FISICA GENERALE E STRUTTURA DELLA MATERIA

MODULO DI MECCANICA

Esame del 16 NOVEMBRE 2009

A.A. 2009-2010

Esercizi	FIS GEN: Punteggio in 30-esimi
1-8	Fino a 4 punti

COGNOME:_________________________ **NOME:** _________________________ **MATR:**___________

1.Cinematica

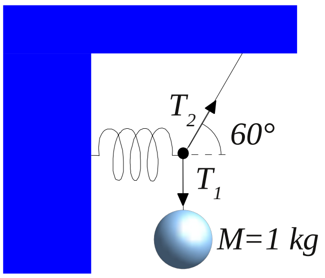
Un corpo, all'istante $t=0\ s$, si muove sulla retta con velocità $v_0=3m/s$, mentre all'istante $t=3\ s$ con velocità $v(3)=6\ m/s$. Nota la posizione iniziale $s_0=5\ m$ e sapendo che esso si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato, scrivere la sua legge oraria e la legge per la velocità istantanea v(t).

2. Moto circolare uniforme

Un'automobile percorre una curva circolare di raggio $R=25\ m$. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra le gomme e l'asfalto è $\mu_s=0.4$, determinare la massima velocità a cui può percorrere la curva senza uscire di strada.

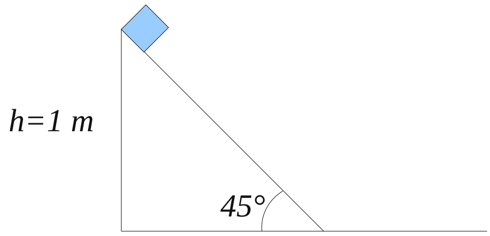
3. Statica

Nel sistema in equilibrio di figura, determinare le tensioni T_1 e T_2 e la costante elastica k della molla ideale, allungata di una quantità $\Delta x=2\ cm$.



4. Energia meccanica

La massa m scivola con coefficiente di attrito dinamico μ_k dal piano inclinato di figura. Essa parte da ferma e possiede velocità $v=3\ m/s$ alla base del piano. Determinare il coefficiente di attrito dinamico μ_k.

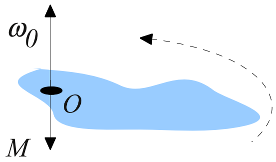


5. Urti e quantità di moto

La particella *1* urta (di urto anelastico) la particella *2* di uguale massa $m=1\ kg$, inizialmente ferma, con velocità $v_{1i}=\ 3m/s$. Essa esce dall'urto con velocità $v_{1f}=1\ m/s$. Determinare la velocità finale della particella *2* e le forze medie impulsive che hanno agito su entrambe le particelle durante l'urto, durato un intervallo di tempo $\Delta t=0.001\ s$.

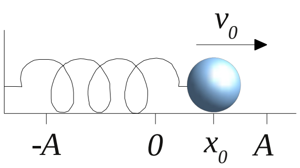
6. Moto rotazionale

Il corpo esteso di figura ruota attorno al punto O con velocità angolare costante $\omega_0=10\ rad/s$. Se all'istante $t=0\ s$ viene acceso un momento delle forze di attrito $M=6\ Nm$ opposto al moto, quanto tempo impiega il corpo ad arrestare il suo moto? Quanti giri percorre prima di fermarsi? Il suo momento di inerzia è $I=3\ kgm^2$.



7. Moto armonico

La massa $m=1\ kg$ di figura è collegata ad una molla di costante elastica $k=100\ N/m$. All'istante $t=0$ essa si trova nella posizione $x_0=0.4\ m$ e possiede velocità $v_0=3\ m/s$. Determinare la legge oraria della massa m e disegnarne il grafico. In quale istante la massa passa per la prima volta dalla coordinata $x=A$, ampiezza del moto?



8. Domanda teorica

Enunciare le tre leggi di Keplero e dimostrare la terza.

Costanti universali: $g=9.81\ m/s^2$; $G=6.67\ 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

Soluzioni

1.Cinematica

Il moto uniformemente accelerato è caratterizzato dall'accelerazione a costante: dalla relazione $a=\Delta v/\Delta t$ ricaviamo $a=(6-3)/(3-0)=1$ m/s^2. La legge oraria, della forma $s(t)=s_0+v_0t+1/2\ at^2$ è $s(t)=5+3t+0.5t^2\ m$.

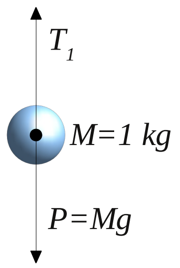
La funzione velocità è $v(t)=v(0)+at$, e quindi $v(t)=3+t\ m/s$.

