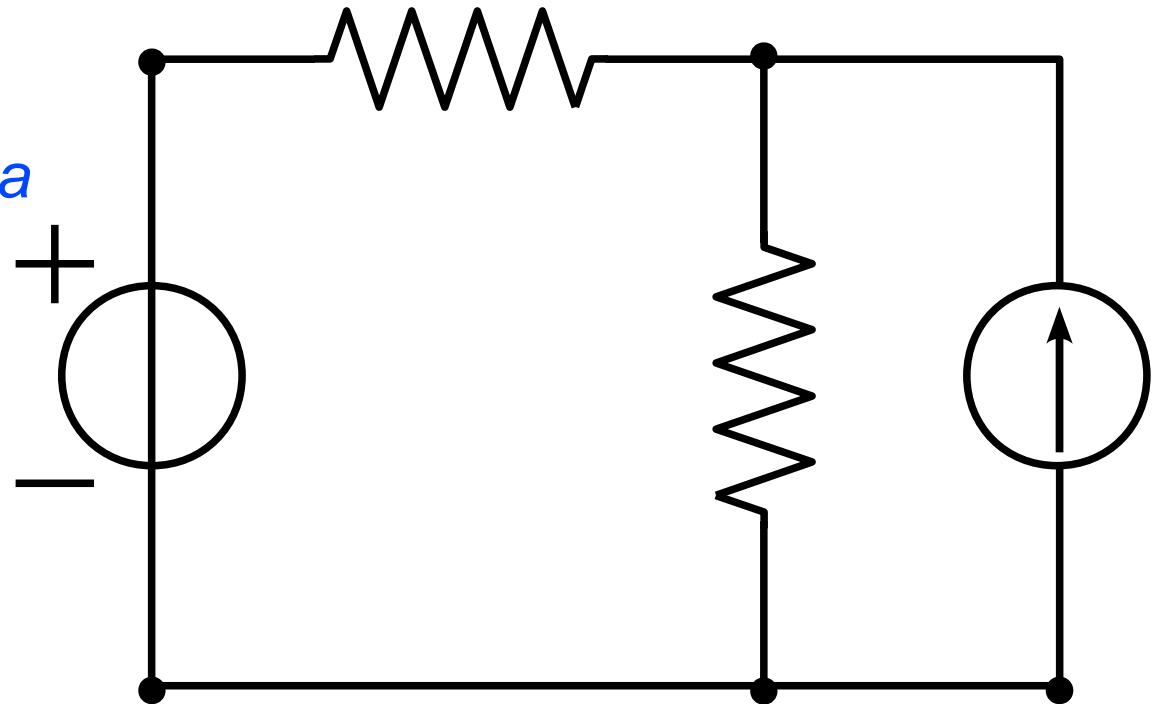


***Puddu Emiliano***

*Università LIUC di Castellanza*



*Master in Energy Management*

*Elementi di Elettrotecnica*



- *Conduzione, generatori*
- *Rami, nodi e maglie*
- *Legge di Ohm e Leggi di Kirchhoff*
- *Potenza in continua*
- *Fasori*
- *Circuiti in regime di corrente alternata: resistenza, reattanza e impedenza*
- *Potenze in regime di corrente alternata: teorema di Boucherot*
- *Caduta in linea*
- *Rifasamento*
- *Sistemi trifase*
- *Trasformatore*

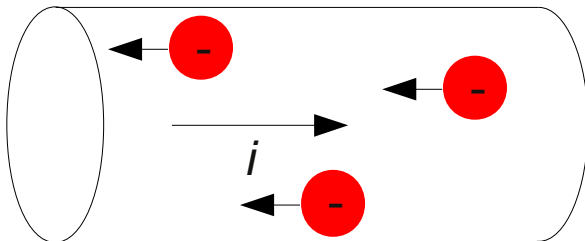
# La carica elettrica e la corrente elettrica

*La carica elettrica è una proprietà della materia alla base di tutti i fenomeni elettromagnetici. Essa si misura in coulomb (C).*

- La carica elettrica può assumere segno positivo o negativo. I portatori di carica, gli elettroni, hanno carica  $e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , mentre i protoni, fissi nel nucleo, possiedono una carica uguale ma opposta. Questa è la carica (libera) fondamentale.
- La carica elettrica di un sistema isolato è costante, ovvero essa non può aumentare o diminuire!
- I metalli possiedono le cosiddette *cariche libere*, ovvero cariche elettriche che, sotto l'effetto di una forza elettrostatica, si mettono in moto tutte insieme per generare una *corrente elettrica*!

*La corrente elettrica è la quantità di carica che fluisce in un mezzo nell'unità di tempo. Essa si misura in ampere (A).*

Nonostante i portatori di carica siano gli elettroni, negativi, la corrente elettrica viene scelta per convenzione come un moto di cariche positive!!!



$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$1 \text{ ampere} = 1 \frac{\text{coulomb}}{1 \text{ secondo}}$$

La quantità di carica trasferita tra gli istanti  $t_0$  e  $t_1$  si misura con la formula inversa

$$q = \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt$$

# La carica elettrica e la corrente elettrica

La corrente elettrica può essere costante o variabile nel tempo.

*Una corrente il cui valore resta costante nel tempo si dice corrente continua o stazionaria e si indica con la lettera maiuscola "I".* Spesso si usa il simbolo DC (direct current) per indicare la stazionarietà.

*Una corrente che varia sinusoidalmente nel tempo si chiama corrente alternata e si indica con la lettera minuscola "i".* Spesso si usa il simbolo AC (alternating current) per indicare la corrente alternata.

# La tensione

Per metter in moto delle cariche elettriche è necessario spendere dell'energia. La sorgente di questo moto si chiama *forza elettromotrice*, nonostante essa non sia una forza, bensì una *differenza di potenziale elettrico*  $v_{ab}$ :

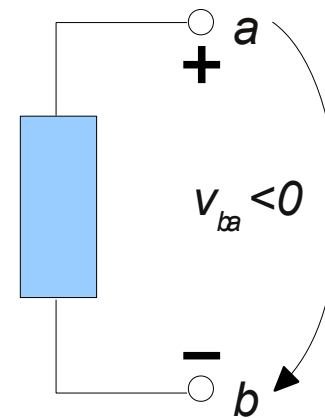
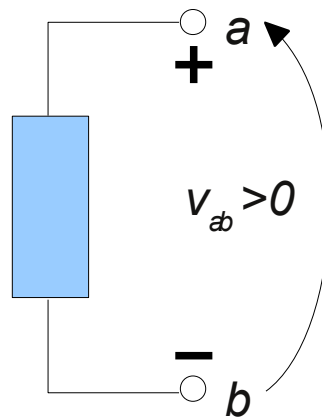
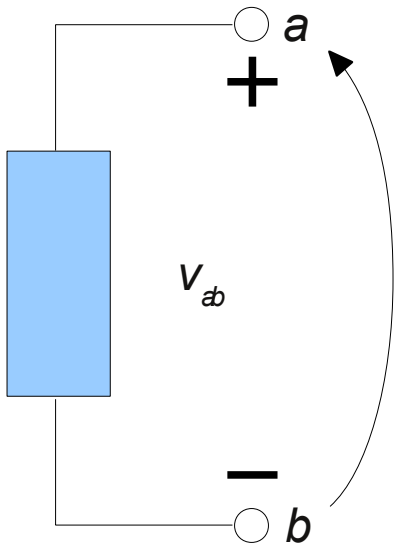
$$v_{ab} = \frac{dW}{dq}$$

dove  $dW$  è il lavoro infinitesimo compiuto dalla forza elettromotrice per spostare la quantità di carica  $dq$  dal punto  $b$  al punto  $a$ :

*La tensione o differenza di potenziale è l'energia necessaria a spostare una carica unitaria tra due diverse posizioni. Essa si misura in volt (V).*

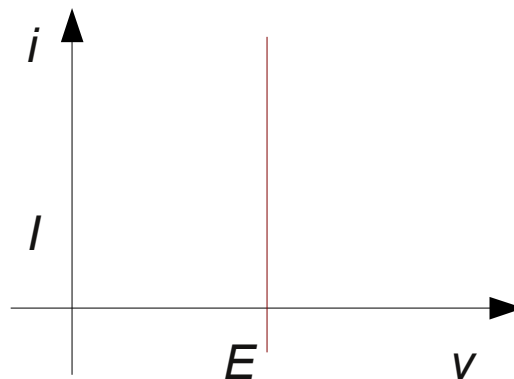
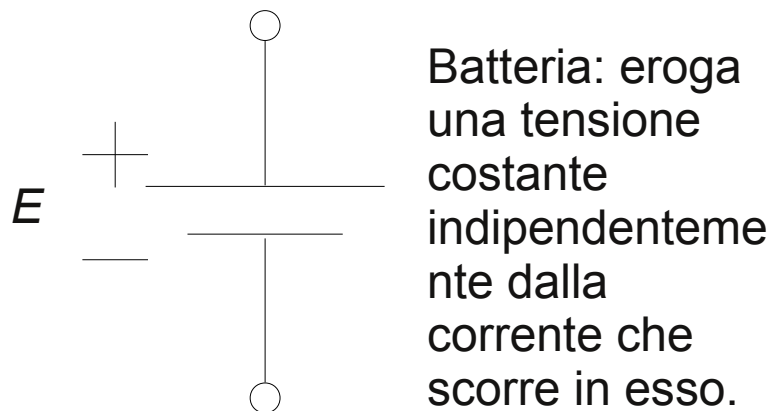
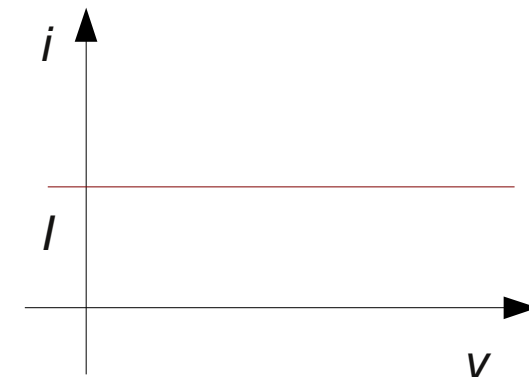
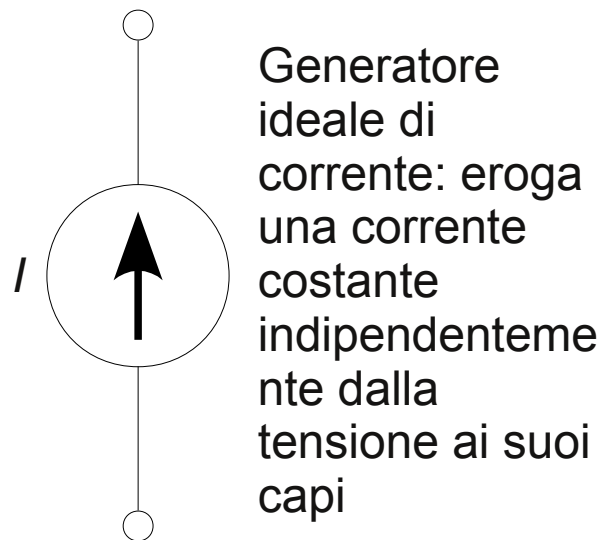
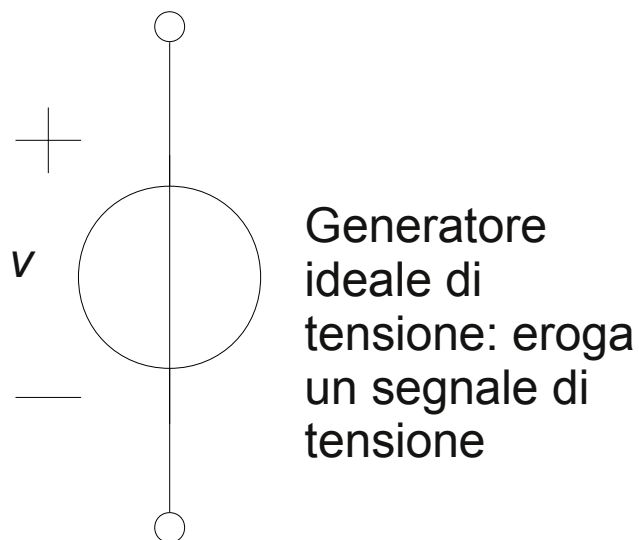
$$1 \text{ volt} = 1 \frac{\text{joule}}{1 \text{ coulomb}}$$

