

Pricing del rischio di credito

Aldo Nassigh
LIUC, 9 dicembre 2010



AGENDA

1. Credit ratings
2. Default Intensity e Unconditional default probability
3. Recovery Rate
4. Stima delle probabilità di default da quotazioni di defaultable bonds
5. Probabilità di default: Risk-neutral vs. Real-world
6. Appendici



Credit Ratings

- Nel sistema di rating di Standard & Poors (S&P), AAA è il rating migliore. Sotto vengono AA, A, BBB, BB, B, CCC, CC, e C
- I ratings corrispondenti di Moody's sono Aaa, Aa, A, Baa, Ba, B,Caa, Ca, e C
- Bonds con un rating di almeno BBB (Moody's Baa) sono considerati "investment grade"
- Le agenzie di rating pubblicano le probabilità cumulate di default storiche:

Cumulative Ave Default Rates (%) (1970-2006, Moody's)

	1	2	3	4	5	7	10
Aaa	0.000	0.000	0.000	0.026	0.099	0.251	0.521
Aa	0.008	0.019	0.042	0.106	0.177	0.343	0.522
A	0.021	0.095	0.220	0.344	0.472	0.759	1.287
Baa	0.181	0.506	0.930	1.434	1.938	2.959	4.637
Ba	1.205	3.219	5.568	7.958	10.215	14.005	19.118
B	5.236	11.296	17.043	22.054	26.794	34.771	43.343
Caa-C	19.476	30.494	39.717	46.904	52.622	59.938	69.178

Interpretazione dei dati storici

- La tabella mostra le probabilità di default per corporates che hanno originalmente un determinato rating
- Ad esempio, un corporate con credit rating iniziale Baa ha una probabilità dello 0.181% di fare default alla fine del primo anno, dello 0.506% alla fine del secondo anno e così via
- Sulla base del database 1970-2006, un corporate con rating Aaa ha probabilità di default trascurabile nei primi tre anni, successivamente la probabilità diventa misurabile (*fallen angels*)

Struttura a termine delle probabilità di default

- In generale, quanto è evidente per la classe di rating Aaa può essere esteso a tutte le corporates con buon rating iniziale: la probabilità annua di default cresce al crescere del tempo
- Corporates con basso rating iniziale tendono a comportarsi in maniera opposta, con probabilità annue di default decrescenti al crescere del tempo (*survivorship bias*)

Default Intensity (anche hazard rate)

- Probabilità di default su di un determinato orizzonte temporale, **condizionale** al mancato verificarsi di default nel periodo precedente

Unconditional Default Probabilities

- Probabilità di default su di un determinato orizzonte temporale vista al tempo zero
-

Esempio

- Caa corporate nel quarto anno di osservazione:
 1. Unconditional Default Probability: $39.717 - 30.494 = 9.2\%$
 2. Survival probability alla fine del terzo anno: $100.000 - 39.717 = 60.3\%$
 3. Hazard Rate per il quarto anno: $7.2\% / 60.3\% = 11.9\%$



Default Intensity (Hazard Rate)

- L'hazard rate è comunemente calcolato nel limite in cui il periodo di osservazione tende a zero
- Si tratta quindi di hazard rate istantaneo
- Se $V(t)$ è la survival probability al tempo t di un corporate


$$V(t + \Delta t) - V(t) = -\lambda(t)V(t)$$

Implica

$$V(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

La cumulative probability of default al tempo t è

$$Q(t) = 1 - e^{-\bar{\lambda}(t)t}$$



Recovery Rate

- Il recovery rate per un bond è di norma definito come il prezzo del bond immediatamente dopo il default in percentuale del valore nominale

Recovery Rates (Moody's: 1982 to 2006)

Class	Mean(%)
Senior Secured	54.44
Senior Unsecured	38.39
Senior Subordinated	32.85
Subordinated	31.61
Junior Subordinated	24.47

