

Università Carlo Cattaneo - LIUC  
Economia Industriale: esercizi su  
COLLUSIONE E FUSIONI

Alessandro Fedele

*21 Dicembre 2011*

# Introduzione

- Ho mal di gola, vi chiedo dunque silenzio assoluto.
- Lezione di oggi: Garavaglia C. (2006), Economia Industriale: (variazione su) esercizi 6.5 e 11.6.
- Altri esercizi consigliati: Garavaglia, cap. 6, cap. 11.
- Prossimi ricevimenti: 21/12 e 22/12, h 14-16; 9/1 h 10-12, 4° piano, edificio torre; per qualsiasi dubbio scrivetemi a **fedele@eco.unibs.it**.
- **A brevissimo saranno disponibili online (sul sito del corso e sul mio sito: <http://www.eco.unibs.it/~fedele>) esercizi aggiuntivi con tracce di soluzione.**

## Esercizio 6.5 p. 89

- Nel mercato degli antistaminici (percepiti come perfetti sostituti dai consumatori), ci sono tre imprese, A, S e P, che competono à la Cournot.
- La funzione di costo totale di ciascuna impresa è pari a  $TC_i(q_i) = 40q_i$ , con  $i = A, S, P$ .
- La funzione di domanda di mercato è  $p(Q) = 160 - Q$ , dove  $Q = q_A + q_S + q_P$  è la quantità totale di antistaminici.
- (i) Trovate le funzioni di risposta ottima di ogni impresa.
- La funzione di risposta ottima dell'impresa A, ad esempio, è la quantità ottima (= che massimizza il profitto) prodotta dall'impresa A in funzione della quantità prodotta dalle rivali,  $q_S$  e  $q_P$ .
- Le imprese sono simmetriche (= hanno la stessa funzione di costi), dunque hanno la stessa funzione di risposta ottima.
- Il profitto impresa A, definito come la differenza fra ricavi e costi totali, è

$$\pi_A = p(Q) q_A - TC_A(q_A) = [160 - (q_A + q_S + q_P)] q_A - 40q_A$$

- Concorrenza à la *Cournot*: l'impresa  $A$  sceglie la *quantità*  $q_A$  che massimizza il suo profitto.
- Per trovarla calcoliamo la derivata di  $\pi_A$  rispetto a  $q_A$  e la poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial q_A} = 160 - (q_S + q_P) - 2q_A - 40 = 0.$$

- Otteniamo:

$$q_A = \frac{120 - (q_S + q_P)}{2}. \quad (1)$$

- Data la simmetria fra le imprese, le funzioni di risposta ottima delle altre due imprese saranno identiche (*mutatis mutandis*):

$$q_S = \frac{120 - (q_A + q_P)}{2} \text{ e } q_P = \frac{120 - (q_A + q_S)}{2}.$$

- (ii) Calcolate quantità, prezzo e profitti di equilibrio di ciascuna impresa.
- Le imprese sono simmetriche, dunque producono la stessa quantità in equilibrio, che indichiamo con  $q^*$  ( $= q_A^* = q_S^* = q_P^*$ ).
- Per calcolarla sostituiamo  $q^*$  in (1), così ottenendo  $q^* = 30$  ( $= q_A^* = q_S^* = q_P^*$ ).

- La quantità di equilibrio di mercato è

$$Q^* = q_A^* + q_S^* + q_P^* = 3q^* = 90.$$

- Il prezzo di equilibrio è

$$p(Q^*) = 160 - Q^* = 160 - 90 = 70$$

- Il profitto di ciascuna impresa  $i$ ,  $i = A, S, P$ , è pari dunque a

$$\pi_i^* = p(Q^*) q_i^* - TC_i(q_i^*) = 70 \times 30 - 40 \times 30 = 900$$

- (iii) Supponete che le imprese colludano e calcolate i profitti di equilibrio di ciascuna impresa.
- Collusione significa che le imprese coinvolte si accordano sulla quantità da produrre in modo da massimizzare la somma dei loro profitti.<sup>1</sup>
- Dato che le imprese hanno la stessa funzione di costo il problema di determinare la quantità di equilibrio con collusione, che indichiamo con  $q_C$  dove  $C$  sta per collusione, è il seguente:

$$\max_{q_C} \pi_C = p(q_C) q_C - TC(q_C).$$

- Le tre imprese si comportano come se fossero un'unica impresa (=monopolista) che decide la quantità che massimizza il suo profitto.

