



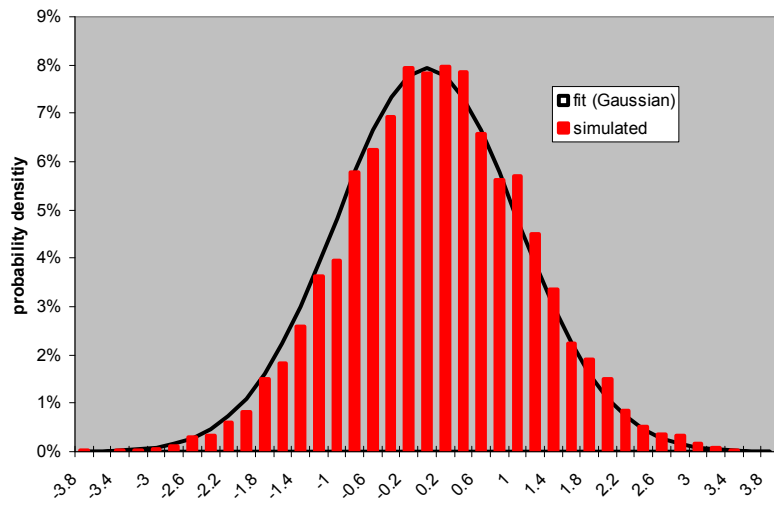
## **Il VaR: Metodi quantitativi basilari**

**Aldo Nassigh**  
**Financial Risk Management A.A. 2011/12**  
**Lezione 2**



# Distribuzione futura del rendimento di un asset/portafoglio

Il calcolo del VaR richiede la conoscenza della:  
*distribuzione futura del rendimento di un asset/portafoglio*



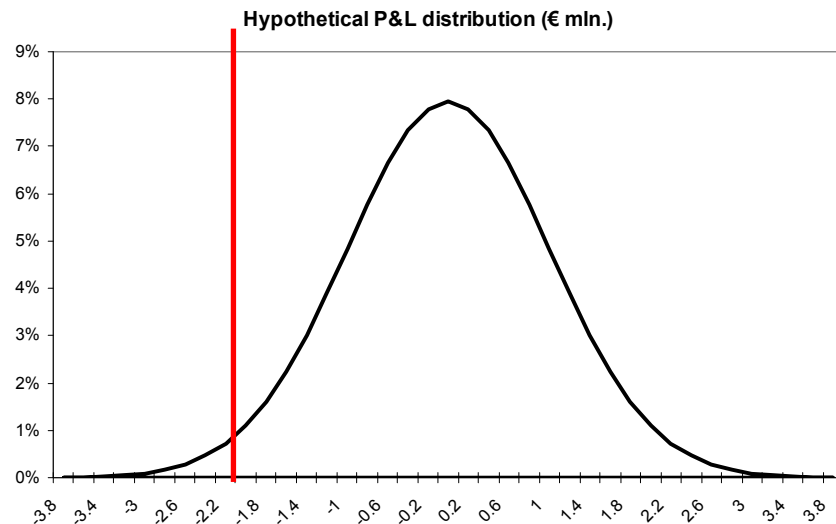
Il rischio è misurato dalla **larghezza della distribuzione**

La larghezza dipende da:

- Ampiezza delle posizioni
- Volatilità dei mercati
- **Periodo di detenzione** considerato

- Il *periodo di detenzione* corrisponde all'intervallo temporale convenzionale durante il quale è ragionevole assumere che la posizione finanziaria non sia modificabile in modo sostanziale
- Il periodo di detenzione è in relazione alla *liquidità dei mercati*, alla *strategia di negoziazione* ed alla *ampiezza dell'esposizione*

## VaR: quantile della Hypothetical P&L Distribution



Il VaR non rappresenta genericamente la larghezza della distribuzione

Il VaR è una misura di una perdita in caso di uno **sfortunato, tuttavia probabile movimento avverso dei mercati**

Quanto sia probabile tale movimento avverso è assegnato dall' **Intervallo di confidenza**

