

Si ipotizzi un fattore di mercato  $s$  distribuito uniformemente nell'intervallo  $[0, 1]$ .

Si ipotizzi un'opzione digitale di tipo europeo con scadenza a  $t=T$  definita su  $s$  avente payoff:

$$c = \begin{cases} 1 & \text{se } s > b \\ 0 & \text{se } s \leq b \end{cases}$$

dove  $b$  appartiene all'intervallo  $(0, 1)$ .

Sia  $c_0$  il valore dell'opzione al tempo  $t=0$

Si calcoli:

1. Il VaR (i.c. 95%, periodo di detenzione  $T$ ) per una posizione unitaria nell'opzione (risposta: 0)
2. ES (i.c. 95%, periodo di detenzione  $T$ ) per una posizione unitaria nell'opzione

Si ipotizzi che esista un mercato composto da  $N$  fattori  $s_1, s_2, \dots, s_N$  identicamente distribuiti, indipendenti, sui quali sono scritte identiche opzioni digitali aventi tutte la medesima scadenza  $T$  ed il medesimo valore della barriera  $b$  pari ad 80 bps.

Si ipotizzi un investitore che diversifichi la sua posizione acquistando  $M$  opzioni identiche su  $M$  differenti fattori di mercato, ciascuna con nozionale unitario.

Si calcoli:

3. Il valore minimo di  $M$  per il quale il VaR (i.c. 95%, periodo di detenzione  $T$ ) di portafoglio è diverso da zero
4. Per tutti i valori compresi tra 1 ed  $M$  si calcoli la ES (i.c. 95%, periodo di detenzione  $T$ ) di portafoglio, mostrando il beneficio di diversificazione

Hint: usare alberi binomiali