<sup>1</sup>Nella realtà, gli accordi riguardano spesso il prezzo: qui stiamo considerando concorrenza à la Cournot quindi ci concentriamo sulla quantità.

- Per trovarla calcoliamo la derivata di

$$\pi_C = (160 - q_C) q_C - 40q_C$$

rispetto a  $q_C$  e la poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_C} = 160 - 2q_C - 40 = 0.$$

- Otteniamo:

$$q_C^* = 60.$$

- Sostituendo  $q_C^*$  nella funzione di domanda otteniamo il prezzo di equilibrio:

$$p(q_C^*) = 160 - 60 = 100$$

- Il profitto complessivo sarà dunque:

$$\pi_C^* = 100 \times 60 - 40 \times 60 = 3600.$$

- Dato che le imprese sono simmetriche è ragionevole ipotizzare che si dividano equamente il profitto, ovvero ciascuna ottiene  $\frac{\pi_C^*}{3} = 1200$ .
- Le imprese, accordandosi sulla quantità da produrre, la riducono in modo da aumentare il prezzo e realizzare profitti più alti:  $\frac{\pi_C^*}{3} = 1200 > 900 = \pi_i^*!!$

- (iv) Supponiamo che l'impresa  $A$  devii dall'accordo collusivo senza che le altre se ne accorgano. Calcolate la quantità ottimale scelta dall'impresa  $A$  e il suo profitto in tale evenienza.
- L'impresa  $A$  sceglie la quantità  $q_{DEV}$ ,  $DEV$  sta per deviazione, che massimizza il suo profitto quando le altre imprese, non sapendo della deviazione di  $A$ , continuano a produrre la quantità ottima di collusione, ovvero  $\frac{q_C^*}{3} = 20$ .
- Per trovare  $q_{DEV}$  è sufficiente sostituire  $q_S = 20$  e  $q_P = 20$  in (1):  $q_{DEV} = \frac{120 - (20 + 20)}{2}$ , ovvero  $q_{DEV} = 40$ .
- In tal caso il profitto dell'impresa  $A$  è

$$\pi_{DEV}^* = (160 - 40 - 20 - 20) 40 - 40^2 = 1600.$$

- Se le rivali non si accorgono della deviazione, l'impresa  $A$  aumenta la sua quantità, il prezzo diminuisce ma non tanto (perché le rivali continuano a produrre la quantità ottima di collusione, che è bassa) così  $A$  realizza profitti più alti.
- All'impresa  $A$  NON conviene colludere:

$$\pi_{DEV}^* = 1600 > \frac{\pi_C^*}{3} = 1200!$$

- (v) Supponete ora che le imprese competano nel corso del tempo (per un numero indefinito di periodi): se l'impresa  $A$  devia dall'accordo in un periodo, le rivali hanno modo di accorgersi, perché nel periodo successivo osservano una riduzione del prezzo.
- Immaginate che le rivali  $S$  e  $P$  adottino la seguente strategia: se l'impresa  $A$  ha prodotto  $\frac{q_C^*}{3} = 20$  nel periodo precedente, ovvero ha rispettato l'accordo, allora le rivali continuano a produrre 20; se l'impresa  $A$  ha invece deviato producendo  $q_{DEV}^* = 40$  nel periodo precedente, ovvero non ha rispettato l'accordo, allora le rivali producono la quantità di Cournot  $q_i^* = 30$  di lì in avanti.
- Per quale valore del tasso di sconto  $\delta \in (0, 1)$  l'accordo collusivo è sostenibile?
- Il tasso di sconto si applica quando si vuole conoscere il valore attuale di flussi di cassa futuri.
- Se l'impresa  $A$  devia, ottiene 1600 nel primo periodo, poi viene scoperta dunque le altre producono la quantità di Cournot  $q_i^* = 30$ , nel qual caso la risposta ottima dell'impresa  $A$  è produrre 30 (sostituite  $q_S = q_P = 30$  in (1)), ed il suo profitto è  $\pi_i^* = 900$ .



