT}+SS}^{\infty} (y - DM_{LT} - SS) \cdot f(y) \cdot dy$$

f(y) funzione di densità di probabilità della domanda durante il lead time

Labels in graph: DM_{LT} , $OP = DM_{LT} + SS$, $y - DM_{LT} - SS$, $f(y) \cdot dy$, dy

Safety Stock Allocation

SCORTE DI SICUREZZA *Integrale di perdita*

Introducendo la variabile normale standardizzata:

$$z = (D_{LT} - DM_{LT}) / \sigma_{DLT}$$

con densità di probabilità $g(z)$

$$URS_{LT} = \int_{DM_{LT}+SS}^{\infty} (y - DM_{LT} - SS) \cdot f(y) \cdot dy$$

$DM_{LT} + SS = DM_{LT} + k \cdot \sigma_{DLT}$ $y - DM_{LT} - k \cdot \sigma_{DLT}$ $f(y) \cdot dy$
 \downarrow \downarrow \downarrow
 k $(z - k) \cdot \sigma_{DLT}$ $g(z) \cdot dz$

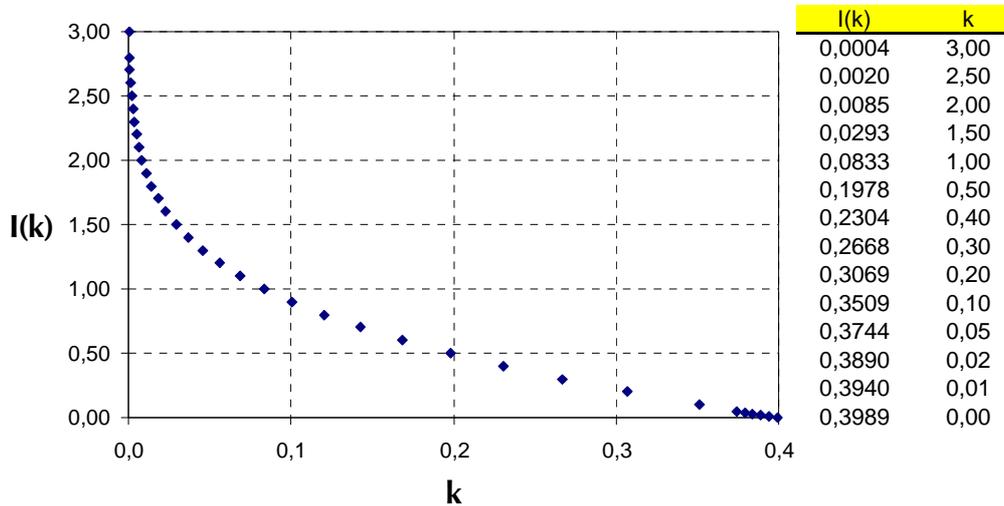
$$URS_{LT} = \left(\int_k^{\infty} (z - k) \cdot g(z) \cdot dz \right) \cdot \sigma_{DLT} = l(k) \cdot \sigma_{DLT}$$

Safety Stock Allocation

● SCORTE DI SICUREZZA

Integrale di perdita

$I(k)$: integrale di perdita della distribuzione normale standardizzata



Safety Stock Allocation



● SCORTE DI SICUREZZA

Integrale di perdita

GRADO DI COPERTURA SCORTE:

rapporto tra pezzi richiesti disponibili a scorta e pezzi richiesti:

$$GCS = \frac{D_A - URS}{D_A} = 1 - \frac{URS}{D_A} = 1 - \frac{I(k) \cdot \sigma_{DLT} \cdot \frac{D_A}{Q}}{D_A} = 1 - \frac{I(k) \cdot \sigma_{DLT}}{Q}$$

Pertanto, dati : GCS, Q e σ_{DLT}

1) si ricava $I(k)$

2) si legge k da tabella da utilizzare nella formula delle SS

Safety Stock Allocation



● SCORTE DI SICUREZZA

Integrale di perdita

Esempio: un articolo, approvvigionato ogni 2 settimane (LT medio pari a 4 gg) è caratterizzato da una domanda media settimanale pari a 4 unità e una variabilità dell'errore medio previsionale (SDE) pari 1,2 unità.

Si vuole valutare la convenienza ad aumentare il livello di servizio (inteso come rapporto fra unità evase direttamente da scorta e unità richieste) dal 95% al 98%, assumendo:

- tasso annuo di mantenimento a scorta: 30%/anno della rimanenza
- costo di rottura di stock: 10% del valore del prodotto
- valore del prodotto (costo di acquisto): 30 €/pezzo

Safety Stock Allocation



● SCORTE DI SICUREZZA

Integrale di perdita

Esempio (GCS = 95%)

$$\sigma_{D,LT} = \sqrt{(4/5 + 2) \cdot (1,2)^2} = 3,68 \text{ unità}$$

$$l(k) = \frac{(1 - GCS) \cdot Q}{\sigma_{D,LT+T}} = \frac{(1 - 0,95) \cdot 8}{3,68} = 0,108$$

Da tabella: $k = 0,8$ $SS = 0,8 \cdot 3,68 = 2,94$ pezzi

$CMS = 30 \text{ €/pezzo} \cdot 30\%/\text{anno} \cdot (2,94 \text{ pezzi} + 8/2) = 62,5 \text{ €/anno}$

$CRS = (1 - 0,95) \cdot (52 \text{ sett} \cdot 4 \text{ pezzi/sett}) \cdot (10\% \cdot 30 \text{ €/pezzo}) = 31,2 \text{ €/anno}$

$C_{TOT} = 93,7 \text{ €/anno}$

Safety Stock Allocation



● SCORTE DI SICUREZZA

Integrale di perdita

Esempio (GCS = 98%)

$$I(k) = \frac{(1 - \text{GCS}) * Q}{\sigma_{D,LT+T}} = \frac{(1 - 0.98) * 8}{3,68} = 0.043$$

Da tabella: $k = 1,4$ $SS = 1,4 * 3,68 = 5,2$ unità

$\text{CMS} = 30 \text{ €/pezzo} * 30\%/\text{anno} * (5,2 + 8/2) = 82,8 \text{ €/anno}$

$\text{CRS} = (1 - 0,98) * (52 \text{ sett} * 4 \text{ pezzi/sett}) * (10\% * 30 \text{ €/pezzo}) = 12,4 \text{ €/anno}$

$C_{\text{TOT}} = 95,2 \text{ €/anno}$



Conviene mantenere un GCS pari al 95%, ossia una scorta di sicurezza di 2,94 pezzi

Safety Stock Allocation



● SCORTE DI SICUREZZA

Valutazione delle scorte di sicurezza

Obiettivo:

Rispetto del livello di servizio

Ottimizzazione economica

Metodo adottabile:

Probabilità di copertura (P_c)

Integrale di perdita $i(k)$

Ottimizzazione economica (P_c^*)

Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Ottimizzazione economica

$$CT = CMS + CRS$$

$$CMS = m \cdot (SC + SS) \cdot P$$

$$CRS = \left[\int_{DM_{LT} + SS}^{\infty} (y - DM_{LT} - SS) \cdot f(y) \cdot dy \right] \cdot (D_A / Q) \cdot cf$$

Legenda:

m: tasso annuo di mantenimento a scorta [%/anno]

P: valore unitario di un pezzo [euro/pezzo]

D_A : domanda annua [pezzi/anno]

Q: dimensione del lotto di approvvigionamento [pezzi]

cf: costo unitario di stock-out [euro/pezzo]

Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA

Ottimizzazione economica

$$\frac{\partial CT}{\partial SS} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$Pc^* = 1 - \frac{(m \times P \times Q)}{(cf \times D_A)}$$

Pc^* : probabilità di non andare in stock-out durante il LT di approvvigionamento, che minimizza i costi totali (mantenimento + stockout)

Noto il valore di Pc^* → si ricava k dalla tabella della normale standard e da qui il valore delle scorte di sicurezza:

Safety Stock Allocation



● DIMENSIONAMENTO DELLA RETE

COSTO DELLE SCORTE (CMS)

SC l'entità complessiva delle **scorte di ciclo** rimane sostanzialmente invariata al crescere del numero "N" di depositi periferici se non varia la frequenza dei rifornimenti. Altrimenti risulta inversamente proporzionale alla frequenza di rifornimento dei depositi ($SC = \frac{1}{2}D \cdot T$). Analoghe considerazioni nel caso di politica a punto fisso di riordino ($SC = \frac{1}{2}EOQ$)

SS l'entità complessiva delle **scorte di sicurezza** varia notevolmente in quanto dipende dalla politica di allocazione (*dipendente o indipendente*) nonché dalla variabilità domanda e del lead time, dalla correlazione spaziale e temporale della domanda

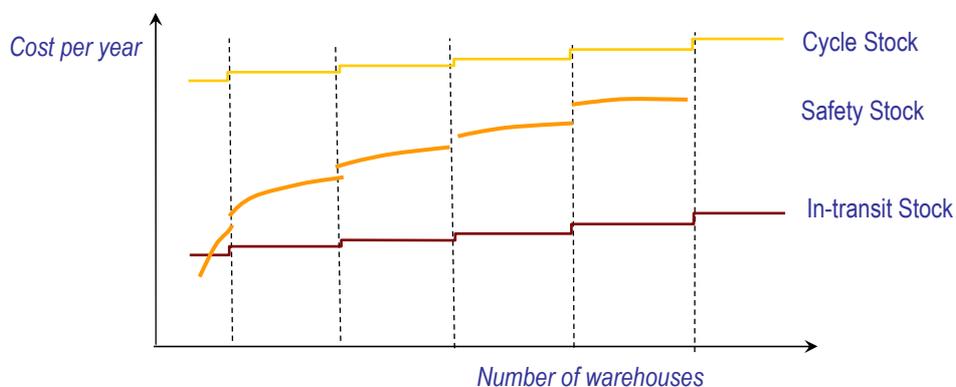
ST l'entità delle **scorte in transito** (rilevanti solo in caso di acquisto F.O.B.) dipende esclusivamente dal lead time e dalla domanda ($ST = LT \cdot D$) ossia dalla frequenza di rifornimento e dal lotto di consegna ($ST = LT \cdot Q/T$). In generale, non dipendono dal numero di depositi

Safety Stock Allocation



● Inventory costs (Inventory cost per unit)

The inventory costs per unit is subject to economies of scale. The higher the number of warehouses, the higher the cost per unit. The effect on the curves of the inventory costs is the following



Safety Stock Allocation



LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

Allocazione : assumendo di aver fissato il numero di livelli della rete, il numero e la dimensione di ciascun deposito, la localizzato degli impianti, etc., è ora possibile analizzare le diverse strategie di localizzazione delle scorte che consentono di minimizzare i costi totali nel rispetto dei vincoli di servizio

Fornitore 1



Fornitore 2



Fornitore ...



Cliente 1



Cliente 2



Cliente 3



Cliente 4



Cliente ...

es. rete distributiva a 2 livelli con 1 DC e "N" DP

Safety Stock Allocation



LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

Produzione / acquisto



DC



DP₁



DP₂



Con riferimento ad una rete distributiva a due livelli, è possibile allocare le scorte di sicurezza secondo due modalità :

SISTEMA DIPENDENTE



le scorte di sicurezza sono tutte allocate nei DP
(le scorte nei DP sono "dipendenti" dal sistema di produzione)

SISTEMA INDIPENDENTE



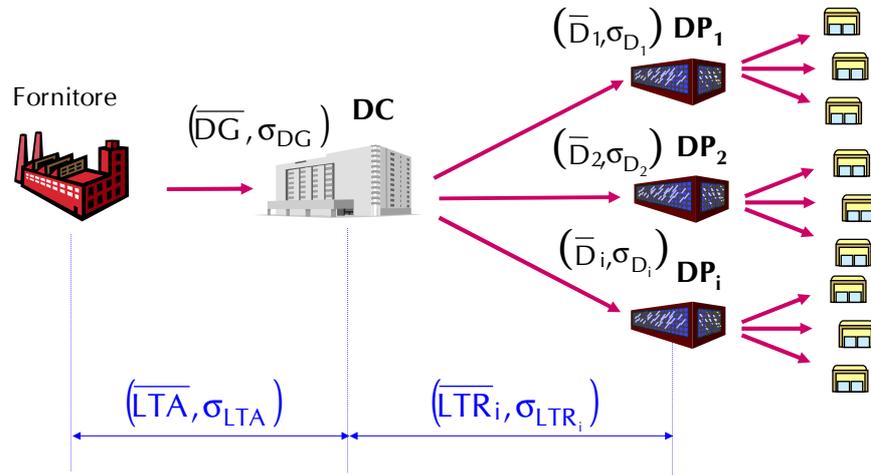
le scorte di sicurezza sono allocate in parte nei DP ed in parte nel DC
(le scorte nei DP sono "indipendenti" dal sistema di produzione)

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

ESEMPIO : rete distributiva a 2 livelli con 1 DC e "N" DP



Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

PARAMETRI DEL PROBLEMA

- N: numero di depositi periferici
- σ_{LTA} : variabilità del LTA del DC
- σ_{LTR} : variabilità dei LTR_i dei DP_i
- σ_D : variabilità della domanda vista dai singoli DP_i
- ρ_{ij} : correlazione geografica delle domande di DP_i e DP_j
- $r_{k,i}$: autocorrelazione delle domande viste da DP_i