Dato il bipolo di figura, se  $v_a > v_b$ , allora  $v_{ab} > 0$ ; in caso contrario  $v_{ba} > 0$ .  
In generale vale la relazione  $v_{ab} = -v_{ba}$ .



# Generatori ideali di corrente e tensione

Il generatore ideale di tensione è in grado di erogare una tensione costante per un tempo infinito!  
Il generatore ideale di corrente è in grado di erogare una corrente costante per un tempo infinito!

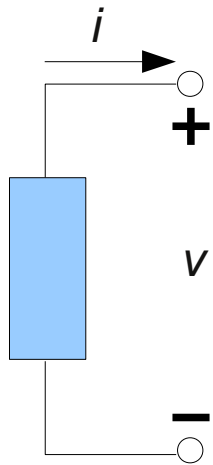


# La potenza elettrica

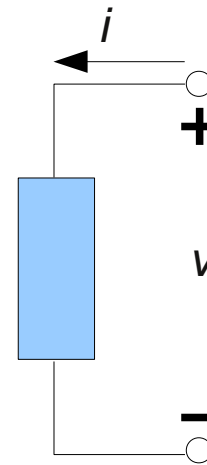
L'esperienza ci insegna che l'energia elettrica trasporta una potenza: la luminosità di una lampadina si misura in watt! Quando paghiamo le bollette, contiamo per quante ore abbiamo utilizzato le lampadine: kWh!!! Ricaviamo un'espressione per la potenza istantanea legata a tensione e corrente:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \frac{dq}{dt} = v i$$

Poiché tensione e corrente sono due quantità algebriche, il loro segno può essere positivo o negativo!!! La convenzione che si assume su un elemento circuitale è questa:



$vi > 0$ ,  
l'elemento  
circuitale fornisce o  
meglio **EROGA**  
potenza:  $P_E$



$vi < 0$ ,  
l'elemento  
circuitale assorbe o  
meglio **UTILIZZA**  
potenza:  $P_U$

L'energia in un sistema isolato si conserva:  $\Delta E = 0!$

$$P_E = P_U$$

# Legge di Ohm

Tutti i materiali, eccezion fatta per i superconduttori, ostacolano il moto degli elettroni al loro interno. Si dice che i materiali possiedono una *resistenza*. La resistenza dipende da proprietà intrinseche della materia (la resistività  $\rho$ ) e dalla geometria del materiale (la lunghezza  $l$ , la sezione  $A$ )

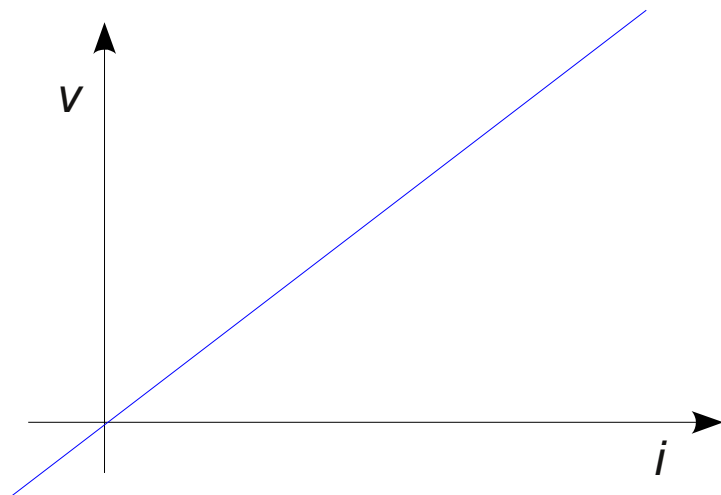
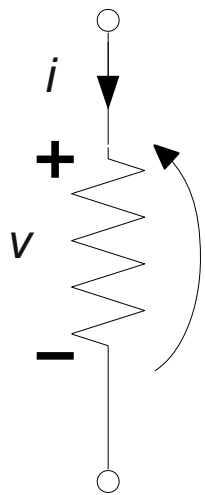
$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Una corrente elettrica  $i$  che fluisce in un mezzo con resistenza  $R$  genera una differenza di potenziale ai capi del mezzo stesso uguale a

$$v = Ri$$

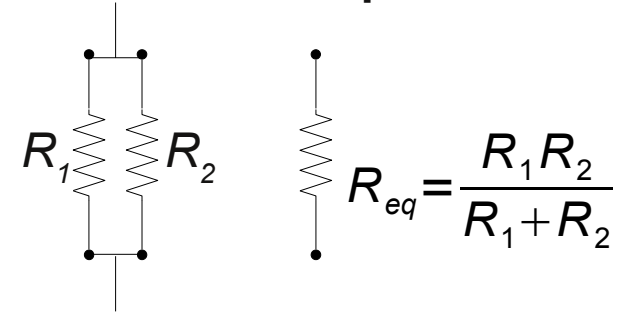
Questa è la *Legge di Ohm*! L'unità di misura della resistenza è l'ohm:  $1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$ .

È di norma assegnare resistenza nulla ai conduttori e chiamare resistori gli elementi dotati di resistenza!

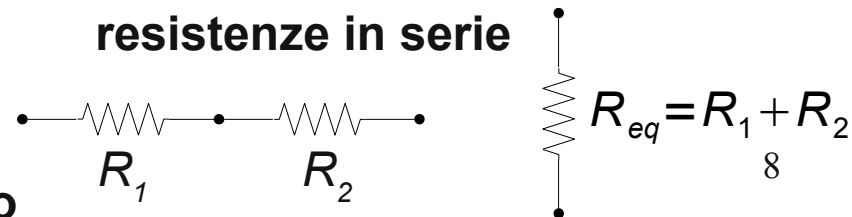


Caratteristica di un **conduttore ohmico**

**resistenze in parallelo**



**resistenze in serie**





# Rami, nodi e maglie

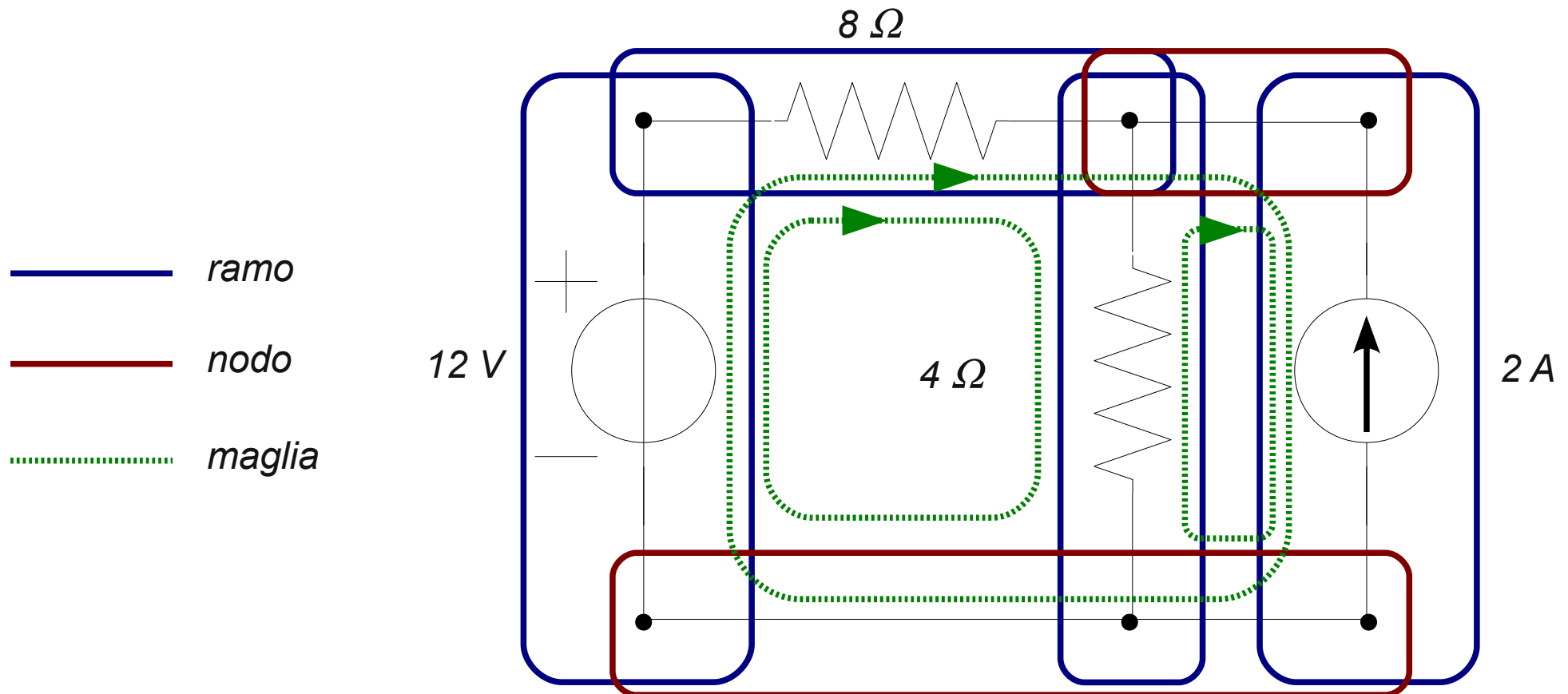
Un circuito è un insieme di generatori e resistori. Sia dato il circuito di figura, definiamo:

**ramo:** ogni elemento circuitale (generatore, resistore) compreso tra due morsetti;

**nodo:** ogni elemento circuitale che collega due o più rami;

**maglia:** qualunque percorso chiuso in un circuito che non incroci se stesso.

Una maglia si dice indipendente se essa possiede almeno un ramo che non è incluso in nessun'altra maglia.