- La definizione numerica di VaR è: 'importo di una perdita ipotetica tale che la probabilità di verificarsi di una perdita meno severa sia pari all'intervallo di confidenza'
- Il valore del VaR (qui 1.7 mln €) è la perdita ipotetica tale che la probabilità di **non** perdere un ammontare pari al VaR (rappresentata dall'area sotto la distribuzione a destra della riga rossa nel grafico) è assegnata dall'intervallo di confidenza (qui 95%)
- Come si vede dal disegno, il VaR è una misura della *coda* (**tail**) della distribuzione



## Il VaR: orizzonte temporale e intervallo di confidenza

---

La frase:

‘il VaR di un asset/portafoglio è pari a z Euro’

è **inesatta**

La frase corretta è:

‘Il VaR di un asset/portafoglio con un periodo di detenzione di x giorni ed un intervallo di confidenza pari a y% è pari a z Euro’

➤ In generale ed indipendentemente dalla metodologia di calcolo adottata, il VaR cresce al crescere del periodo di detenzione e dell’intervallo di confidenza



## Distribuzione gaussiana dei rendimenti e regole del pollice

La metodologia di calcolo del VaR che, storicamente, è stata la prima ad imporsi come *best practice* nell'industria finanziaria è stata *RiskMetrics* introdotta da J.P. Morgan

RiskMetrics si basa sulle assunzioni:

- Il rendimento di un asset/portafoglio è distribuito normalmente, cioè la distribuzione è gaussiana:  $\varphi(\mu, \sigma)$
- Il valore atteso del rendimento è trascurabile ( $\mu=0$ )

In base all'assunzione di normalità della distribuzione dei rendimenti, il VaR:

1. cresce in proporzione alla radice quadrata del periodo di detenzione
2. cresce al crescere dell'intervallo di confidenza come l'inversa della distribuzione gaussiana cumulata

- Anche se le leggi sopra enunciate si applicano solo al caso in cui i rendimenti sono distribuiti secondo la distribuzione gaussiana, è pratica comune estenderle al VaR calcolato anche secondo altre metodologie (*regole del pollice*):
1. posto che ad un intervallo di confidenza dell'84% il VaR è pari ad una deviazione standard ( $\sigma$ ), il VaR al 95% è pari a  $1.65 \sigma$  ed il VaR al 99% è pari a  $2.33 \sigma$
  2. una volta calcolato il VaR con periodo di detenzione di un giorno, per ottenere il VaR con periodo di detenzione di dieci giorni è sufficiente moltiplicarlo per 3.16, cioè  $\sqrt{10}$



## ***Real word versus Risk neutral***

In linea di principio, la distribuzione futura del rendimento di un asset/portafoglio può essere desunta sia nell'approccio *real word* che in quello *risk neutral*

Nel *financial risk management* sono comunemente usate misure *real word* desunte dall'analisi delle serie storiche dei fattori di mercato:

1. al fine di ridurre la pro-ciclicità del VaR
2. In base alla facilità di implementare un processo industriale di calcolo sulla base dell'analisi delle serie storiche

La scelta *real word* introduce un grado di arbitrarietà nella misurazione del VaR, pari alla scelta della lunghezza del periodo di osservazione per l'analisi delle serie storiche

- Il VaR *RiskMetrics* si basa su misure di volatilità **storica** anziché di volatilità **implicita**
- Misure di rischio pro-cicliche tendono a sottostimare il rischio nei periodi favorevoli del ciclo economico ed a sovrastimarne nei periodi sfavorevoli del ciclo economico
- Sono, in generale, evitate nel risk management finanziario poiché possono condurre a:
  1. Forced sale di assets in fase decrescente del ciclo economico, che possono innescare un circolo vizioso di svalutazione degli assets
  2. Necessità di ricapitalizzare il sistema bancario esattamente nel momento in cui il capitale diventa una risorsa scarsa, con effetto destabilizzante sul sistema finanziario