- Il valore attuale scontato del profitto dell'impresa  $A$  quando devia è dunque

$$1600 + \delta 900 + \delta^2 900 + \delta^3 900 + \dots \quad (2)$$

- dove  $\delta$  sconta il valore odierno del profitto di domani,  $\delta^2$  sconta il valore odierno del profitto di dopodomani, ecc.
- Se invece l'impresa  $A$  non devia mai, ottiene sempre il profitto di collusione 1200: in questo caso il valore attuale del profitto dell'impresa  $A$  è

$$1200 + \delta 1200 + \delta^2 1200 + \dots \quad (3)$$

- Per accertarsi che l'accordo collusivo regga bisogna verificare che il valore (3) sia più alto di quello da deviazione, il valore (2).
- Il valore (2) si può riscrivere come

$$1600 + 900 (\delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots)$$

dove la somma  $\delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots = \sum_{j=1}^{\infty} \delta^j = \frac{\delta}{1-\delta}$  (è una serie geometrica convergente).<sup>2</sup> Dunque (2) è pari a  $1600 + 900 \frac{\delta}{1-\delta}$ .

<sup>2</sup>La regola generale è  $\sum_{t=m}^n \delta^t = \frac{\delta^m - \delta^{n+1}}{1-\delta}$ .

- Il valore (3) si può riscrivere come

$$1200 \left( 1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots \right)$$

dove  $1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots = 1 + \frac{\delta}{1-\delta} = \frac{1}{1-\delta}$  quindi (3) è pari a  $1200 \frac{1}{1-\delta}$ .

- L'accordo collusivo regge, dunque, se

$$1600 + 900 \frac{\delta}{1-\delta} < 1200 \frac{1}{1-\delta}.$$

- Risolvendo rispetto a  $\delta$  si ottiene  $\delta > \frac{4}{7} = 0.57$ : se  $\delta$  è abbastanza alto, ovvero se il futuro conta, l'impresa preferisce colludere.
- (vi) Supponete ora che le imprese rivali abbiano modo di accorgersi se l'impresa  $A$  devia dall'accordo solo dopo due periodi.
- Per quale valore del tasso di sconto  $\delta \in (0, 1)$  l'accordo collusivo è sostenibile?
- Come sopra, vanno confrontati due valori: il valore attuale del profitto da collusione, che è sempre  $1200 \frac{1}{1-\delta}$ , e quello da deviazione, che ora è

$$1600 + \delta 1600 + \delta^2 900 + \delta^3 900 + \dots \quad (4)$$

- più grande perché le rivali si accorgono un periodo dopo della deviazione.
- L'accordo collusivo regge se

$$1600 + \delta 1600 + 900 \frac{\delta^2}{1 - \delta} < 1200 \frac{1}{1 - \delta}$$

- Risolvendo rispetto a  $\delta$  si ottiene  $\delta > \frac{2}{7}\sqrt{7} = 0.76$ .
- La condizione su  $\delta$  è ora più stringente (ci vuole un  $\delta$  minimo più alto) perché all'impresa  $A$  conviene di più deviare.
- (vii) Se le imprese competessero à la Bertrand, la collusione sarebbe più o meno facile da rispettare rispetto alla competizione à la Cournot, qualora le rivali adottassero la stessa strategia descritta sopra in caso di deviazione?
- E' possibile dimostrare che anche con concorrenza à la Bertrand il prezzo di collusione è  $p(q_C^*) = 100$  ed il profitto è pari a  $\frac{\pi_C^*}{3} = 1200$  (verificarlo!).
- Il profitto di deviazione  $\pi_{DEV}$  si ottiene nel modo seguente: supponendo sia l'impresa  $A$  a deviare, questa, fissando un prezzo  $p_{DEV} = p(q_C^*) - \varepsilon$ , cattura l'intera domanda di mercato.