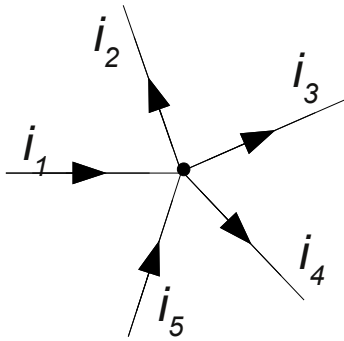


# Leggi di Kirchhoff

**Prima legge di Kirchhoff** (KLC, esprime la conservazione della carica elettrica)  
*la somma algebrica di tutte le correnti che entrano in un nodo è uguale a zero.*

$$\sum_{k=1}^N i_k = 0$$

Si considerano positive le correnti entranti e negative le correnti uscenti!!!

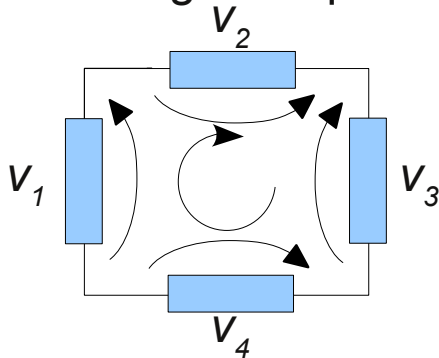


Nell'esempio qui a fianco:  $i_1 - i_2 - i_3 - i_4 + i_5 = 0$ .

**Seconda legge di Kirchhoff** (KLT, esprime la conservazione dell'energia):  
*la somma algebrica di tutte le tensioni lungo una maglia è uguale a zero.*

$$\sum_{k=1}^N v_k = 0$$

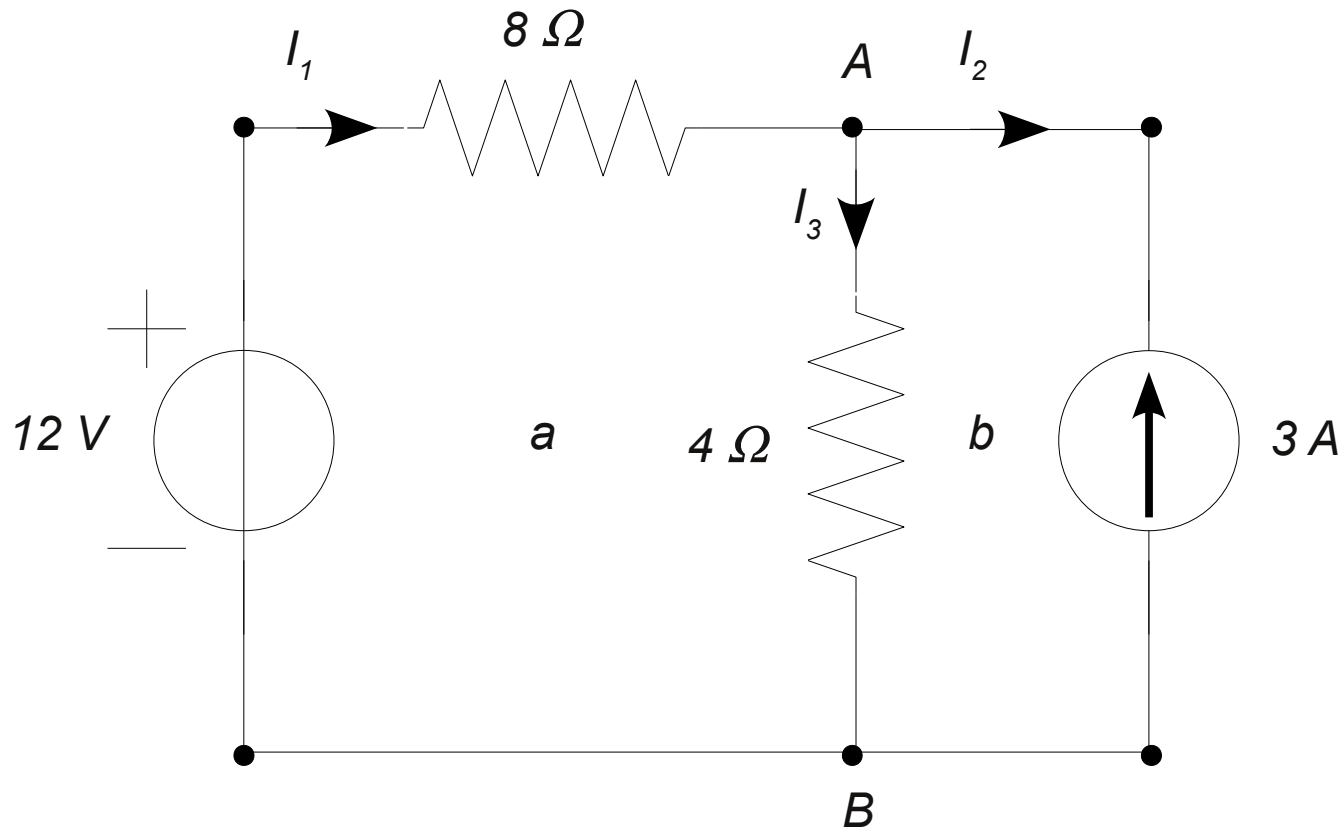
Scelto un verso di percorrenza (orario per esempio) si considerano positive le tensioni concordi al verso e negative quelle discordi!!!



Nell'esempio qui a fianco:  $v_1 - v_2 - v_3 - v_4 = 0$ .

# Rami, nodi e maglie

Sia dato il circuito di figura. Dobbiamo trovare tutte le correnti:  $I_1$ ,  $I_2$ , e  $I_3$ .



Innanzitutto notiamo che la corrente  $I_1$  interessa sia il generatore di tensione, sia la resistenza da  $8 \Omega$ : diremo che i due elementi sono in serie. Inoltre, la resistenza da  $4 \Omega$  ha gli estremi in comune al generatore di corrente, per cui hanno la stessa tensione: sono in parallelo.

Le leggi di Kirchhoff che permettono di determinare le correnti cercate sono:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

La condizione al contorno  $I_2 = -3A$  ci permette di ridurre le incognite. Ricavando

$$12 - 8I_1 - 4I_3 = 0$$

quindi  $I_1$  o  $I_3$  dalla prima equazione e sostituendoli nella seconda otteniamo:

$$I_1 = 0 A, I_2 = -3 A, I_3 = 3 A.$$

# Potenze in continua

Una resistenza dissipa potenza sotto forma di calore (effetto Joule). La quantità di calore liberata ad ogni secondo è

$$P_J = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Un generatore si può comportare sia da erogatore di potenza sia da utilizzatore. Il bilancio energetico dice che

$$P_E = P_J + P_U$$

Nell'esempio precedente, entrambi i generatori si comportano da erogatori, fornendo una potenza  $P_E = 120 + 312 = 36 \text{ W}$ . La potenza dissipata per effetto Joule invece è  $P_J = 80^2 + 43^2 = 36 \text{ W}$ . I due valori risultano essere uguali!!!

# Perché i fasori?

Ogni funzione sinusoidale è definita da tre parametri: l'ampiezza, la frequenza e la fase relativa:

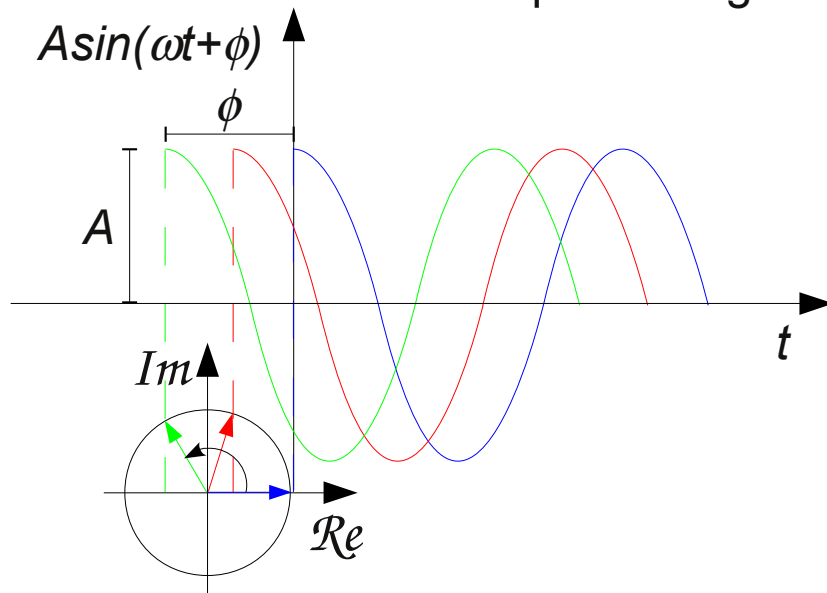
$$f(t) = A \sin(2\pi t + \phi)$$

I fasori sono utili quando dobbiamo lavorare con più funzioni sinusoidali alla stessa frequenza. Infatti in questo caso possiamo eliminare il parametro frequenza comune e considerare solo le ampiezze e le fasi relative.