Stima delle probabilità di default da quotazioni di defaultable bonds

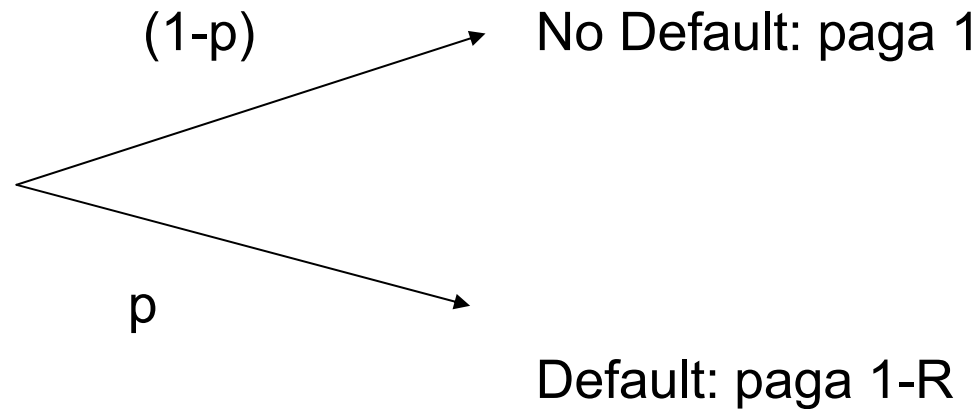
Introduzione

Average default intensity sulla vita del bond è approssimativamente:

$$\frac{s}{1-R}$$

dove s è lo spread del rendimento del bond sul tasso risk-free e R è il recovery rate

Albero
elementare



$$s \Delta t \sim p \Delta t (1-R)$$

Stima delle probabilità di default da quotazioni di defaultable bonds


Calcolo più accurato

Esempio

- Corporate bond quinquennale che paga coupon del 6% (semiannually)
- Il prezzo è 95.34, che corrisponde ad uno yield del 7% con composizione continua
- Un risk-free bond simile quota 104.09, che corrisponde ad uno yield del 5% (composizione continua)
- R sia pari al 40% (Loss-Given-Default = 60%)
- Si ipotizzi che la probabilità di default annua sia Q e che il default possa avvenire solo a metà anno, immediatamente prima del pagamento del coupon

Time (yrs)	Def Prob	Recovery Amount	Risk-free Value	LGD	Discount Factor	PV of Exp Loss
0.5	Q	40	106.73	66.73	0.9753	$65.08Q$
1.5	Q	40	105.97	65.97	0.9277	$61.20Q$
2.5	Q	40	105.17	65.17	0.8825	$57.52Q$
3.5	Q	40	104.34	64.34	0.8395	$54.01Q$
4.5	Q	40	103.46	63.46	0.7985	$50.67Q$
Total						$288.48Q$

- La expected loss in caso di default, attualizzata, è pari a 8.75 (differenziale di PV tra il bond risk-free ed il defaultable-bond)
- Pertanto: **$288.48Q = 8.75 \Rightarrow Q = 3.03\%$**



Stima delle probabilità di default da quotazioni di defaultable bonds

In pratica

- L'analisi illustrata nell'esempio può essere estesa in modo da permettere una maggiore granularità degli eventi di default
- Utilizzando diversi bonds dello stesso emittente è possibile definire una struttura a termine per Q
- In pratica, il risk-free rate è considerato:
 1. Libor/swap per i bond Corporate
 2. Il tasso del bund per i bonds *Sovereign* dell'area Euro
- Per avere una stima diretta dello spread sul tasso risk-free si possono considerare gli asset-swaps quotati

TAKE HOME – CONSEGNA 16 DICEMBRE 2010

Si calcoli la probabilità annua di default Q della Grecia calcolata a partire dallo spread rispetto al bund per le scadenze 2y, 3y, 5y, 7y, 10y, 30y (si consideri il recovery rate $R = 80\%$)

Si consideri lo YTM del bund equivalente al tasso risk-free (screen Reuters sottostante)

Si utilizzi l'approccio idealizzato in cui i titoli greci pagano cedola annua di importo pari allo YTM presentato nello screen Reuters sottostante

Si commenti: perché la probabilità annua di default varia al variare delle scadenze?