- La domanda di mercato è  $q_{DEV}$  e si ottiene dalla curva di domanda:

$$(p_{DEV}) \sim 100 = 160 - q_{DEV}$$

da cui  $q_{DEV} = 160 - \sim 100 = \sim 60$  ( $\sim 100$  indica  $100 - \varepsilon$  dove  $\varepsilon$  è piccolo a piacere).

- Il profitto di deviazione è dunque

$$\pi_{DEV}^* = (\sim 100) 60 - 40 \times 60 = \sim 3600$$

- Deviare qui conviene di più rispetto a prima:  $3600 > 1600$ . Tuttavia, dal periodo successivo le rivali fissano il prezzo di Bertrand, ovvero prezzo pari a costo marginale, con l'effetto che le imprese faranno profitti nulli di lì in avanti:  $\pi_i^* = 0$ .
- In questo caso l'accordo collusivo regge se

$$3600 + \delta 0 + \delta^2 0 + \dots < 1200 \frac{1}{1 - \delta}$$

- Risolvendo rispetto a  $\delta$  si ottiene  $\delta > \frac{2}{3} = 0.67$ .
- Si ha  $0.67 > 0.57$ : la collusione è più facilmente sostenibile con Cournot. Esiste infatti un intervallo per il tasso di sconto, dato da  $(0.57, 0.67)$ , tale per cui la collusione sarebbe sostenibile **solo se** le imprese competessero à la Cournot.

- Tale risultato non è generale (vale se ci sono  $n \geq 3$  imprese nel mercato). Infatti, indicando con  $\pi_{DEV}^*$ ,  $\pi_C^*$  e  $\pi_i^*$  i profitti da deviazione, collusione e concorrenza, rispettivamente, la condizione che ci assicura convenienza dell'accordo collusivo si può scrivere come:

$$\pi_C^* \frac{1}{1-\delta} > \pi_{DEV}^* + \pi_i^* \frac{\delta}{1-\delta},$$

dove il lato sinistro della disequazione sopra è quanto si ottiene colludendo e il lato destro quanto si ottiene deviando.

- (a) In generale  $\pi_i^*$  è maggiore con Cournot, dunque dovrebbe essere più facile colludere quando c'è concorrenza à la Bertrand.
- (b) Tuttavia  $\pi_D^*$  è maggiore con Bertrand, dunque dovrebbe essere più facile colludere quando c'è concorrenza à la Cournot.

- Intuizione di (a): qualora le imprese deviassero nella competizione à la Cournot, la punizione sarebbe il ritorno all'equilibrio à la Cournot con profitti positivi per tutte le imprese. Invece, la punizione in caso di deviazione nella competizione à la Bertrand porterebbe le imprese ad avere per sempre profitti nulli. Tale punizione rende meno desiderabile l'incentivo a deviare nel caso di concorrenza à la Bertrand e quindi l'accordo collusivo risulterebbe maggiormente sostenibile con Bertrand.
- Intuizione di (b): qualora le imprese deviassero nella competizione à la Bertrand, il premio sarebbe più grande rispetto al caso di Cournot perché chi devia diventa monopolista per un periodo. Tale premio rende più desiderabile l'incentivo a deviare nel caso di concorrenza à la Bertrand e quindi l'accordo collusivo risulterebbe più sostenibile con Cournot.
- Nel nostro esempio prevale il secondo effetto.
- Vedere l'esercizio 6.4, dove  $n = 2$  e vale il risultato opposto.

- Ricapitolando, un accordo collusivo è più facilmente sostenibile:
  - ① quando  $n = 2$  se le imprese competono à la Bertrand (solo con duopolio il profitto di Cournot, ottenuto dalle imprese dopo che una ha deviato, è sufficientemente alto da tentare molto le imprese; in altre parole solo con duopolio il "castigo" per aver deviato quando la concorrenza è à la Cournot è "poco castigo").
  - ② quando  $n \geq 3$  se le imprese competono à la Cournot.