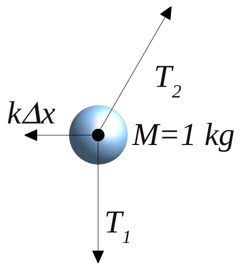
2. Moto circolare uniforme

Per la prima legge di Newton, l'auto tende a muoversi di moto rettilineo e uniforme. La presenza della forza di attrito statico fa sì che essa venga accelerata verso l'interno della curva: la forza di attrito statico è quindi la forza centripeta di questo moto, e deve pertanto rispettare la relazione $F=mv^2/R$. Dobbiamo quindi porre dei limiti sulla velocità tangenziale v, la quale, se diventa troppo grande, rende la forza centripeta necessaria al moto circolare uniforme maggiore della forza fornita dall'attrito statico. Per far sì che l'auto non esca dalla curva poniamo: $mv^2/R \leq \mu_s mg$, da cui $v \leq \sqrt{\mu_s g R} = 9.90\quad m/s$.

3. Statica

Il problema di statica si risolva analizzando i diagrammi del corpo libero della massa M e del nodo O a cui sono collegate tutte le funi e scrivendo le relative leggi di Newton.





L'equazione di Newton per il primo grafico è $T_1=P$, da cui $T_1=9.81\ N$. Dal secondo grafico ricaviamo un'equazione lungo l'asse orizzontale e una lungo l'asse verticale:

$T_1=T_2 sin60°$ e

$k\Delta x=T_2 cos60°$.

Dalla prima otteniamo $T_2=T_1/sin60°=11.33\ N$. Dalla seconda ricaviamo $k=T_2 cos60°/\Delta x=283.19\ N/m$.

4. Energia meccanica

Il sistema di figura è un sistema in cui non si conserva l'energia meccanica, in quanto è presente la forza di attrito, non conservativa:

$\Delta E=W_{att}$. Le due situazioni di energia che consideriamo sono quelle agli estremi del piano inclinato, ovvero $E_1=mgh$ ed $E_2=1/2\ mv^2$. Considerato che il lavoro svolto dalla forza di attrito è $W_{att}=-f_k\ d=-\mu_k mg\ cos(45°)d$, dove $d=h/sin45°$, otteniamo un'equazione in cui si eliminano le masse: $1/2\ mv^2\ -mgh-=-\mu_k mg\ h\ cos(45°)/sin45°$. Da questa ricaviamo $\mu_k=0.54$.

5. Urti e quantità di moto

Poiché l'urto è anelastico, non si può imporre la conservazione dell'energia, in quanto questa viene dissipata durante l'urto. Essendo il sistema isolato si conserva la quantità di moto: $\Delta\bar{p}=0$, ovvero $p_i=p_f$. Le due masse sono uguali, quindi si eliminano nel conto, fornendo l'equazione $v_{1i}=v_{1f}+v_{2f}$, da cui $v_{2f}=2\ m/s$. Le forze che agiscono su entrambe le particelle sono uguali in modulo ma opposte, in virtù della terza legge di Newton. Possiamo calcolare quindi quella, per esempio, della particella 2: $\bar{F}_2=m(\bar{v}_{2f}-\bar{v}_{2i})/\Delta t=2\ 10^3\ N$. La forza agente sulla particella 1 è $\bar{F}_1=-2\ 10^3\ N$.

6. Moto rotazionale

Il momento delle forze di attrito M genera un'accelerazione angolare $\alpha=M/I=2\ rad/s^2$ opposta alla velocità angolare iniziale ω_0. Passiamo quindi da un moto circolare e uniforme ad un moto circolare uniformemente decelerato, con legge per la velocità $\omega(t)=\omega_0$ $-\alpha\ t$. Da questa ricaviamo il tempo necessario perché il corpo in rotazione si fermi, ponendo $\omega(t)=0$, ovvero $t=\omega_0/\alpha=5\ s$. L'angolo percorso prima di fermarsi è $\theta(t)=\omega_0\ t-1/2\alpha\ t^2=\ 10t-t^2$. Da questa $\theta(5)=\ 25\ rad$. Il numero di giri si ottiene dividendo il valore dell'angolo in radianti per 2π, ottenendo $n=3.98\ giri$.

7. Moto armonico

L'equazione di moto per la massa m è $x(t)=A\cos(\omega t-\phi)$, dove $\omega=\sqrt{k/m}=10\ rad/s$, $A=\sqrt{x_0^2+v_0^2/\omega^2}=0.5\ m$ e $\phi=\arctan(v_0/\omega x_0)=36.87°=0.64\ rad$. L'equazione di moto è quindi $x(t)=0.5\cos(10t-36.87°)$.

Il passaggio dal punto $x=+A$ si ottiene imponendo $A\cos(\omega t-\phi)=A$, da cui $\cos(\omega t-\phi)=0$, ovvero $\omega t-\phi=\pi/2$, e quindi $t=(\pi/2+\phi)/\omega=0.22\ s$.

8. Domanda teorica

Vedi dispensa sulla gravitazione universale.