## Uso del VaR nella regolamentazione del comitato di Basilea

---

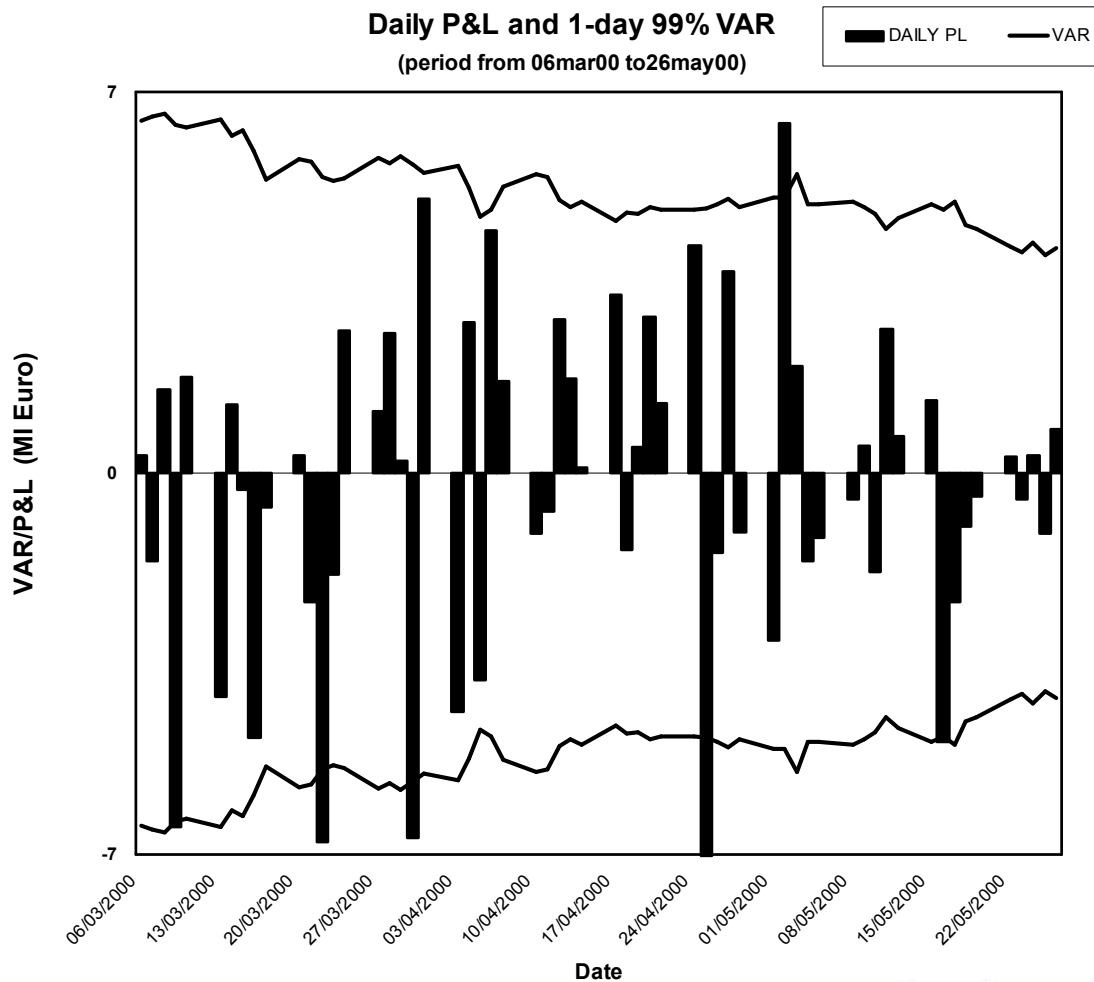
Secondo l'ultima revisione del *framework* (dettato internazionale della regolamentazione di vigilanza bancaria) di Basilea, il requisito minimo patrimoniale che una banca che applichi il modello interno deve detenere a fronte del rischio di mercato (*regulatory capital*) è proporzionale al VaR di portafoglio misurato con periodo di detenzione di 10 giorni, un intervallo di confidenza del 99% ed un periodo di osservazione non inferiore ad un anno