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

NEL SISTEMA DIPENDENTE LE SCORTE DI SICUREZZA NEI DP FANNO FRONTE :

- ALLA VARIABILITÀ DELLA DOMANDA:
 - durante il lead time di approvvigionamento del DC
 - durante i lead time di rifornimento dei DP
- } LTA + LTR_i
- ALLA VARIABILITÀ DEL LTA
 - ALLA VARIABILITÀ DEL LTR_i

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

NEL SISTEMA INDIPENDENTE LE SCORTE DI SICUREZZA FANNO FRONTE :

- nel DC** {
- ALLA VARIABILITÀ DELLA DOMANDA:
durante il lead time di approvvigionamento del DC (LTA)
 - ALLA VARIABILITÀ DEL LTA
- nei DP** {
- ALLA VARIABILITÀ DELLA DOMANDA:
durante il lead time di rifornimento dei DP (LTR_i)
 - ALLA VARIABILITÀ DEL LTR_i

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

- LEAD TIME DI APPROVVIGIONAMENTO: $LTA \approx N(\overline{LTA}, \sigma_{LTA})$
- LEAD TIME DI RIFORNIMENTO DEL DEPOSITO PERIFERICO *i-esimo*: $LTR_i \approx N(\overline{LTR}_i, \sigma_{LTR_i})$
- DOMANDA VISTA DAL DP *i-esimo*: $D_i \approx N(\overline{D}_i, \sigma_{D_i})$
- CORRELAZIONE TRA LE DOMANDE DEI DEPOSITI PERIFERICI *i, j*: $\rho_{i,j} = \frac{\text{cov}(D_i, D_j)}{\sigma_{D_i} \cdot \sigma_{D_j}}$

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

SCORTE DI SICUREZZA NEL CASO DI SISTEMA DIPENDENTE:

$$SS_{SD} = \sum_{i=1}^N SS_{DP_i}$$

$$SS_{DP_i} = k \cdot \sigma_{D_i, (LTA+LTR_i)}$$

$$SS_{DP_i} = k \cdot \sqrt{(\overline{LTA} + \overline{LTR}_i) \cdot \sigma_{D_i}^2 + \overline{D}_i^2 \cdot \sigma_{LTA+LTR_i}^2}$$

NB : i termini di ciascuno dei due addendi vanno riferite alla stessa unità di tempo (giorni, settimane, ...)

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

SCORTE DI SICUREZZA NEL CASO DI SISTEMA INDIPENDENTE:

$$SS_{SI} = \sum_{i=1}^N SS_{DP_i} + SS_{DC}$$

$$SS_{DP_i} = k \cdot \sigma_{D_i, LTR_i} = k \cdot \sqrt{LTR_i \cdot \sigma_{D_i}^2 + \bar{D}_i^2 \cdot \sigma_{LTR_i}^2}$$

$$SS_{DC} = k \cdot \sigma_{DG, LTA} = k \cdot \sqrt{LTA \cdot \sigma_{DG}^2 + \bar{DG}^2 \cdot \sigma_{LTA}^2}$$

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

$$\triangleright \bar{DG} = \sum_{i=1}^N \bar{D}_i$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \rho_{i,j} \rightarrow \binom{N}{2} = \frac{N \cdot (N-1)}{2}$$

$$\triangleright \sigma_{DG}^2 = \begin{cases} \text{Se domande non correlate} & \sum_{i=1}^N \sigma_{D_i}^2 \\ \text{Se domande correlate} & \sum_{i=1}^N \sigma_{D_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \rho_{i,j} \cdot \sigma_{D_i} \cdot \sigma_{D_j} \end{cases}$$

Safety Stock Allocation



● LE SCORTE NEL SISTEMA DISTRIBUTIVO

FATTORI INFLUENZANTI L'ALLOCAZIONE DELLE SS

- | | |
|--|-------------|
| ↑ Valore aggiunto del prodotto lungo il canale | ⇒ SI |
| ↑ Costo di trasferimento di canale | ⇒ SI |
| ↑ Frazione della domanda evasa direttamente dal DC | ⇒ SI |
| ↑ Rapporto LTR / LTA | ⇒ SD |
| ↑ Correlazione geografica della domanda | ⇒ SD |

Safety Stock Allocation



● IL PRINCIPIO DEL DIFFERIMENTO

2 CRITERI BASE :

- differire le modificazioni di **forma** e la caratterizzazione del prodotto allo stadio più a valle possibile del canale logistico (es. assemblaggio, imballaggio, etichettatura, etc.)
- differire quanto più possibile nel **tempo** il trasferimento del prodotto da uno stadio al successivo del canale logistico

In sostanza, conviene fare in modo che l'incremento di valore del prodotto sia il più prossimo possibile alla definizione della transazione commerciale ovvero all'istante di richiesta da parte dei clienti

cfr. Bowersox, Zinn, "Planning Physical distribution with the Principle of Postponement", *Journal of Business Logistics*, 9, n.2, 1988

Safety Stock Allocation



● IL PRINCIPIO DEL DIFFERIMENTO

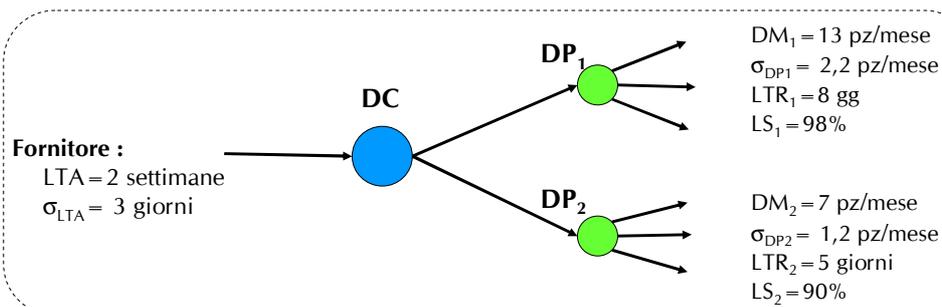
VANTAGGI DEL DIFFERIMENTO

- riduzione dei valori globali delle scorte
- più agevole gestione delle scorte (< gamma di articoli nei depositi a monte)
- riduzione degli oneri finanziari (differimento delle operazioni ad elevato valore aggiunto)
- minori rischi di obsolescenza degli articoli
- riduzione delle conseguenze degli errori di allocazione delle scorte nella rete distributiva

Safety Stock Allocation



● ESEMPIO (rete distributiva a due livelli)



? SS dipendente

? SS indipendente

Safety Stock Allocation



DIMENSIONAMENTO DELLA RETE

Numero di depositi : assumendo di aver fissato il numero di livelli della rete è necessario dimensionare la rete di depositi minimizzando il costo complessivo di distribuzione nel rispetto dei vincoli di servizio

Fornitore 1



Fornitore 2



Fornitore ...