## Esercizio 11.6 p. 174

- Tre imprese competono à la Cournot.
- La funzione di costo totale di ciascuna impresa è pari a  $TC_i(q_i) = 30q_i + F$ , con  $i = 1, 2, 3$ .
- La funzione di domanda di mercato del bene omogeneo prodotto dalle 3 imprese è  $p(Q) = 150 - Q$ , con  $Q = q_1 + q_2 + q_3$ .
- (i) Determinate il profitto di ciascuna impresa in funzione dei costi fissi  $F$ .
- Lascio a voi la risoluzione, ormai consueta.
- Il risultato è un profitto per tutte e tre le imprese pari a  $\pi_i^* = 900 - F$ .
- Supponete che le imprese 1 e 2 si fondano e siano così in grado di sfruttare risparmi nei costi fissi: la nuova funzione dei costi totali dell'impresa fusa  $M$  è  $TC_M(q_M) = 30q_M + F_M$ , con  $F_M < 2F$  e dove  $q_M$  indica la quantità prodotta dall'impresa derivante dalla fusione delle imprese 1 e 2.



- (ii) Determinate il profitto dell'impresa  $M$  in funzione dei costi fissi  $F_M$ .
- A fusione avvenuta restano nel settore due sole imprese. Esse si comportano come duopolisti à la Cournot. La condizione di massimizzazione del profitto dell'impresa  $M$  nata dalla fusione sarà data da:

$$\max_{q_M} \pi_M = (150 - q_M - q_3) q_M - (30q_M + F_M)$$

- La funzione di risposta ottima si ottiene calcolando la derivata del profitto rispetto a  $q_M$  e ponendola uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial q_M} = 150 - 2q_M - q_3 - 30 = 0$$

- Risolvendo rispetto a  $q_M$  si ottiene  $q_M = \frac{120 - q_3}{2}$ .
- Analogamente per l'impresa 3 si ottiene la funzione di risposta ottima:  $q_3 = \frac{120 - q_M}{2}$ .
- Le funzioni sono uguali perché le imprese hanno gli stessi costi variabili (anche se diversi costi fissi): la derivata di un numero (= i costi fissi) è zero!!

- Dato che le due risposte ottime sono uguali, le due imprese produrranno la stessa quantità in equilibrio, che indichiamo con  $q_M^* = q_3^*$ .
- Sostituendo tale uguaglianza in  $q_M = \frac{120 - q_3}{2}$  si ottiene  $q_M^* = q_3^* = 40$ .
- Da cui il profitto dell'impresa  $M$ :

$$\pi_M^* = (150 - 40 - 40) 40 - (30 \times 40 + F_M) = 1600 - F_M$$

- (iii) A quanto deve ammontare il risparmio sui costi fissi affinché per le imprese 1 e 2 sia conveniente fondersi?
- La risposta è determinata dal confronto tra la somma dei profitti prima,  $2\pi_i^*$ , e il profitto dopo la fusione,  $\pi_M^*$ . Come ricavato al punto (i), nel caso di un triopolio à la Cournot con imprese simmetriche, ciascuna impresa ottiene un profitto pari a  $\pi_i^* = 900 - F$ . Dopo la fusione, l'impresa neo-nata realizza un risparmio di costi variabili ed un profitto pari a  $\pi_M^* = 1600 - F_M$ .
- Risolviamo la disequazione  $\pi_M^* \geq 2\pi_i^*$ :