L'ultima revisione del *framework* del luglio 2009 (BCBS 158) prevede una serie di add-on patrimoniali da aggiungere al capitale calcolato in base al VaR, introdotti al fine di irrobustire il patrimonio

Gli add-on patrimoniali introdotti nel luglio 2009 diventeranno obbligatori per le banche che utilizzano il modello interno solo dal dicembre 2011

- Ai fini interni delle banche (imposizione di limiti operativi e comunicazioni con gli investitori) è invece comunemente utilizzato un periodo di detenzione di un giorno
- In alcuni casi, specialmente negli Stati Uniti, ai fini interni si utilizza un intervallo di confidenza del 95%
- Il periodo di osservazione varia da un anno a quattro anni di serie storiche nel passato

# Test Retrospettivi



- Il test retrospettivo mette a confronto il VaR, calcolato secondo il modello interno, con la variazione del valore del portafoglio\* al fine di verificare se le misure di rischio elaborate dalla banca al 99° percentile coprono effettivamente il 99% dei risultati di negoziazione
- Il test si considera superato da un modello che, su un campione di 250 giorni lavorativi, produca al massimo 4 casi in cui i risultati effettivi di negoziazione non sono coperti dalla misura del rischio ("scostamenti")
- Il test retrospettivo deve essere svolto quotidianamente

\*) Il calcolo della variazione di valore del portafoglio deve essere il più possibile significativa per il confronto con il VaR, pertanto la misura più indicata è data dalla variazione effettiva netta, ovvero quella ottenuta escludendo dai risultati gestionali le commissioni, gli eventuali risultati della negoziazione infragiornaliera e il contributo relativo ai ratei di interesse





## Fasi successive per il calcolo del VaR

---

**Il calcolo del VaR di un asset/portafoglio si svolge attraverso quattro fasi successive:**

1. Selezione delle variabili di mercato (tassi e prezzi) basilari dai quali dipende la valutazione: **i fattori di rischio** (scegliere i fattori di rischio equivale a selezionare le serie storiche che sono l'input per il calcolo del VaR)
2. In base all'analisi delle serie storiche, determinazione della **distribuzione dei valori ipotetici dei fattori di rischio** nell'intervallo di detenzione considerato
3. Calcolo della **distribuzione ipotetica della P/L futura** nell'intervallo di detenzione in dipendenza dalla distribuzione dei fattori di rischio, sulla base delle metodologie di valutazione delle posizioni che compongono il portafoglio in dipendenza dai valori assunti dai fattori di rischio
4. Valutazione del VaR come **quantile** della distribuzione ipotetica della P/L futura corrispondente all'intervallo di confidenza

Il VaR è uno standard industriale....

...tuttavia non vi è standardizzazione sulla metodologia di calcolo da applicare

La scelta della metodologia più appropriata dipende dalle tipologie di portafoglio da misurare ed ha subito una profonda evoluzione a partire dagli anni '90



## Il VaR: metodologie alternative

---

Le metodologie per il calcolo della distribuzione ipotetica futura della P/L si raggruppano in:

➤ **Approcci Parametrici**

Il VaR si misura dai **parametri** (principalmente la deviazione standard) della *hypothetical future distribution* dei rendimenti del portafoglio – di per sé stesso la conoscenza della distribuzione *in toto* non è rilevante

➤ **Approcci di Simulazione**

Il VaR si calcola numericamente da un campionamento della *hypothetical future distribution* dei rendimenti del portafoglio costituito a partire da un set di **scenari**

- Dal punto di vista storico, i metodi parametrici furono implementati per primi (**RiskMetrics**)
- Nei metodi parametrici, si assume generalmente la **linearità** degli strumenti finanziari, che cioè, una volta noti i parametri della distribuzione dei fattori di rischio, i parametri della distribuzione dei rendimenti del portafoglio siano proporzionali
- Tra gli approcci di simulazione, le due famiglie principali di modelli sono: **Historical (HS)** e **Montecarlo (MC)**, a seconda del metodo seguito per la generazione degli scenari