Associamo all'espressione della funzione seno l'espressione di un numero complesso:

$$\bar{I} = I_m (\cos \phi + j \sin \phi) = \Re \bar{I} + \Im \bar{I}$$

Considerato che la proiezione sull'asse x (o y) di un punto che ruota sulla circonferenza è la funzione  $\cos(\theta)$ , ragionando a ritroso possiamo associare ad ogni funzione sinusoidale un punto sulla circonferenza, e di conseguenza un vettore che lo collega all'origine degli assi. Scelta una funzione sinusoidale come funzione a fase relativa nulla, tutte le altre saranno rappresentate da vettori ruotati esattamente di una quantità uguale alla fase!



Se scelgo come posizione di ogni fasore la fase al tempo  $t=0$  della corrispondente senoide, allora ho trovato un modo di rappresentare nello spazio più sinusoidi contemporaneamente e di studiarne l'andamento relativo!

In realtà so che i fasori stanno ruotando, ma la loro posizione relativa (che è la quantità che veramente mi interessa!!!) è fissa nel tempo.

Il modulo di un fasore è  $I_m$ , calcolabile come  $I = \sqrt{(\Re \bar{I})^2 + (\Im \bar{I})^2}$ .

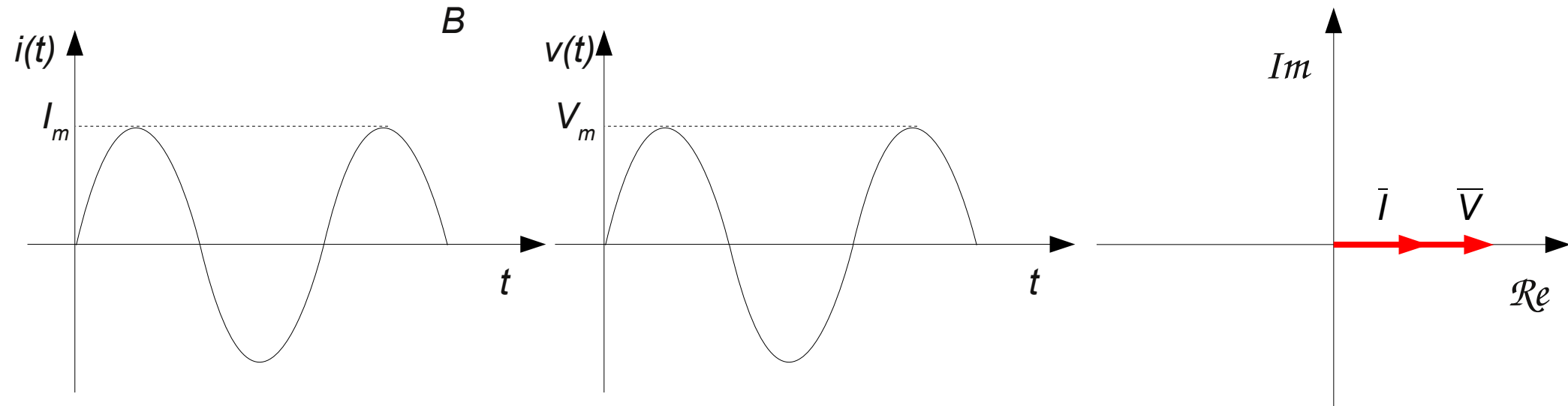
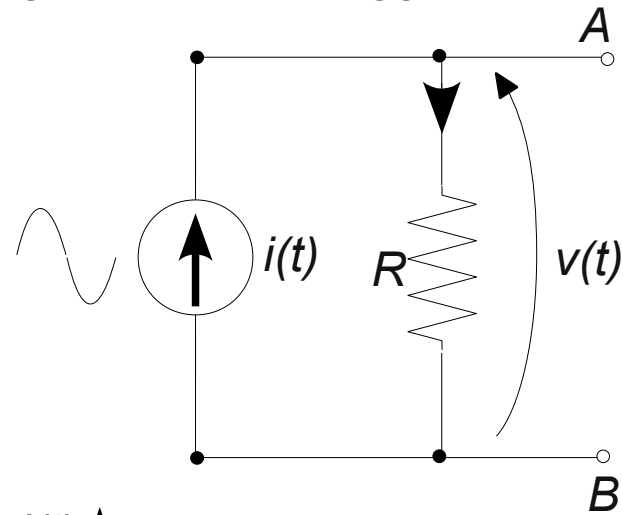
# Circuito resistivo in regime sinusoidale

Consideriamo la corrente di alimentazione a fase  $\phi=0$ :  $i(t)=I_m \sin \omega t$ . Questa corrente sinusoidale genera (per la legge di Ohm) una differenza di potenziale  $v(t)$  ai capi della resistenza  $R$ .

Il valore di questa tensione è  $v(t)=Ri(t)=RI_m \sin \omega t=V_m \sin \omega t$ . Dal fasore corrente quindi possiamo ricavare il fasore tensione:

$$\bar{I} = I_m + 0j$$

$$\bar{V} = RI_m + 0j = V_m + 0j$$



Tensione e corrente sono sempre in fase! I fasori sono allineati!!!

# Circuito induttivo in regime sinusoidale

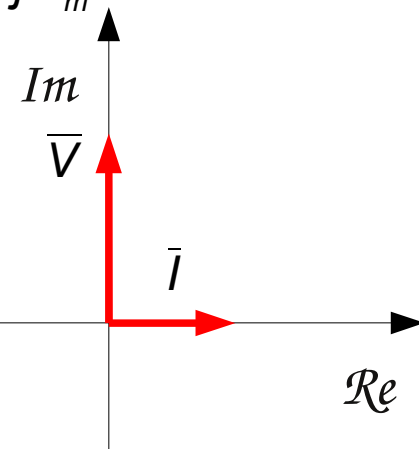
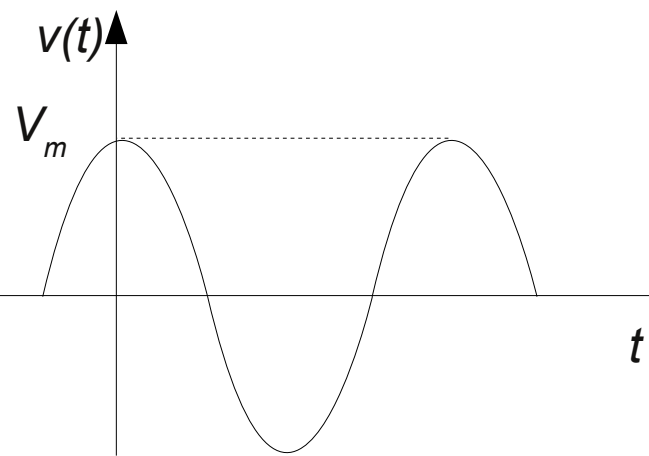
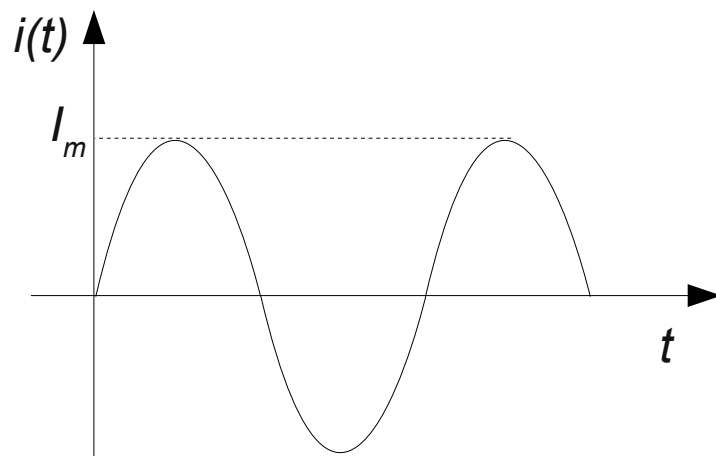
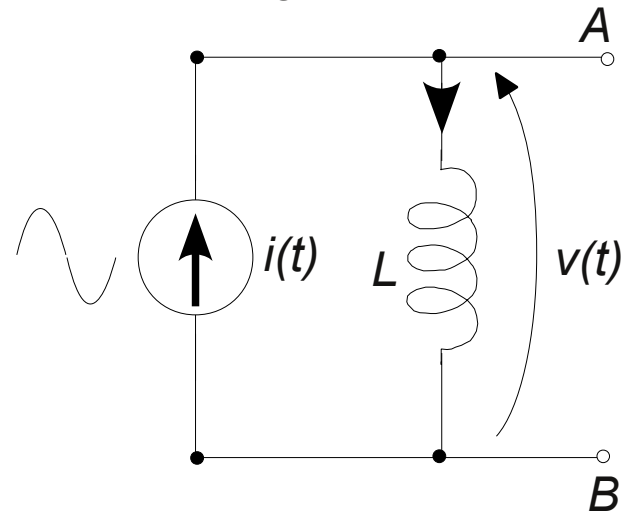
Consideriamo la corrente di alimentazione sempre a fase  $\phi=0$ :  $i(t)=I_m \sin \omega t$ . Questa corrente sinusoidale genera (per induzione elettromagnetica) una differenza di potenziale  $v(t)$  ai capi dell'induttanza  $L$ . La legge di Faraday afferma che tale tensione è

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

che fornisce il risultato  $v(t) = LI_m \omega \cos \omega t = V_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Questa sinusoide ha ampiezza  $LI_m \omega$  ed è in anticipo di  $90^\circ$  rispetto alla sinusoide della corrente! Dal fasore corrente quindi possiamo ricavare il fasore tensione:

$$\bar{I} = I_m + 0j$$

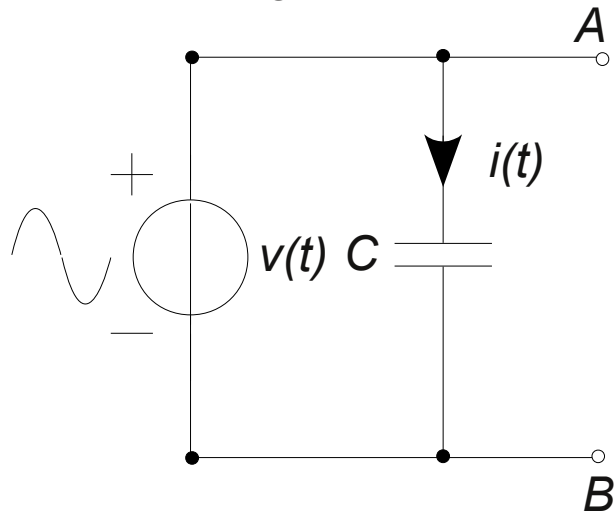
$$\bar{V} = V_m (\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) = 0 + jV_m$$



Ricordando che l'unità immaginaria  $j$  aggiunge fase  $90^\circ$  quando moltiplicata per un fasore, costruiamo un operatore complesso  $jX_L = jL\omega$ , dove la quantità  $X_L = L\omega$  si chiama **reattanza induttiva**.