Quanti depositi ?



Cliente 1



Cliente 2



Cliente 3



Cliente 4



Cliente ...

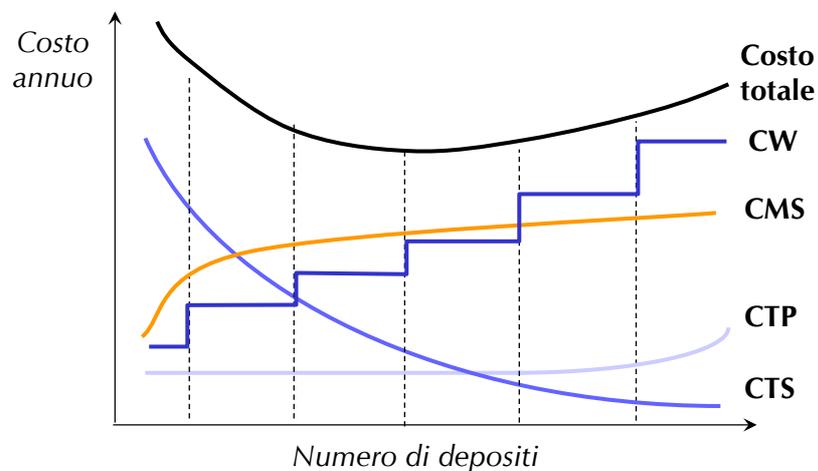
es. rete distributiva a 2 livelli con 1 DC e "N" DP

Safety Stock Allocation



DIMENSIONAMENTO DELLA RETE

PRINCIPALI FATTORI DI COSTO NELLA SCELTA DEL NUMERO DI DEPOSITI DELLA RETE



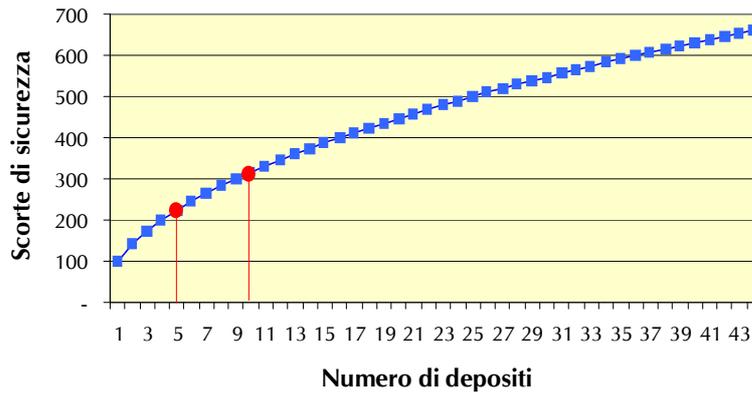
Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA IN UNA RETE DISTRIBUTIVA

REGOLA DELLA \sqrt{N}

Le scorte di sicurezza in una rete distributiva sono in proporzione alla radice quadrata del numero di depositi (nell'ipotesi $\sigma_{iT}=0, \rho_{i,j}=0$)



Safety Stock Allocation

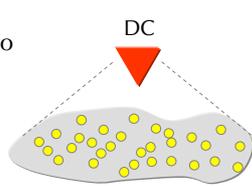


SCORTE DI SICUREZZA IN UNA RETE DISTRIBUTIVA

REGOLA DELLA \sqrt{N}

- Domanda: $\begin{cases} D_i & \forall i \\ \sigma_i & \end{cases}$
- Correlazione: $\rho_{i,j} \forall i, j$

1 deposito

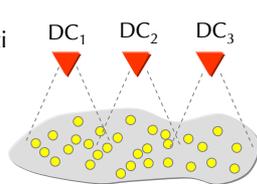


$$\bar{D}_{DC} = \sum_i D_i = 30D_i$$

$$\sigma_{DC} = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2 + 2 \sum_i \sum_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j} = \sqrt{30} \sigma_i$$

$$SS(1) \propto \sigma_{DC} = \sqrt{30} \sigma_i$$

3 depositi



$$3 \times \begin{cases} \bar{D}_{DC_i} = \sum_i D_i = 10D_i \\ \sigma_{DC_i} = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2 + 2 \sum_i \sum_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j} = \sqrt{10} \sigma_i \end{cases}$$

$$SS(3) \propto 3 \cdot \sigma_{DC_i} = 3 \cdot \sqrt{10} \sigma_i = \sqrt{3} \cdot SS(1)$$

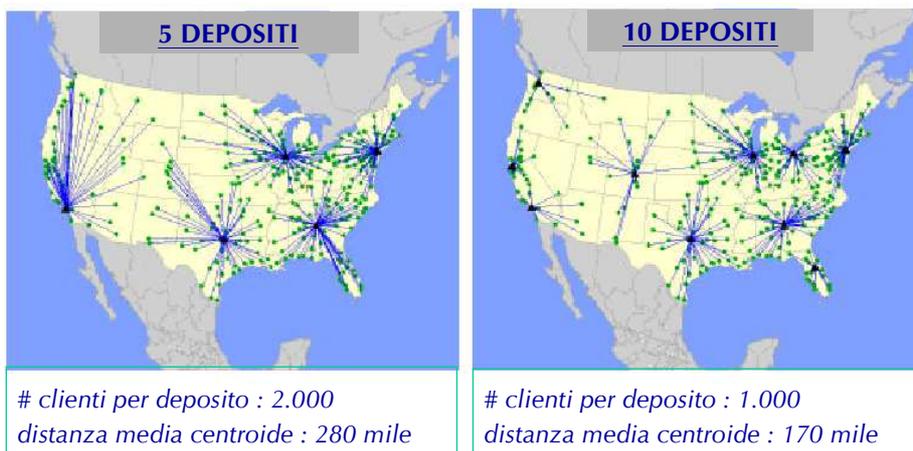
Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA IN UNA RETE DISTRIBUTIVA

ESEMPIO

Per rifornire circa 10.000 clienti (si suppone siano distribuiti in modo uniforme sul territorio) si vogliono considerare due configurazioni alternative di reti distributive:



Safety Stock Allocation



SCORTE DI SICUREZZA IN UNA RETE DISTRIBUTIVA

Dati del problema

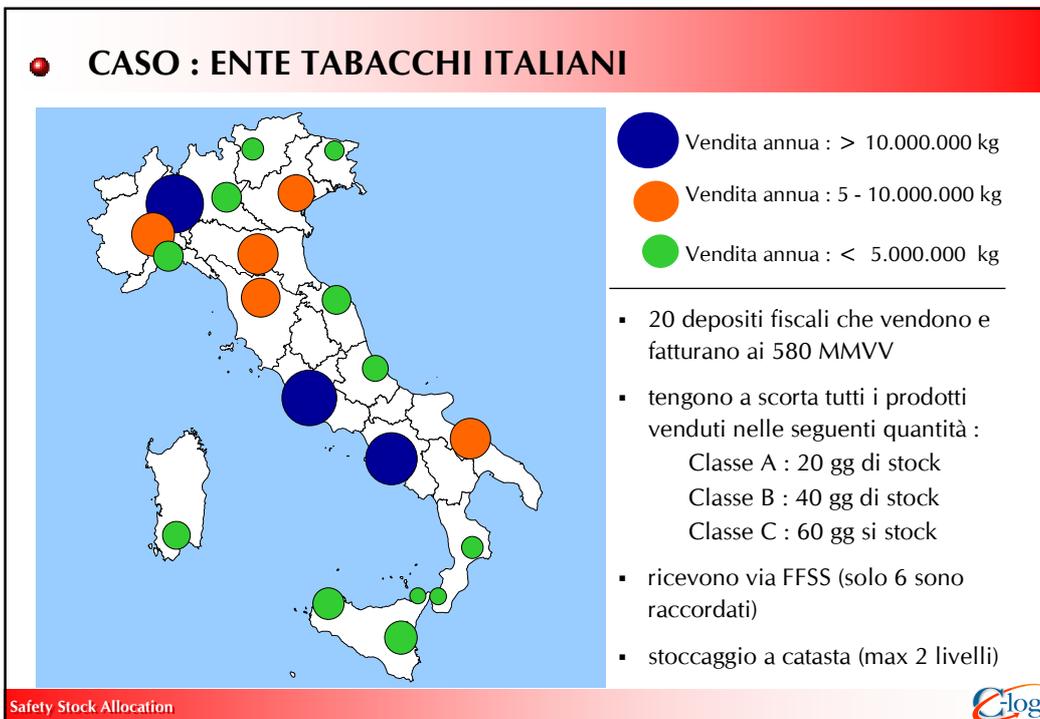
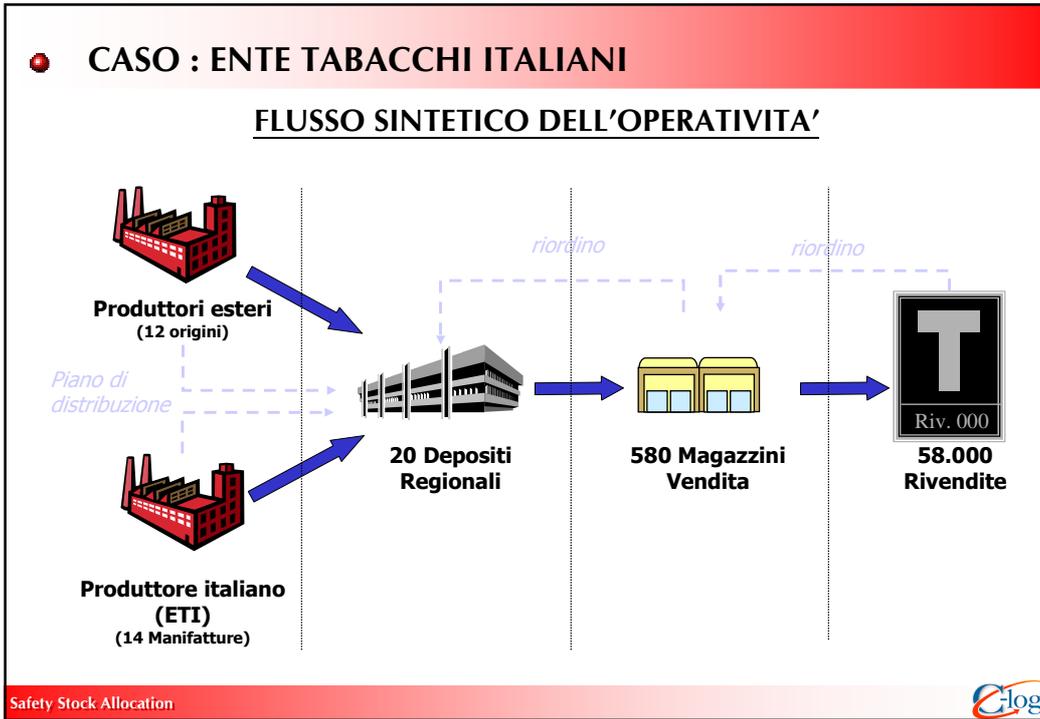
Domanda media sett. dei clienti : 1.000
Deviazione standard domanda : 500

LT di rifornimento : 1 settimana ($\sigma_{LT}=0$)
Grado di copertura scorte : 95 % ($k=1,65$)

5 DEPOSITI		10 DEPOSITI
DM vista da un deposito : = $2000 \times 1000 = 2.000.000$		DM vista da un deposito : = $1000 \times 1000 = 1.000.000$
σ domanda di un deposito : = $\sqrt{2000 \cdot 500^2} = 22.360$		σ domanda di un deposito : = $\sqrt{1000 \cdot 500^2} = 15.811$
SS per ciascun deposito = $1,65 \times 22.360 = 36.894$	$1 - \sqrt{\frac{5}{10}}$	SS per ciascun deposito = $1,65 \times 15.811 = 26.203$
SS (5 DP) = $5 \times 36.894 = 184.470$	$\Delta = 29\%$	SS (10 DP) = $10 \times 26.203 = 260.881$

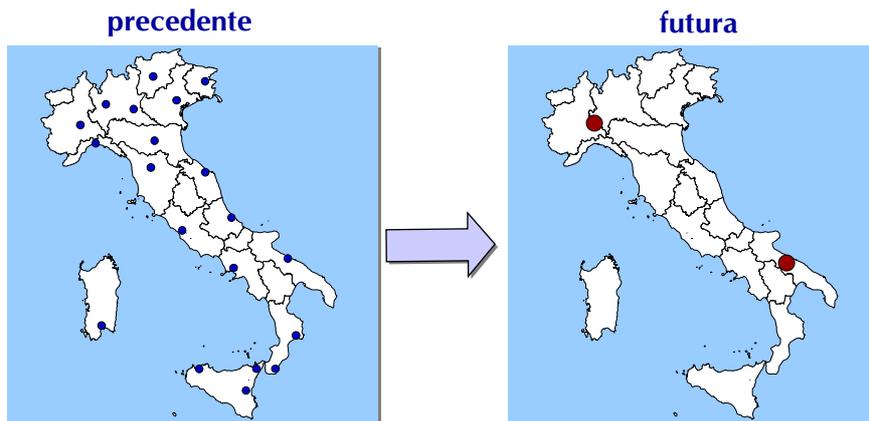
Safety Stock Allocation





● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Soluzione : passare da una rete distributiva costituita da 20 depositi regionali ad una situazione con soli due depositi centrali (Nord-Sud) e 15 TP, ottenendo un consistente risparmio in termini di stock, senza considerare i benefici (economie di scala e sinergie) derivanti dalla concentrazione delle attività logistiche



Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Ipotesi

- La domanda complessivamente evasa dal sistema di 20 depositi regionali coincide con quella che sarà evasa con 2 depositi centrali (D_{TOT})
- I depositi regionali evadono in media una domanda annua pari a :

$$DR = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} D_i \rightarrow D_{TOT} / 20$$

- Non esiste correlazione tra le domande evase dai singoli depositi (ovvero uno stesso cliente non può essere servito da più di un deposito regionale)
- La domanda evasa da ciascun deposito si suppone sia distribuita secondo una distribuzione normale, con valore medio DR e deviazione standard σ_{DR}
- In futuro i 2 depositi centrali evaderanno circa la stessa domanda annua

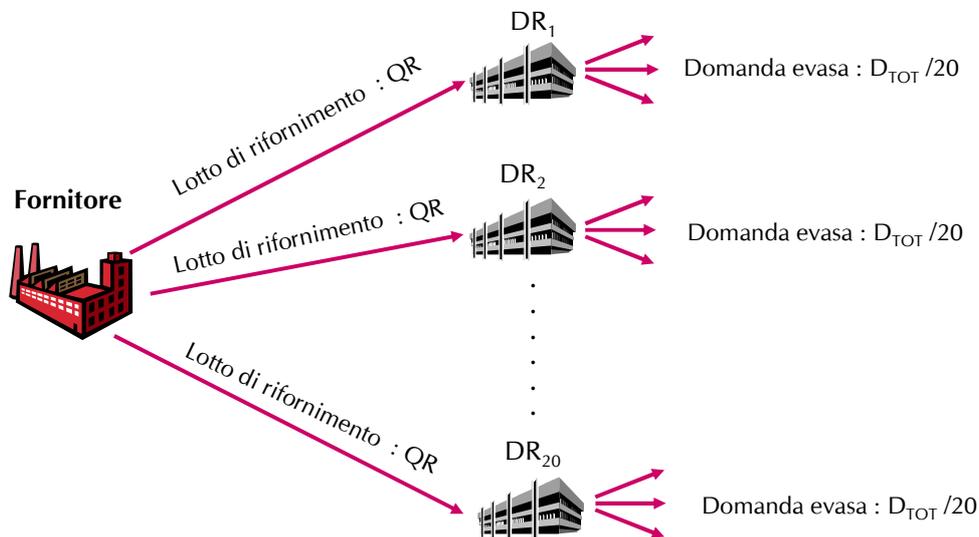
$$DC = DC_1 = DC_2 \rightarrow D_{TOT} / 2$$

- Tutti i 20 depositi regionali hanno lo stesso livello di servizio (k) così come lo avranno i 2 depositi centrali (inteso come grado di copertura delle scorte)

Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI *Rete distributiva precedente*



Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

- Attualmente ciascun deposito regionale viene rifornito da fornitori che hanno lo stesso lead time di consegna (LT) costante ed uguale per tutti i depositi. Si suppone che tale lead time sarà invariato passando da 20 depositi a 2 depositi (quello che cambierà sarà il lotto di rifornimento)
- Le scorte di ciascun articolo vengono ripristinate a punto di riordino: non appena lo stock scende al di sotto di un livello soglia, viene emesso un ordine di rifornimento verso il fornitore per un quantitativo pari al lotto economico (Q)
- Il lotto economico di rifornimento per un generico articolo emesso da un deposito regionale è dato dalla seguente relazione:

$$QR = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot DR}{m \cdot P}}$$

(e) costo di emissione e ricevimento dell'ordine, comprensivo delle attività amministrative e logistiche (trasporti e handling)

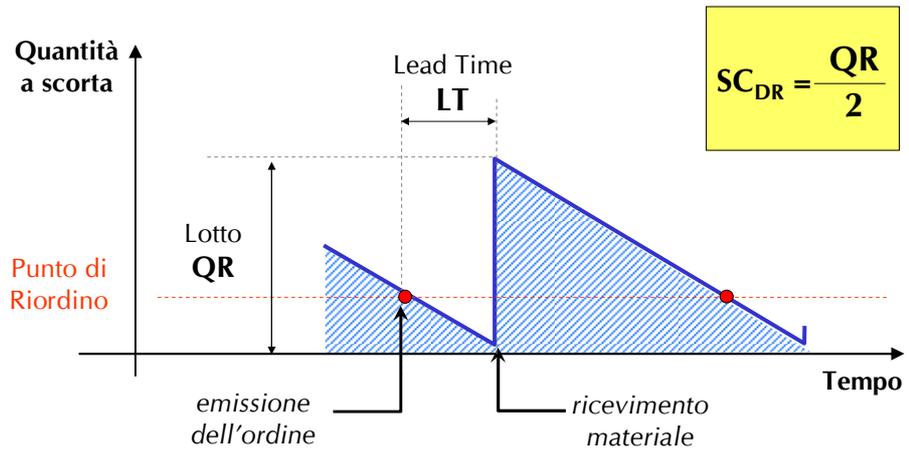
(P) valore di acquisto unitario; (m) tasso annuo di mantenimento delle scorte

Safety Stock Allocation



CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Per definizione la scorta di ciclo (SC) è pari alla metà del lotto di rifornimento. Pertanto un generico deposito regionale ha mediamente:

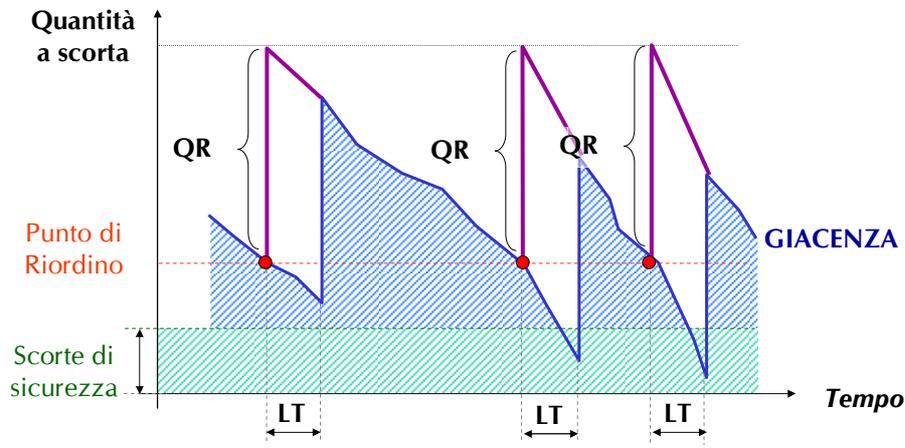


Safety Stock Allocation



CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Le scorte di sicurezza per definizione vengono costituite per far fronte alla variabilità della domanda durante il lead time (LT) di rifornimento



Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

- Le scorte di sicurezza (SS) sono generalmente legate al livello di servizio o grado di copertura delle scorte (k)
- Nell'ipotesi che la domanda evasa da un generico deposito regionale sia distribuita secondo una normale, avente deviazione standard pari a σ_{DR} , la scorta di sicurezza del deposito regionale è data da:

$$SS_{DR} = k \cdot \sigma_{DR}$$

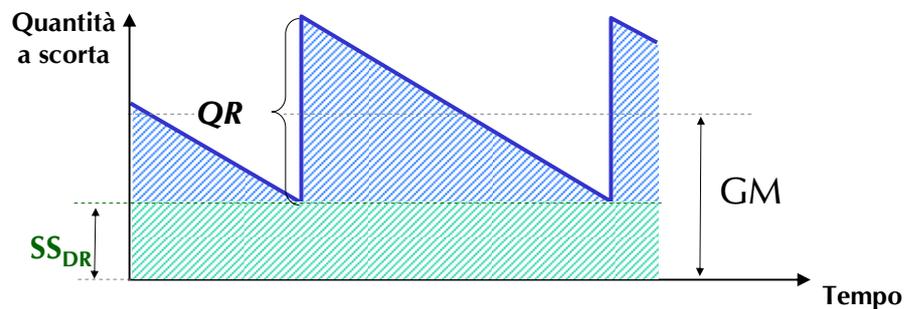
Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Livello medio dello stock in ciascun deposito regionale

$$GM_{DR} = SS_{DR} + SC_{DR}$$



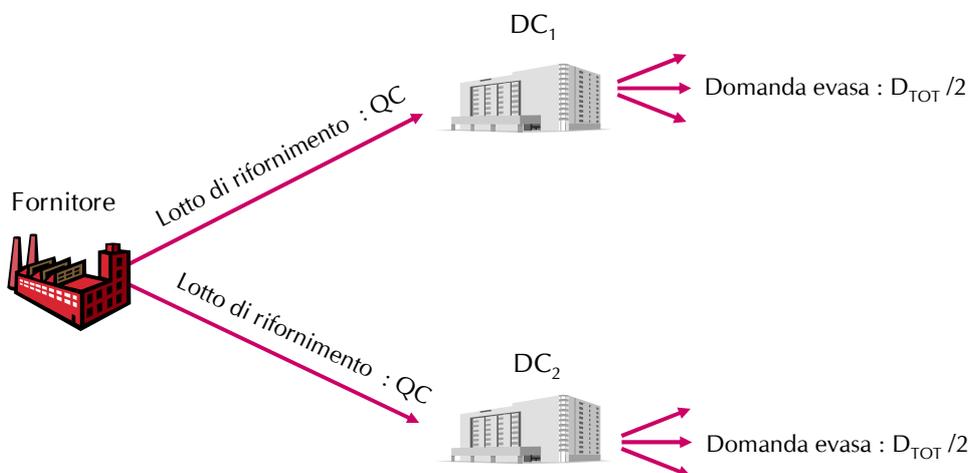
Livello complessivo dello stock (soluzione con 20 dep. regionali) $= 20 \cdot (SS_{DR} + SC_{DR})$

Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Rete distributiva futura



- Si assume che la quantità evasa mediamente da un deposito centrale (DC) è pari a 10 volte quella evasa dai singoli depositi regionali (DR)

Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

- Il costo di acquisto (P) di un generico articolo rimane invariato passando da 20 a 2 depositi
- Il costo di emissione e ricevimento degli ordini (e) rimarrà invariato passando da 20 a 2 depositi ovvero si trascura il possibile effetto derivante da una migliore organizzazione, controllo e saturazione dei mezzi di trasporto (che porterà ad una riduzione del lead time dell'ordine del 50%) nonché i miglioramenti in fase di gestione delle attività di magazzino (un deposito centrale sarà circa 10 volte più grande di un regionale)
- Pertanto in futuro, il lotto economico di rifornimento per un generico articolo approvvigionato da uno dei due depositi centrali sarà pari a :

$$QC = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot DC}{m \cdot P}}$$

Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Lotto di rifornimento

Mediamente un singolo deposito centrale evaderà la domanda attualmente evasa da 10 depositi regionali:

$$DC = 10 DR$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DR = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} DR_i = \frac{D_{TOT}}{20} \\ DC = DC_1 = DC_2 = \frac{D_{TOT}}{2} \end{array} \right.$$

dunque il lotto di rifornimento emesso da un deposito centrale per un generico articolo sarà pari a :

$$QC = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot DC}{m \cdot P}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot 10DR}{m \cdot P}} = \sqrt{10} \cdot QR$$

Safety Stock Allocation



● CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Variabilità della domanda

Pertanto, la varianza della domanda vista da un deposito centrale equivale alla somma delle varianze dei 10 depositi regionali (teorema limite centrale), supposte tutte uguali e senza correlazione

$$\sigma_{DC}^2 = \begin{cases} \text{Se domande non correlate} & \sum_{i=1}^{10} \sigma_{DR_i}^2 \\ \text{Se domande correlate} & \sum_{i=1}^{10} \sigma_{DR_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{10-1} \sum_{j=i+1}^{10} \rho_{i,j} \cdot \sigma_{DR_i} \cdot \sigma_{DR_j} \end{cases}$$

$$\sigma_{DC}^2 = \sigma_{DR1}^2 + \sigma_{DR2}^2 + \dots + \sigma_{DR10}^2 = 10 \cdot \sigma_{DR}^2$$