## I fattori di rischio

---

Il processo di misurazione del VaR richiede l'individuazione di **fattori di rischio elementari** dai quali dipendono le variazioni di valore del portafoglio

Il set tipico di fattori di rischio è composto da:

1. **tassi di interesse (inclusi gli *spread* tra diverse curve dei rendimenti)**
2. **tassi di cambio**
3. **prezzi di azioni e merci**

- La scelta corretta dei fattori di rischio è la parte più delicata ed essenziale di ogni metodologia VaR
- Il comitato di Basilea elenca i requisiti minimali affinché l'insieme dei fattori di rischio di un modello VaR sia accettabile ai fini di misurazione dei requisiti patrimoniali in BCBS 158 - 718(Lxxv)



## 1. Tassi di interesse(\*)

---

- *For interest rates, there must be a set of risk factors corresponding to interest rates in **each currency** in which the bank has interest-rate-sensitive on- or off balance sheet positions*
- *The risk measurement system should model the yield curve using one of a number of generally accepted approaches, for example, by estimating forward rates of **zero coupon yields**.*
- *The yield curve should be divided into various **maturity segments** in order to capture variation in the volatility of rates along the yield curve there will typically be one risk factor corresponding to each maturity segment.*
- *For material exposures to interest rate movements in the major currencies and markets, banks must model the yield curve using **a minimum of six risk factors**. However, the number of risk factors used should ultimately be driven by the nature of the bank's trading strategies. For instance, a bank with a portfolio of various types of securities across many points of the yield curve and that engages in complex arbitrage strategies would require a greater number of risk factors to capture interest rate risk accurately.*



## 2. Livelli di spread (\*)

---

- *The risk measurement system must incorporate **separate risk factors to capture spread risk** (e.g. between bonds and swaps)*
- *A variety of approaches may be used to capture the spread risk arising from less than perfectly correlated movements between government and other fixed income interest rates, such as:*
  - 1. specifying a **completely separate yield curve** for non-government fixed-income instruments (for instance, swaps or municipal securities)*
  - 2. **estimating the spread over government rates** at various points along the yield curve.*



## 4. Prezzi di azioni(\*)

---

- *For equity prices, there should be risk factors corresponding to **each of the equity markets** in which the bank holds significant positions:*
- *At a minimum, there should be a risk factor that is designed to capture market-wide movements in equity prices (e.g. a **market index**). Positions in individual securities or in sector indices could be expressed in “beta-equivalents”<sup>1</sup> relative to this market-wide index;*
- *A somewhat more detailed approach would be to have risk factors corresponding to **various sectors of the overall equity market** (for instance, industry sectors or cyclical and non-cyclical sectors). As above, positions in individual stocks within each sector could be expressed in beta-equivalents relative to the sector index;*
- *The most extensive approach would be to have risk factors corresponding to the volatility of **individual equity issues**.*
- *The **sophistication and nature of the modelling technique for a given market should correspond to the bank’s exposure to the overall market as well as its concentration in individual equity issues in that market.***

---

\*) BCBS 158 - 718(Lxxv) Luglio 2009.

1) A “beta-equivalent” position would be calculated from a market model of equity price returns (such as the CAPM model) by regressing the return on the individual stock or sector index on the risk-free rate of return and the return on the market index.



## 5. Prezzi di materie prime(\*)

---

- *For commodity prices, there should be risk factors corresponding to **each of the commodity markets** in which the bank holds significant positions*
- *For banks with relatively limited positions in commodity-based instruments, a straightforward specification of risk factors would be acceptable. Such a specification would likely entail **one risk factor for each commodity price** to which the bank is exposed.*
- *In cases where the aggregate positions are quite small, it might be acceptable to use a single risk factor for a **relatively broad sub-category** of commodities (for instance, a single risk factor for all types of oil);*
- *For more active trading, the model must also take account of **variation in the “convenience yield”** between derivatives positions such as forwards and swaps and cash positions in the commodity.*