# Circuito capacitivo in regime sinusoidale

Consideriamo la tensione di alimentazione sempre a fase  $\phi=0$ :  $v(t)=V_m \sin \omega t$ . Questa tensione sinusoidale genera una corrente (di spostamento)  $i(t)$  nel circuito con condensatore.



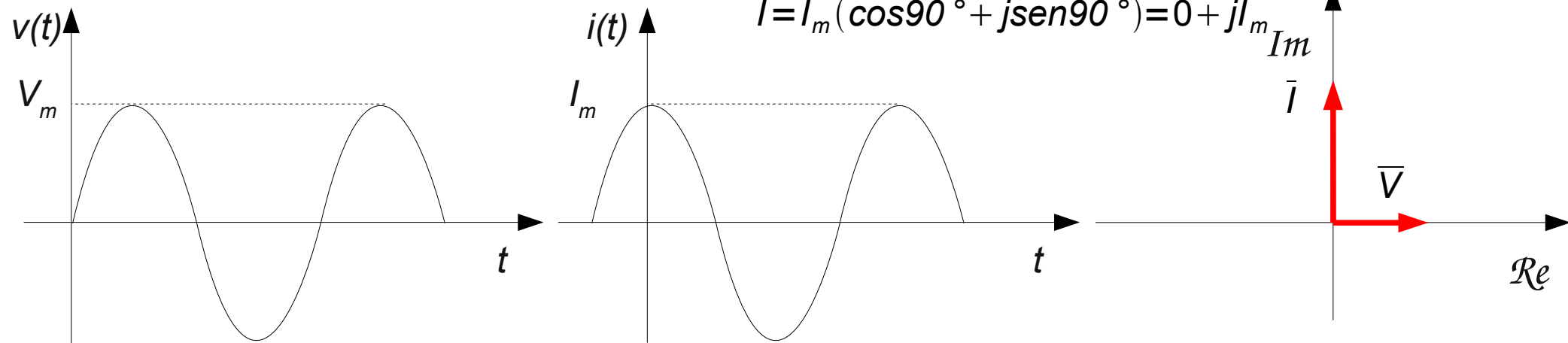
Derivando rispetto al tempo la relazione  $Q=CV$  ricaviamo l'espressione per la corrente  $i(t)$ :

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

che fornisce il risultato  $i(t) = CV_m \omega \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Questa sinusoide ha ampiezza  $CV_m \omega$  ed è in anticipo di  $90^\circ$  rispetto alla sinusoide della tensione! Dal fasore tensione quindi possiamo ricavare il fasore corrente:

$$\bar{V} = V_m + 0j$$

$$\bar{I} = I_m (\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) = 0 + j I_m$$



Ricordando che l'unità immaginaria  $j$  aggiunge fase  $90^\circ$  quando moltiplicata per un fasore, costruiamo un operatore complesso  $jX_C = -j/\omega C$ , dove la quantità  $X_L = -1/\omega C$  si chiama **reattanza capacitiva**.



# Impedenza

Ricavata una relazione tra tensione e corrente ricostruiamo la legge di Ohm in forma complessa: Introduciamo l'operatore complesso  $Z$ : l'impedenza!!!

$$Z = R + jX$$

Nel caso dei circuiti precedenti  $Z$  era puramente reale o immaginario. In generale è un numero complesso la cui parte reale è resistiva ( $R$ ) e la cui parte immaginaria è reattiva (induttiva se  $X > 0$ , capacitiva se  $X < 0$ ). In generale un circuito complesso possiede diversi elementi. Questi vengono trattati esattamente come le resistenze, ovvero si applicano le regole della serie e del parallelo! La legge di Ohm in forma complessa è

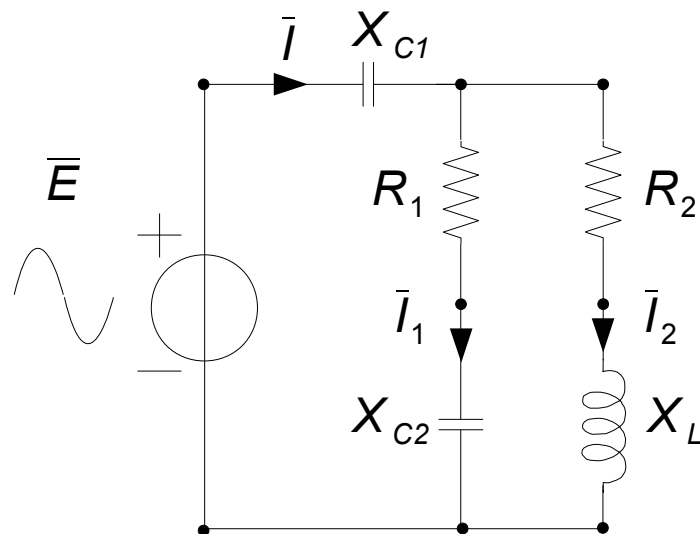
$$\bar{E} = Z \bar{I}$$

Da questa si ricava un'espressione per i moduli di corrente e tensione:

$$E = |Z| I$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Essendo il rapporto tra una tensione e una corrente, anche l'impedenza si misura in Ohm ( $\Omega$ ). All'impedenza  $Z$  applichiamo tutte le regole (serie e parallelo) già viste per la resistenza.



In questo esempio di circuito in alternata innanzitutto ricaviamo l'impedenza totale  $Z_T = jX_{C1} + (R_1 + jX_{C2}) \parallel (R_2 + jX_L)$ , quindi ricaviamo la corrente  $\bar{I} = \bar{E} / Z$ , per ricavare  $\bar{I}_1$  e  $\bar{I}_2$  tramite partitore di corrente, e di conseguenza ogni altra incognita. Tutti questi conti sono realizzati supponendo che sia  $\bar{E} = E + j0$ . Infine si costruisce il diagramma fasoriale riportando ogni tensione ed ogni corrente!

# Potenze in corrente alternata

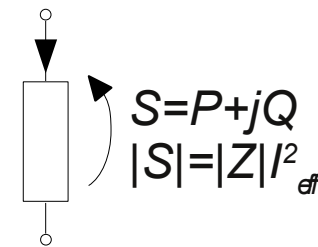
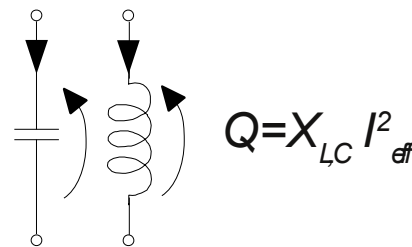
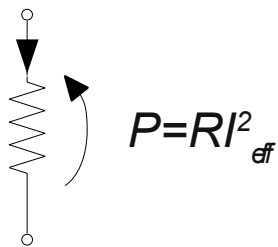
In regime di corrente alternata esistono tre tipi di potenza: la potenza *attiva*, la potenza *reattiva*, e la *potenza apparente*.

- La potenza attiva  $P$  è quella che viene dissipata per effetto Joule: l'energia elettrica passando nelle resistenze si trasforma in energia termica. Essa si misura in *watt*. Istantaneamente questa potenza è, nel tempo,  $P(t)=RI_m^2 \sin^2 \omega t$ , ovvero una funzione sempre positiva, che varia sinusoidalmente tra il valore  $0$  ed il valore  $RI_m^2$ .

- La potenza reattiva  $Q$  è quella potenza che fluisce in induttanze e condensatori, e che viene assorbita ad ogni semiciclo ( $Q>0$ ), per essere restituita al semiciclo successivo ( $Q<0$ ): il comportamento è quello di una batteria che per mezzo ciclo viene caricata e per mezzo ciclo scaricata. Essa si misura in *VAR (volt ampere reattivi)*.

- La potenza apparente  $S$  riferita ad un elemento è il prodotto tra il modulo della tensione ai suoi capi  $V_m$  ed il modulo della corrente  $I_m$ , diviso per 2. La potenza apparente coincide con la potenza attiva in un circuito di soli resistori e con quella reattiva in un circuito di sole reattanze. Il valore efficace di tensione e corrente sono i valori di picco divisi per  $\sqrt{2}$ . Possiamo quindi dire che la potenza apparente  $S$  è il prodotto dei valori efficaci:  $S=V_{eff} I_{eff}$ ! Essa si misura in *VA (volt ampere)*.

Spesso è utile parlare di valor medio della potenza, calcolato su un ciclo (considera  $\omega$  molto grande)! Questo si ottiene moltiplicando il valore efficace della corrente per il modulo dell'impedenza.