WORLD YIELDS IN NATIVE TERMS													YLDS2
12/09	08:39	O/N	3-MO	1-YR	2-YR	3-YR	5-YR	7-YR	10YR	30YR	PRIME	DISC	ECI
Greece (S)	--	7.18	--	11.6	13.55	12.7	13.50	11.83	9.13	N/A	N/A	[ECI-GR]	
Germany(A)	--	0.45	0.67	1.01	1.22	1.97	2.58	2.96	3.42	[ECI-DE]	
France (A)	--	0.55	0.80	1.08	1.37	2.20	2.83	3.33	3.80	[ECI-FR]	
Denmark(A)	0.42	0.80	1.20	1.24	1.57	2.26	--	3.10	3.42	0.50	[ECI-DK]	
Belgium(A)	--	0.97	1.48	1.50	2.27	2.97	3.58	3.96	4.40	[ECI-BE]	
Netherl(A)	--	0.53	0.71	0.96	1.24	2.07	2.65	3.15	3.50	[ECI-NL]	
EUR (A)	0.56	0.45	0.67	1.01	1.22	1.97	2.58	2.96	3.42	1.00	1.75	[ECI-EUR]	
PORTUGA(A)	--	--	4.55	4.43	4.60	5.20	5.77	6.18	6.53	[ECI-PT]	
U.K. (S)	0.25	0.59	0.66	1.08	1.59	2.18	2.97	3.50	4.37	0.50	[ECI-GB]	
Spain (A)	--	2.04	2.94	3.51	3.86	4.62	4.87	5.30	6.00	[ECI-ES]	
Italy (A)	--	1.17	1.98	2.46	2.98	3.46	4.09	4.53	5.30	7.12	[ECI-IT]	
Sweden (A)	1.00	1.27	--	1.77	--	2.60	2.95	3.19	3.77	1.00	[ECI-SE]	
Austria(A)	--	--	1.13	1.14	1.61	2.31	2.92	3.37	3.85	[ECI-AT]	
Switzer(A)	0.06	0.13	0.65	0.50	0.70	1.05	1.39	1.76	1.94	0.57	[ECI-CH]	
Finland(A)	--	0.65	--	1.04	1.23	2.06	--	3.20	--	[ECI-FI]	
Norway (A)	--	2.15	2.32	--	2.27	2.72	3.14	--	--	2.00	[ECI-NO]	
New Iea(S)	2.70	3.20	3.43	4.11	4.16	4.80	5.40	5.84	--	3.00	[ECI-NZ]	
Austral(S)	4.75	4.84	4.96	5.10	5.20	5.27	5.47	5.62	--	4.75	[ECI-AU]	
Japan (S)	0.25	0.13	0.17	0.22	0.35	0.54	0.83	1.26	2.29	1.40	0.30	[ECI-JP]	
Canada (S)	0.95	1.00	1.35	1.67	1.89	2.47	2.77	3.24	3.67	3.00	1.00	[ECI-CA]	
U.S.A. (S)	0.16	0.14	0.28	0.60	0.96	1.85	2.59	3.23	4.41	3.25	0.75	[ECI-US]	
Ireland(A)	--	--	--	5.89	6.27	6.88	--	8.18	--	[ECI-IE]	

ECONOMIC INDICATORS [ECI-COUNTRY CODE], [INT-COUNTRY CODE] EX. [ECI-US], [INT-US]

- Le probabilità di default calcolate in base alle quotazioni di bonds (o di credit-default swaps) sono **risk-neutral default probabilities**
- Le probabilità di default calcolate in base ai dati storici sono **real-world default probabilities**

Esempio

- **7-year default intensities dal dataset di Moody's (real world default probabilities)**
- **Merrill Lynch dataset per stimare le 7-year default intensities da quotazioni di bonds (risk-neutral default intensities)**

Esempio

Rating	Real-world default probability per yr (% per annum)	Risk-neutral default probability per yr (% per year)	Ratio	Difference
Aaa	0.04	0.60	16.7	0.56
Aa	0.05	0.74	14.6	0.68
A	0.11	1.16	10.5	1.04
Baa	0.43	2.13	5.0	1.71
Ba	2.16	4.67	2.2	2.54
B	6.10	7.97	1.3	1.98
Caa-C	13.07	18.16	1.4	5.50

Premio per il rischio da *Credit Trading*

Rating	Bond Yield Spread over Treasuries (bps)	Spread of risk-free rate used by market over Treasuries (bps)	Spread to compensate for default rate in the real world (bps)	Extra Risk Premium (bps)
Aaa	78	42	2	34
Aa	87	42	4	42
A	112	42	7	63
Baa	170	42	26	102
Ba	323	42	129	151
B	521	42	366	112
Caa	1132	42	784	305