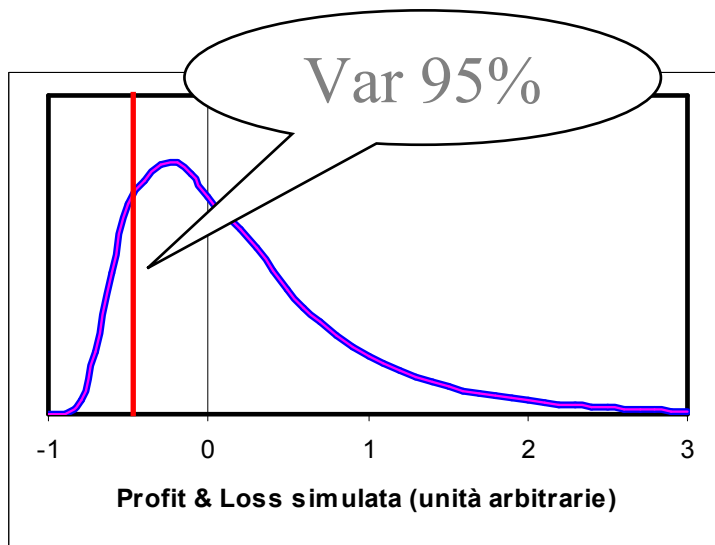


## Confronto tra VaR ed Expected Shortfall

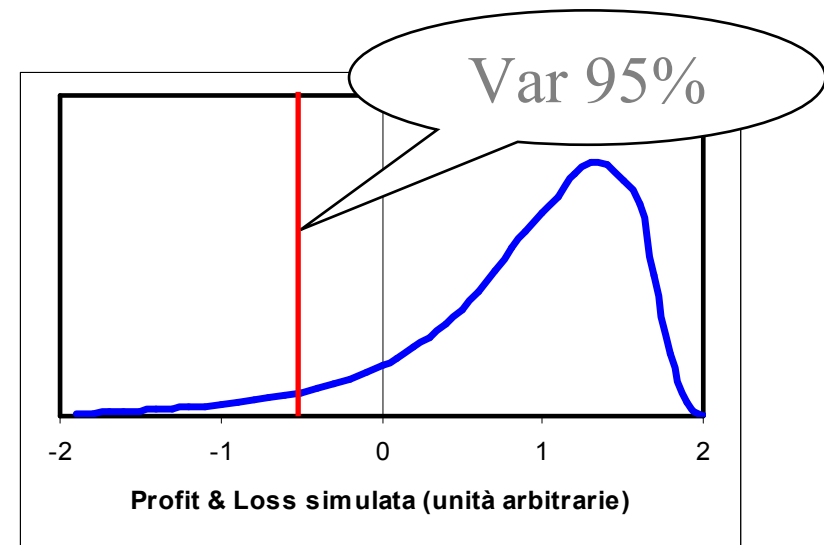
---

- La critica al VaR emerge in modo naturale dal confronto con una misura alternativa: *l'Expected Shortfall*
- *L' ES è il principale rappresentante della categoria delle 'Misure di rischio Coerenti' (Artzner e al. 1993).*
- *Le Misure di rischio coerenti soddisfano alcune proprietà matematiche scelte in modo tale da formalizzare in senso rigoroso il concetto intuitivo di rischiosità di un portafoglio.*
- *La principale proprietà è la sub-additività:*  
$$ES(X) + ES(Y) \geq ES(X+Y)$$
*Per ogni possibile coppia di portafogli X,Y*

## Due portafogli di opzioni Call



Posizione *Lunga*.