# Triangolo delle potenze

In un generico elemento circuitale di impedenza  $Z$  in cui scorre una corrente sinusoidale di valore efficace  $I_{\text{eff}}$  ai cui capi si instaura una differenza di potenziale di valore efficace  $V_{\text{eff}}$  valgono le seguenti relazioni geometriche:

$$Z=R+jX$$

$$S=P+jQ$$

$$\phi_Z=\arctan(X/R)$$

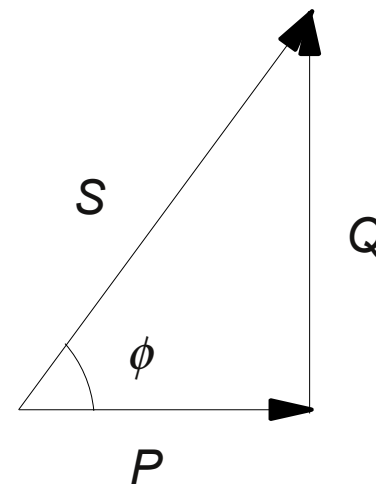
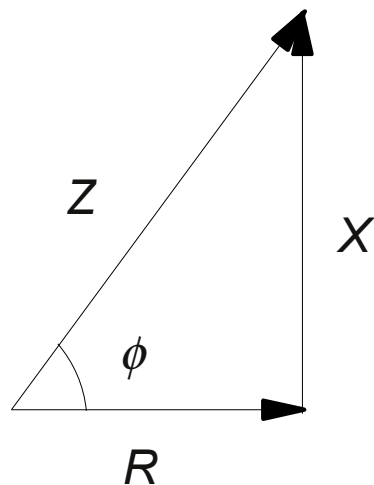
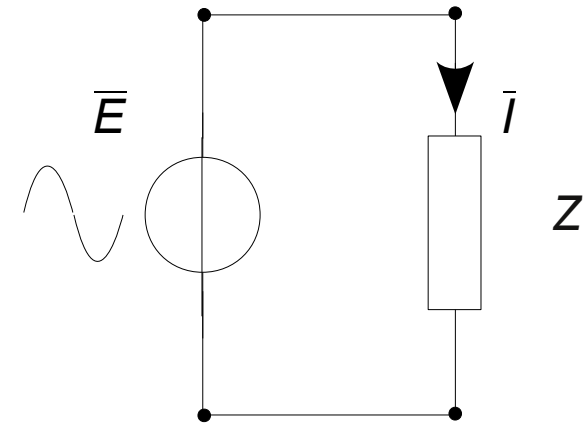
$$\phi_S=\arctan(Q/P)$$

$$\phi_S=\phi_Z=\phi$$

$$P=|S| \cos\phi \text{ (} \cos\phi \text{ è il cosiddetto } \mathbf{fattore di potenza!})$$

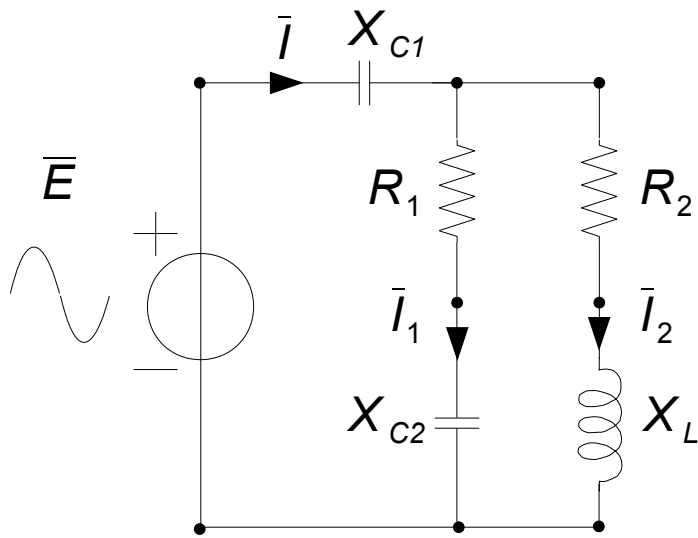
$$Q=|S| \sin\phi$$

$\phi$  rappresenta lo sfasamento tra la tensione e la corrente nell'elemento circuitale!



# Teorema di Boucherot o delle potenze in alternata

Supponiamo di avere un circuito con vari elementi attivi e reattivi. Il teorema di Boucherot afferma che la potenza apparente totale dissipata è  $S_T = \sqrt{P_T + Q_T}$ , dove  $P_T$  è la potenza attiva totale dissipata  $P_T = \sum R_k I_{eff,k}^2$  mentre  $Q_T = \sum X_{L,k} I_{eff,k}^2 + \sum X_{C,k} I_{eff,k}^2$ , ovvero la somma di tutte le potenze induttive e capacitive. Ricordandoci che la potenza apparente totale dissipata è quella erogata dal generatore, e pertanto vale la relazione  $S_T = E I_{eff}$ . In questo modo si risolvono i circuiti in alternata.



Nel circuito in figura si hanno i seguenti dati:

- $R_1 = 100 \Omega$ ;  $R_2 = 150 \Omega$ ;  $X_{C1} = -150 \Omega$ ;  $X_{C2} = -100 \Omega$ ;  $X_L = 100 \Omega$ .
- $Q_L = 100 \text{ VAR}$ ;  $Q_C = -500 \text{ VAR}$ .

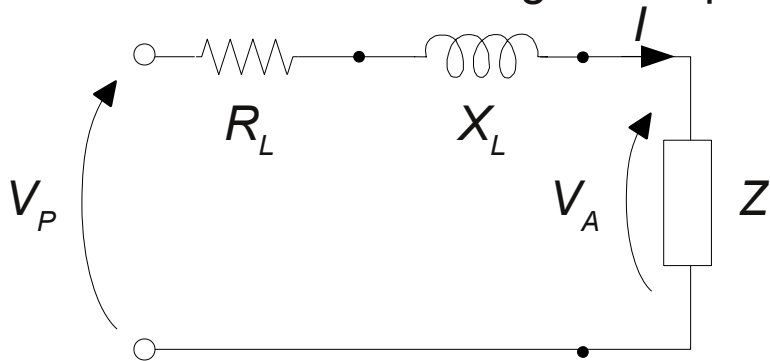
Determinare  $X_{C1}$  ed  $E_{eff}$ .

Per risolvere questo circuito si trova innanzitutto la corrente  $I_{eff}$ , quindi si trova il corrispondente fasore e le tensioni su  $R_2$  e su  $X_L$ . Questa tensione è la stessa del ramo in parallelo, quindi si ricava la corrente  $I_{eff}$  e la potenza  $Q_{C2}$  dissipata su  $X_{C2}$ . Da questa e da  $Q_C$  ricaviamo  $Q_{C1}$  la potenza dissipata su  $X_{C1}$  e di conseguenza il valore di  $X_{C1}$ . Dalla corrente  $I$ , ricavata per mezzo della *KCL* e dalla *KTL* ricaviamo infine  $E$ .

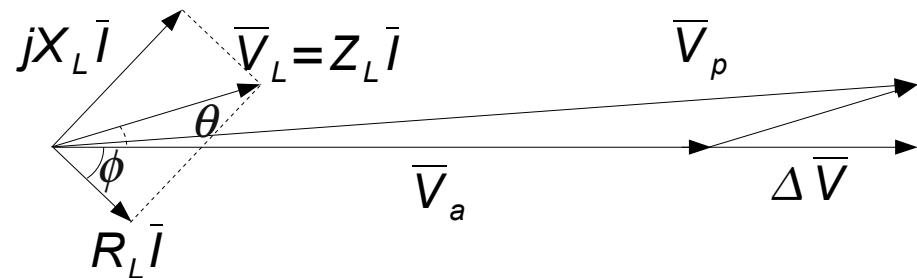
# Caduta in linea in AC

I conduttori usati per la distribuzione elettrica sono a bassa resistenza, ma un cavo molto lungo può tuttavia generare una resistenza elevata. Un modo per ovviare a questo problema è realizzare cavi con una sezione maggiore per distribuire su distanze maggiori.

In regime di AC a questo problema ne subentrano altri due: il flusso del campo magnetico generato da un cavo elettrico rende lo stesso simile ad un'induttanza, mentre la presenza di due o tre cavi (*i.e.* andata, ritorno, neutro, terra) instaura una capacità tra questi. In genere, per linee al di sotto dei 10 km di lunghezza quest'ultimo effetto può essere trascurato.



Fatta questa premessa, calcoliamo la caduta in linea causata dalla presenza dell'impedenza  $Z_L = R_L + jX_L$ .



Un semplice calcolo vettoriale fornisce  $\Delta V = (R_L \cos\phi + X_L \sin\phi)I$ .

Se conosciamo il carico  $Z = R + jX$ , allora sappiamo che  $|Z_T| = \sqrt{(R + R_L)^2 + (X + X_L)^2}$ .

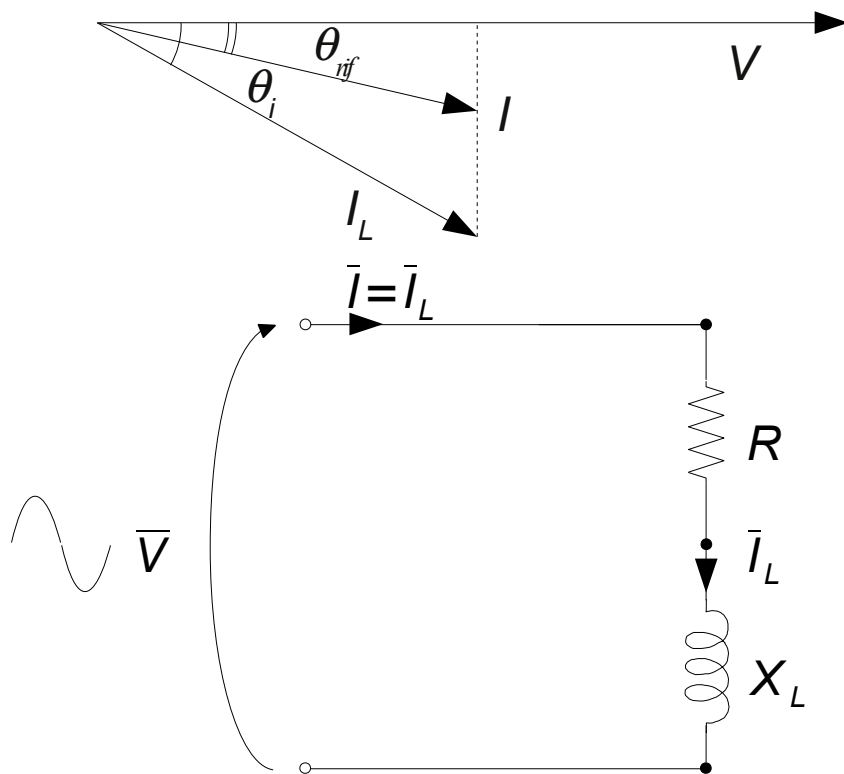
Dalle relazioni  $V_p = Z_T I$  e  $V_a = Z I$ , ricaviamo  $\Delta V = V_p - V_a = (Z_T - Z)I$ .

La caduta in linea percentuale è  $\Delta V \% = \frac{V_p - V_a}{V_p} 100$  o  $\Delta V \% = \frac{S_T - S}{S_T} 100$   
dove  $S_T = V_p I$  e  $S = V_a I$ .