$$1600 - F_M > 2(900 - F)$$

- Il risparmio sui costi fissi è pari a  $2F - F_M > 0$ . Risolvendo la disequazione sopra rispetto a  $2F - F_M$  si ha  $2F - F_M > 200$ : se il risparmio è superiore a 200 allora la fusione è profittevole. (Notate che se non ci sono risparmi, ovvero  $2F - F_M = 0$ , la fusione non è profittevole).
- Supponete ora che non ci siano costi fissi e che le imprese 1 e 2 fondendosi siano in grado di sfruttare risparmi nei costi variabili: la nuova funzione dei costi totali dell'impresa fusa  $M$  è  $TC_M(q_M) = \gamma 30q_M$ , dove  $\gamma < 1$  indica il risparmio e  $q_M$  indica la quantità prodotta dall'impresa derivante dalla fusione.
- (iv) Determinate il profitto dell'impresa  $M$ .
- A fusione avvenuta restano nel settore due sole imprese. Esse si comportano come duopolisti à la Cournot. La condizione di massimizzazione del profitto dell'impresa  $M$  nata dalla fusione sarà data da:

$$\max_{q_M} \pi_M = (150 - q_M - q_3) q_M - \gamma 30q_M$$

- La funzione di risposta ottima si ottiene calcolando la derivata del profitto rispetto a  $q_M$  e ponendola uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial q_M} = 150 - 2q_M - q_3 - \gamma 30 = 0$$

- Risolvendo rispetto a  $q_M$  si ottiene  $q_M = \frac{150 - \gamma 30 - q_3}{2}$ .
- La funzione di risposta ottima dell'impresa 3 si ottiene calcolando la derivata del profitto  
 $\pi_3 = (150 - q_M - q_3) q_3 - 30q_3$  rispetto a  $q_3$  e ponendola uguale a zero.
- Si ottiene così la funzione di risposta ottima:  $q_3 = \frac{120 - q_M}{2}$ .
- Mettiamo a sistema le due funzioni di risposta ottima:

$$\begin{cases} q_M = \frac{150 - \gamma 30 - q_3}{2} \\ q_3 = \frac{120 - q_M}{2} \end{cases}$$

- Sostituendo la seconda equazione nella prima:

$$q_M = \frac{150 - \gamma 30 - \frac{120 - q_M}{2}}{2}$$

e risolvendo rispetto a  $q_M$  si ottiene  $q_M^* = 60 - 20\gamma$ , che è la quantità di equilibrio prodotta dall'impresa  $M$ .

- Sostituendo questo valore nella seconda equazione si ottiene  $q_3^* = 30 + 10\gamma$ , che è la quantità di equilibrio prodotta dall'impresa 3.
- Notate che  $q_M^*$  è decrescente in  $\gamma$ : maggiore è il risparmio sui costi variabili ( $\gamma \downarrow$ ) maggiore è la quantità prodotta dall'impresa  $M$  ( $q_M^* \uparrow$ );  $q_3^*$  è invece crescente in  $\gamma$ .

- Perché  $q_M^*$  diventa pari a  $q_3^*$  se  $\gamma = 1$ ? (Pensateci).
- Il profitto  $\pi_M^*$  di equilibrio dell'impresa  $M$  è dunque

$$[150 - (60 - 20\gamma) - (30 + 10\gamma)] (60 - 20\gamma) - \gamma 30 (60 - 20\gamma)$$

- Riarrangiando si ha  $\pi_M^* = 400(3 - \gamma)^2$ .
- Notate che  $\pi_M^*$  è decrescente in  $\gamma$ .
- (v) A quanto deve ammontare il risparmio sui costi variabili affinché per le imprese 1 e 2 sia conveniente fondersi?
- Come sopra, occorre che i profitti congiunti post-fusione siano maggiori della somma dei profitti delle due imprese pre-fusione:  
 $\pi_M^* > 2\pi_i^*$ :

$$400(3 - \gamma)^2 \geq 1800 \Rightarrow (3 - \gamma)^2 \geq \frac{9}{2} \Rightarrow (3 - \gamma) \geq \frac{3}{\sqrt{2}}$$

- La soluzione è dunque  $\gamma \leq 3 - \frac{3}{\sqrt{2}} = 0.88$ .
- Se il risparmio sui costi variabili è sufficientemente alto ( $\gamma$  sufficientemente basso), nell'esempio almeno pari al 12%, allora le imprese hanno convenienza a fondersi.