Posizione *Corta*

Nei grafici è presentata la distribuzione di probabilità delle Profit & Losses simulate. I portafogli hanno il medesimo VaR (0.63 u.a.), ma chiaramente **la posizione *Corta* è maggiormente rischiosa**



## Definizione di Expected Shortfall

---

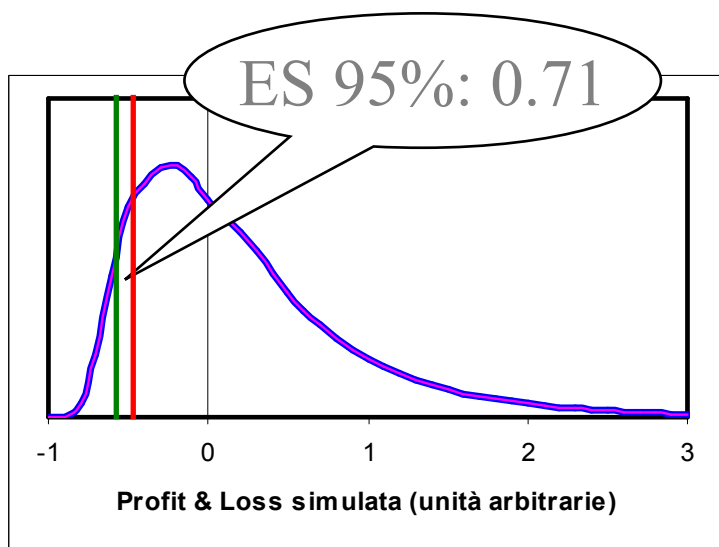
*Expected Shortfall (ES)*

$$ES = \mathbf{E} [ -\Delta V \mid -\Delta V > VaR ]$$

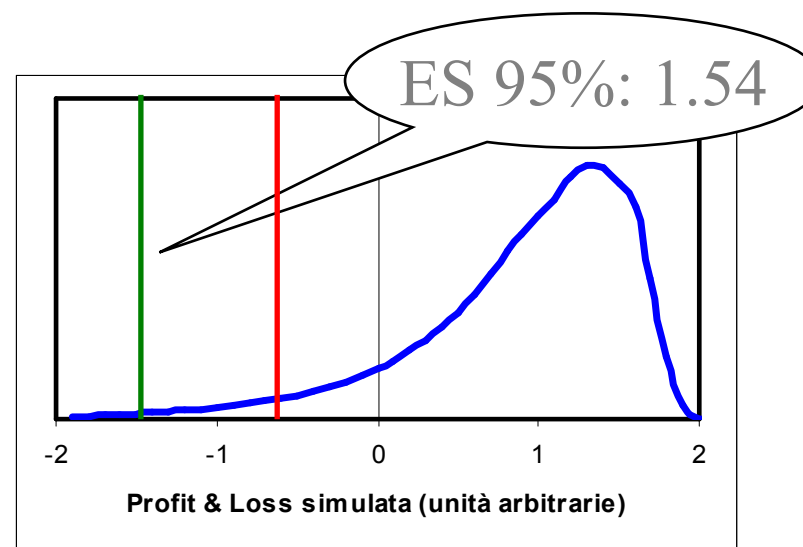
dove  $\Delta V$  è la distribuzione delle Profit & Losses simulate e  $\mathbf{E}[\cdot]$  è il valore medio.

“Expected Shortfall è una misura di rischio che descrive l’ampiezza delle perdite potenziali di un portafoglio nel caso in cui esse superino il VaR”

## Confronto Var-ES per due portafogli di opzioni Call



Posizione *Lunga*



Posizione *Corta*

La linea verticale rossa rappresenta il VaR (0.63 u. a. in entrambi i casi)

La linea verticale verde rappresenta il valore di ES. **La rischiosità della posizione *Corta* è posta in chiara evidenza.**




## Expected Shortfall: argomenti contro

---

Se la distribuzione delle P&L simulate di un portafoglio è normale (gaussiana), l'ES non aggiunge informazioni al VaR (ma complica i calcoli).

Nell'implementazione delle metodologie basate sulla simulazione (Historical/Montecarlo), l'ES è molto sensibile alla presenza di *outliers* nella simulazione (valori estremi derivanti dalle approssimazioni insite nella metodologia)



## Letture a supporto del corso (elenco in corso di sviluppo)

---

1. BCBS - Revisions to the Basel II market risk framework (bcbs158), July 2009
2. J.P.Morgan/Reuters, *RiskMetrics TM — Technical Document* (Fourth Edition 1996)
3. C. Acerbi, C. Nordio, C. Sirtori, *Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management*, 2001