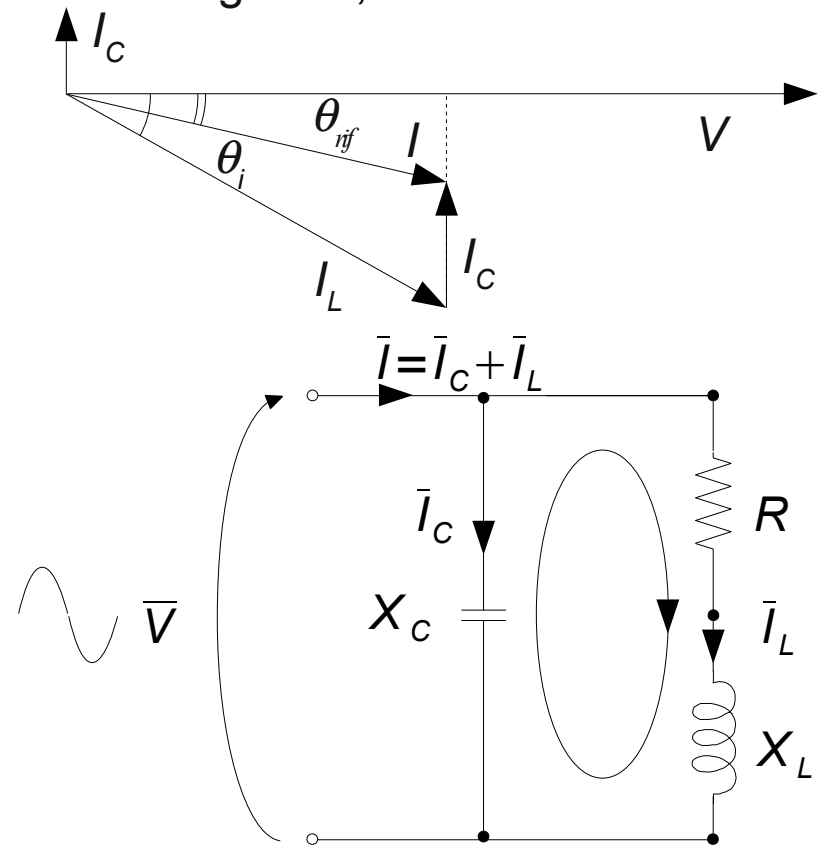
Il rendimento di una linea è  $\eta = \frac{P_a}{P_T} = \frac{P_a}{R_L I^2 + P_a}$

# Rifasamento

La maggior parte dei carichi degli apparecchi domestici e industriali è di tipo induttivo (motori elettrici a induzione, frigoriferi...). Per questa ragione la tensione è in ritardo rispetto alla corrente. Lo scopo del rifasamento è di mantenere lo stesso valore **potenza attiva** erogata, diminuendo la **potenza reattiva** dovuta alla forte componente induttiva. Questo perché la potenza reattiva è comunque associata ad alte correnti alternate, che, subendo l'effetto della resistenza di linea  $R_L$ , dissipano a loro volta della potenza attiva. Si riduce allora l'angolo  $\theta$ , aumentando il fattore di potenza  $\cos\phi$ !



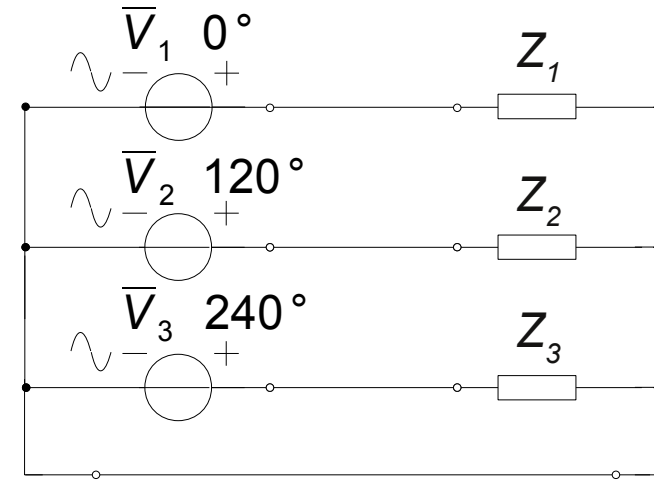
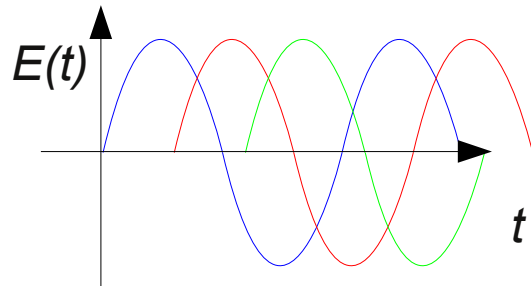
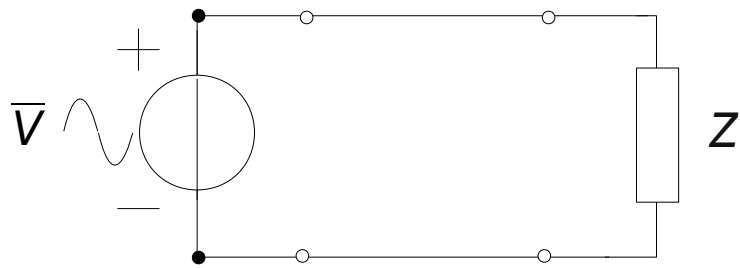
Capacità di rifasamento



$$C = \frac{P(\tan \theta_i - \tan \theta_{rif})}{\omega V_{eff}^2}$$

# Sistemi trifase

Un sistema monofase è costituito da un solo generatore e un solo carico. Un carico trifase è costituito da tre generatori e tre carichi.



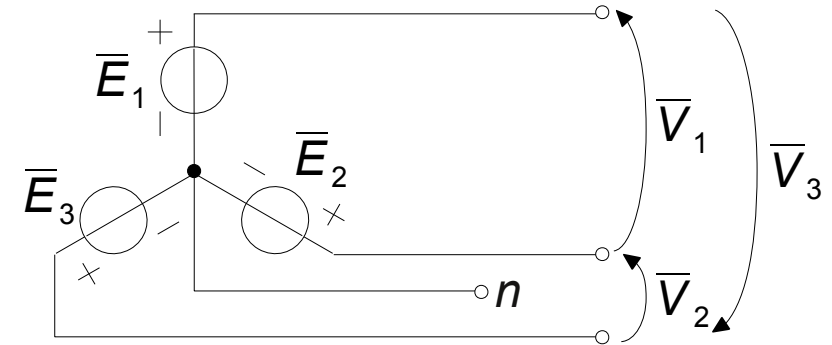
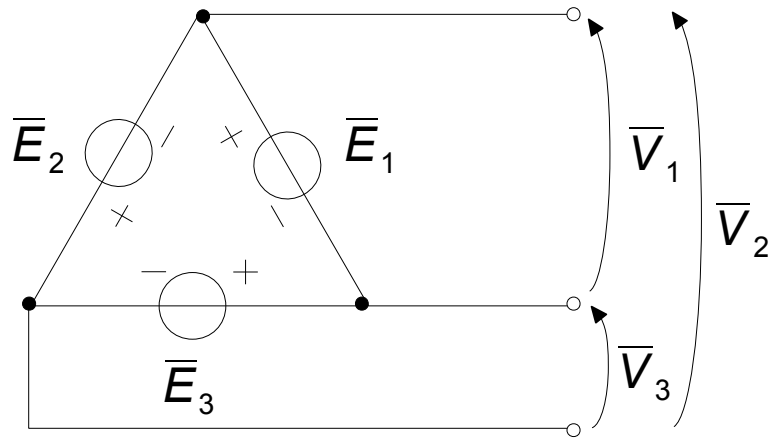
Nel sistema monofase ho una linea di terra, un generatore e un carico. Nel sistema trifase ho una linea di terra, tre generatori e tre carichi, con un risparmio totale di due conduttori...

Alcuni tra i vantaggi del sistema trifase sono:

- possibilità di generare un campo magnetico rotante → motore elettrico trifase: più economico, efficiente e di vita media maggiore rispetto ad un motore monofase
- a parità di carichi alimentati, numero minore di conduttori richiesti: risparmio di metallo e caduta in linea su una lunghezza minore
- la potenza istantanea rimane costante nel tempo nei sistemi trifase, rispetto all'andamento impulsivo degli altri sistemi
- si possono prelevare una o due fasi per generare facilmente sistemi mono e bifase.

# Generatore trifase

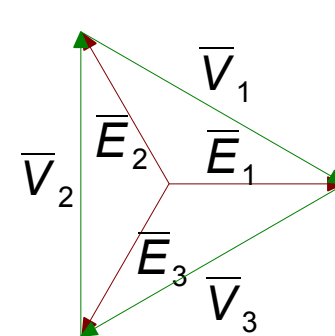
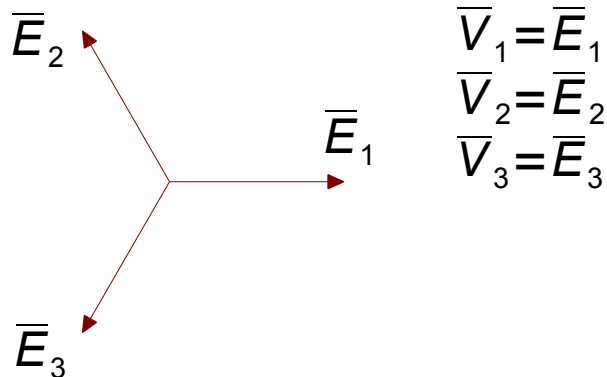
Un sistema di generatori trifase si può considerare come un sistema a tre fasi indipendenti, collegate tra di loro nelle configurazioni a triangolo ( $\Delta$ ) e a stella ( $Y$ )



Le tensioni  $E_i$  si chiamano di fase mentre le tensioni  $V_i$  si chiamano di linea.

Le tensioni di fase e di linea coincidono. Le correnti di fase sono nulle, mentre quelle di linea dipendono dal carico

Le correnti di fase e di linea coincidono, e dipendono dal carico applicato. Le tensioni di fase e linea hanno l'andamento mostrato qui sotto.