Safety Stock Allocation



CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Riduzione degli stock

La riduzione da 20 a 2 (di un fattore 10) del numero di depositi comporta la riduzione di 3,16 volte (fattore radice di 10) del livello medio di stock

$$SC_{DR} = \frac{QR}{2}$$

$$SC_{DC} = \frac{QC}{2} = \sqrt{10} \frac{QR}{2}$$

$$SS_{DR} = k \cdot \sigma_{DR}$$

$$SS_{DC} = k \cdot \sigma_{DC} = k \cdot \sqrt{10} \cdot \sigma_{DR}$$

scorte totali (20 depositi)

scorte totali (2 depositi)

$$20 \cdot (SS_{DR} + SC_{DR})$$

$$2(SS_{DC} + SC_{DC}) = 2\sqrt{10}(SS_{DR} + SC_{DR})$$

Safety Stock Allocation

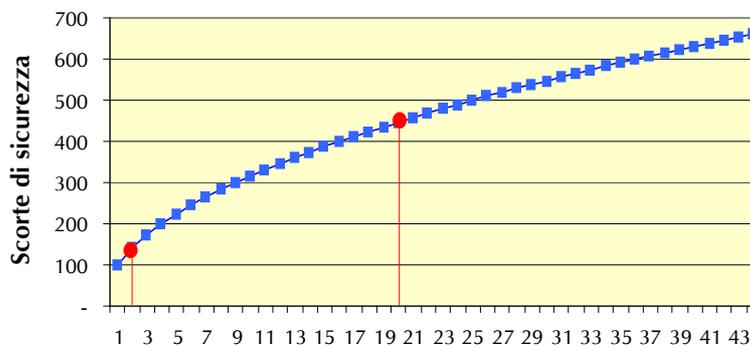


CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Riduzione degli stock

In definitiva, la riduzione da 20 a 2 (di un fattore 10) del numero di depositi comporta la riduzione di 3,16 volte (fattore radice di 10) del livello medio di stock

$$20 \cdot (SS_{DR} + SC_{DR}) \longrightarrow 2(SS_{DC} + SC_{DC}) = 2\sqrt{10}(SS_{DR} + SC_{DR})$$



Safety Stock Allocati



CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

Riduzione degli stock

Assumendo che le considerazioni sopra esposte per un generico articolo "fumo" siano riconducibili alle tre classi di prodotti (A, B, e C) si ottiene la seguente riduzione del numero di giorni di stock:

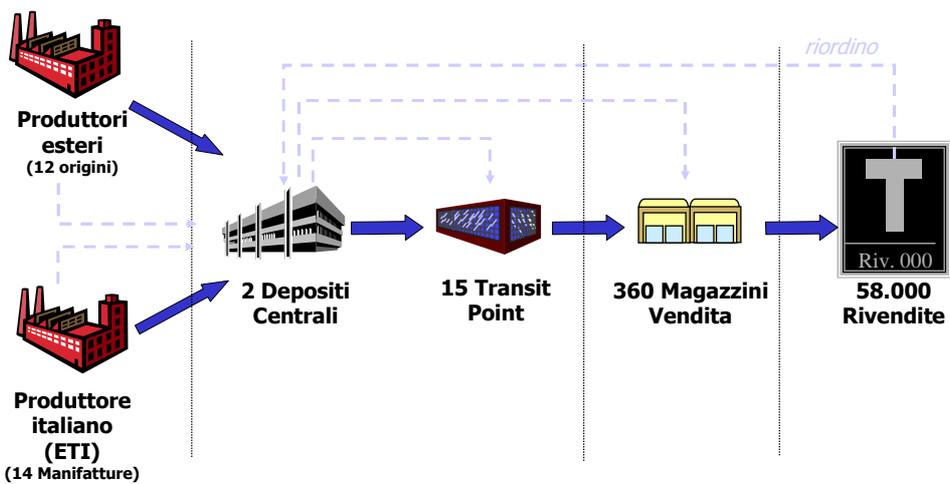
	20 Depositi Regionali		2 Depositi Centrali
Classe A :	20 gg	$-\sqrt{10}$	6,3 gg
Classe B :	40 gg	$-\sqrt{10}$	12,6 gg
Classe C :	60 gg	$-\sqrt{10}$	18,9 gg

Safety Stock Allocation



CASO : ENTE TABACCHI ITALIANI

NUOVO NETWORK DISTRIBUTIVO



Safety Stock Allocation

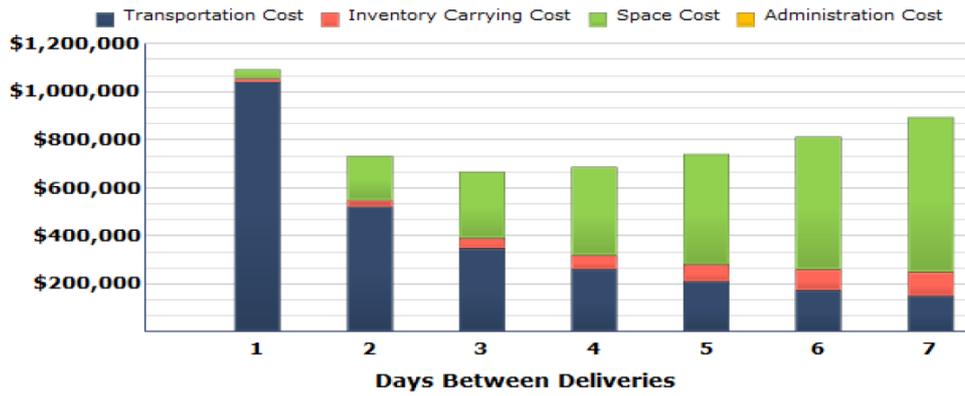


● Problem definition

Objective : identify the network structure and the management policies to achieve

- 1) the service level objectives (effectiveness)
- 2) with the minimum overall distribution costs (efficiency)

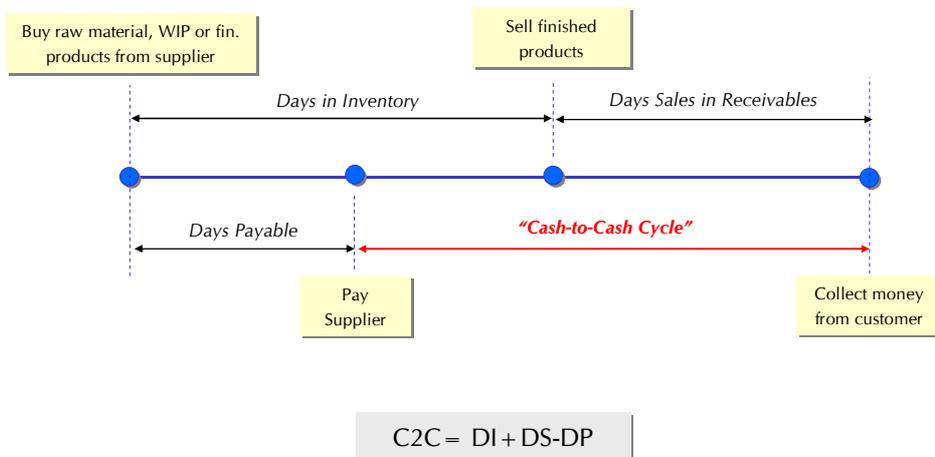
Total Logistics Cost vs. Days Between Deliveries



Safety Stock Allocation



● "CASH-TO-CASH" cycle



Safety Stock Allocation