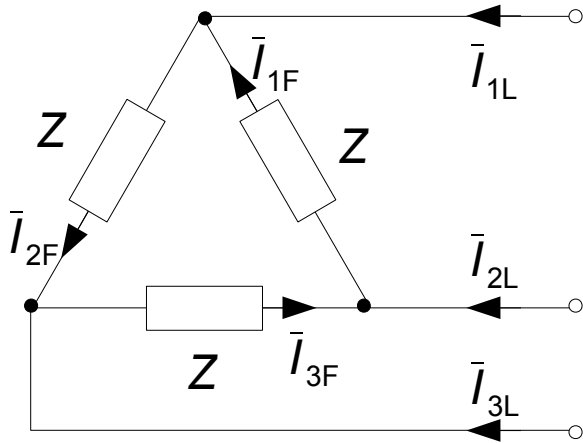


$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{E}_1 - \bar{E}_2 \\ \bar{V}_2 &= \bar{E}_2 - \bar{E}_3 \\ \bar{V}_3 &= \bar{E}_3 - \bar{E}_1 \\ V_i &= \sqrt{3} E_i \\ 380 V &= \sqrt{3} 220 V \end{aligned}$$



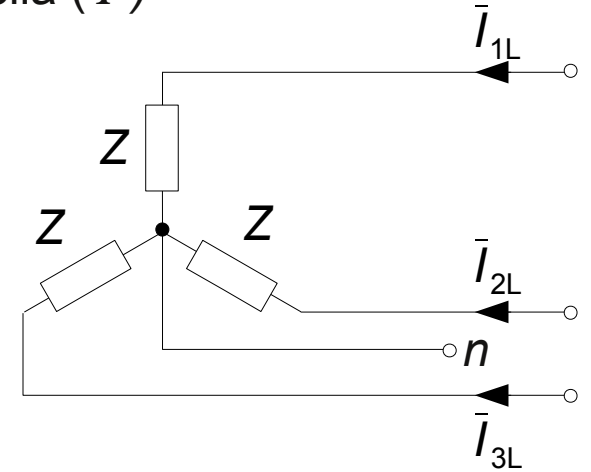
# Carico trifase equilibrato

Un carico trifase equilibrato si può considerare come un sistema a tre carichi  $Z$  indipendenti ma uguali, collegate tra di loro nelle configurazioni a triangolo ( $\Delta$ ) e a stella ( $Y$ )



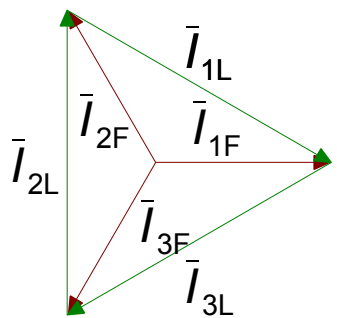
$$Z = R + jX$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$



Le tensioni  $I_F$  si chiamano di fase mentre le tensioni  $I_L$  si chiamano di linea.

Le tensioni di fase e di linea coincidono, e dipendono dal generatore utilizzato. Le correnti di fase e linea hanno l'andamento mostrato qui sotto



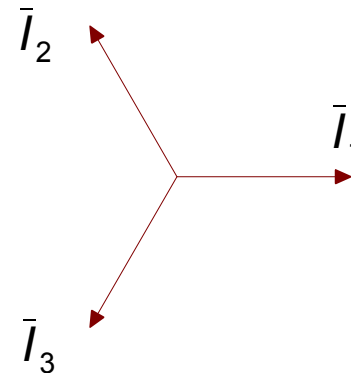
$$\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{2F} - \bar{I}_{1F}$$

$$\bar{I}_{2L} = \bar{I}_{3F} - \bar{I}_{2F}$$

$$\bar{I}_{3L} = \bar{I}_{1F} - \bar{I}_{3F}$$

$$I_L = \sqrt{3} I_F$$

Le tensioni di fase e di linea coincidono. Le correnti di fase sono nulle, mentre quelle di linea dipendono dal carico



$$\bar{I}_{1F} = \bar{I}_{1L}$$

$$\bar{I}_{2F} = \bar{I}_{2L}$$

$$\bar{I}_{3F} = \bar{I}_{3L}$$

$$\bar{I}_{1F} + \bar{I}_{2F} + \bar{I}_{3F} = 0$$

# Potenza con carico trifase equilibrato

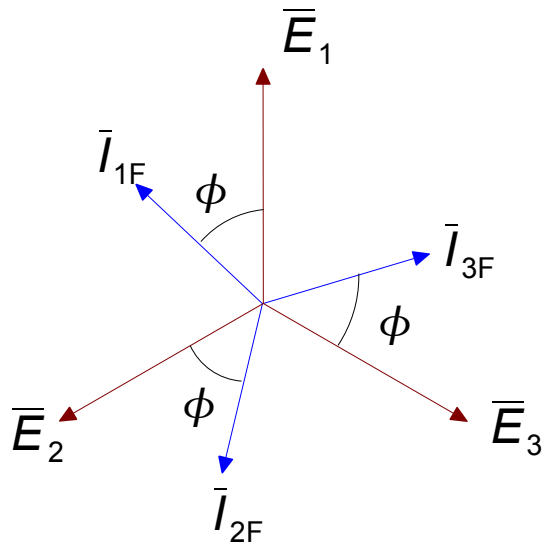
A triangolo...

$$P = V_1 I_{1F} \cos \phi + V_2 I_{2L} \cos \phi + V_3 I_{3F} \cos \phi = 3V I_F \cos \phi$$

$$Q = V_1 I_{1F} \sin \phi + V_2 I_{2L} \sin \phi + V_3 I_{3F} \sin \phi = 3V I_F \sin \phi$$

$$S = V_1 I_{1F} + V_2 I_{2F} + V_3 I_{3F} = 3V I_F$$

$$P = \sqrt{3} V I_L \cos \phi \quad Q = \sqrt{3} V I_L \sin \phi \quad S = \sqrt{3} V I_L$$



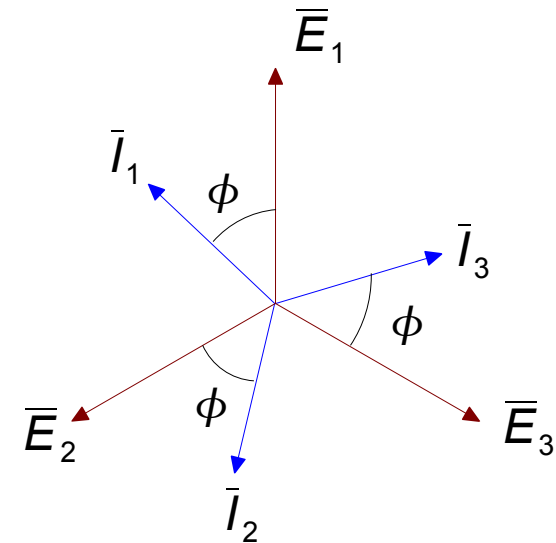
A stella...

$$P = E_1 I_{1L} \cos \phi + E_2 I_{2L} \cos \phi + E_3 I_{3L} \cos \phi = 3E I_L \cos \phi$$

$$Q = E_1 I_{1L} \sin \phi + E_2 I_{2L} \sin \phi + E_3 I_{3L} \sin \phi = 3E I_L \sin \phi$$

$$S = E_1 I_{1L} + E_2 I_{2L} + E_3 I_{3L} = 3E I_L$$

$$P = \sqrt{3} V I_L \cos \phi \quad Q = \sqrt{3} V I_L \sin \phi \quad S = \sqrt{3} V I_L$$



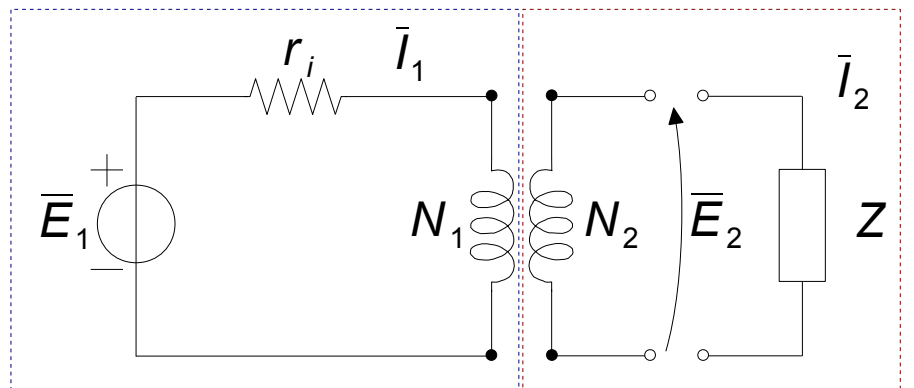
# Trasformatore ideale di tensione

Il trasformatore è un dispositivo formato da due circuiti elettrici: il primario e il secondario. Il primario è alimentato da una tensione efficace  $E_1$ . La bobina di  $N_1$  avvolgimenti o spire genera un campo magnetico che induce, nella bobina di  $N_2$  spire una forza elettromotrice  $E_2 = E_1 N_2/N_1$ . Questa tensione può essere utilizzata per alimentare un carico  $Z$  sul quale viene dissipata una potenza apparente  $S = Z I_2^2$ , dove  $I_2 = E_2/Z$ . La potenza dissipata sul secondario è fornita dal primario, con un'efficienza elevatissima ( $\eta > 90\%$ ). Posto  $\eta = 1$ , possiamo scrivere  $S_1 = S_2$ , da cui  $E_1 I_1 = E_2 I_2$ , da cui  $I_1 = I_2 N_2/N_1$ .

In realtà, esiste una piccola corrente  $I_\mu$  di magnetizzazione che assorbe potenza al primario. Inoltre la resistenza interna del primario può ridurre ulteriormente l'efficienza del trasformatore di tensione.

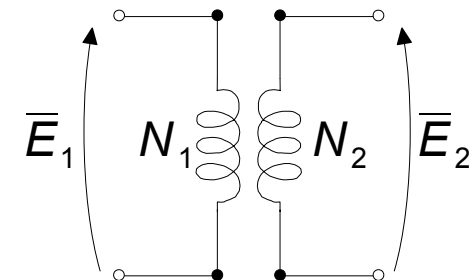
Se  $E_2 > E_1$  il trasformatore si chiama elevatore;

Se  $E_1 > E_2$  il trasformatore si chiama riduttore.



Circuito primario

Circuito secondario



trasformatore ideale

Charles K. Alexander  
Matthew N. O. Sadiku  
**Circuiti Elettrici**  
*McGraw-Hill*

G. Bobbio  
S. Sammarco  
**Elettrotecnica Generale**  
*Petrini Editore*