Università Carlo Cattaneo - LIUC

Economia Industriale - ESERCITAZIONE 3

Paolo Di Giannatale

19 Dicembre 2012

Esercizio 6.5 p. 89

- Nel mercato degli antistaminici (percepiti come perfetti sostituti dai consumatori), ci sono tre imprese, A, S e P, che competono à la Cournot.
- La funzione di costo totale di ciascuna impresa è pari a $TC_i(q_i) = 40q_i$, con $i = A, S, P$.
- La funzione di domanda di mercato è $p(Q) = 160 - Q$, dove $Q = q_A + q_S + q_P$ è la quantità totale di antistaminici.

(i) Trovate la funzione di risposta ottima di ogni impresa.

- La funzione di risposta ottima dell'impresa A, ad esempio, è la quantità ottima (= che massimizza il profitto) prodotta dall'impresa A in funzione della quantità prodotta dalle rivali, q_S e q_P rispettivamente.
- Le imprese sono simmetriche (= hanno la stessa funzione di costo), dunque hanno la stessa funzione di risposta ottima.
- Il profitto dell'impresa A, definito come la differenza tra ricavi e costi totali, è

$$\pi_A = p(Q)\,q_A - TC_A(q_A) = [160 - (q_A + q_S + q_P)]\,q_A - 40q_A$$

- Concorrenza à la *Cournot*: l'impresa A sceglie la *quantità* q_A che massimizza il suo profitto.
- Per trovarla calcoliamo la derivata di π_A rispetto a q_A e la poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial q_A} = 160 - (q_S + q_P) - 2q_A - 40 = 0.$$

- Otteniamo:

$$q_A = \frac{120 - (q_S + q_P)}{2}. \tag{1}$$

- Data la simmetria fra le imprese, le funzioni di risposta ottima delle altre due imprese saranno identiche (mutatis mutandis):

$$q_S = \frac{120 - (q_A + q_P)}{2} \text{ e } q_P = \frac{120 - (q_A + q_S)}{2}.$$

(ii) Calcolate quantità, prezzo e profitti di equilibrio di ciascuna impresa.

- Le imprese sono simmetriche, dunque producono la stessa quantità in equilibrio, che indichiamo con $q^* \left(= q_A^* = q_S^* = q_P^*\right)$.
- Per calcolarla sostituiamo q^* nella (1), ottenendo così $q^* = 30 \left(= q_A^* = q_S^* = q_P^*\right)$.

- La quantità di equilibrio di mercato è $Q^* = q_A^* + q_S^* + q_P^* = 3q^* = 90$.
- Il prezzo di equilibrio è

$$p\left(Q^*\right) = 160 - Q^* = 160 - 90 = 70$$

- Il profitto di ciascuna impresa i, $i = A, S, P$, è pari dunque a

$$\pi_i^* = p\left(Q^*\right) q_i^* - TC_i\left(q_i^*\right) = 70 \times 30 - 40 \times 30 = 900$$

(iii) Supponete che le imprese colludano e calcolate i profitti di equilibrio di ciascuna impresa.

- Collusione significa che le imprese coinvolte si accordano sulla quantità da produrre in modo da massimizzare la somma dei loro profitti.[1]
- Dato che le imprese hanno la stessa funzione di costo, il problema di determinare la quantità di equilibrio con collusione, che indichiamo con q_C dove C sta per collusione, è il seguente:

$$\max_{q_C} \pi_C = p\left(q_C\right) q_C - TC\left(q_C\right).$$

- Le tre imprese si comportano come se fossero un'unica impresa (=monopolista) che decide la quantità q_C che massimizza il suo profitto.

[1] Nella realtà, gli accordi riguardano spesso il prezzo: qui stiamo considerando concorrenza à la Cournot quindi ci concentriamo sulla quantità.

- Per trovarla calcoliamo la derivata di

$$\pi_C = (160 - q_C)\, q_C - 40 q_C$$

rispetto a q_C e la poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_C} = 160 - 2q_C - 40 = 0.$$

- Otteniamo:

$$q_C^* = 60.$$

- Sostituendo q_C^* nella funzione di domanda otteniamo il prezzo di equilibrio:

$$p\,(q_C^*) = 160 - 60 = 100$$

- Il profitto complessivo sarà dunque:

$$\pi_C^* = 100 \times 60 - 40 \times 60 = 3600.$$

- Dato che le imprese sono simmetriche, è ragionevole ipotizzare che si dividano equamente il profitto, ovvero ciascuna ottiene $\frac{\pi_C^*}{3} = 1200$.
- Le imprese, accordandosi sulla quantità da produrre, la riducono in modo da aumentare il prezzo e realizzare profitti più alti: $\frac{\pi_C^*}{3} = 1200 > 900 = \pi_i^*$!!

(iv) Supponiamo ora che l'impresa A devii dall'accordo collusivo senza che le altre se ne accorgano. Calcolate la quantità ottimale scelta dall'impresa A ed il suo profitto in tale evenienza.

- L'impresa A sceglie la quantità q_D, dove D sta per deviazione, che massimizza il suo profitto quando le altre imprese, non sapendo della deviazione di A, continuano a produrre la quantità ottima di collusione, ovvero $\frac{q_C^*}{3} = 20$.
- Per trovare q_D è sufficiente sostituire $q_S = 20$ e $q_P = 20$ in (1): $q_D = \frac{120-(20+20)}{2}$, ovvero $q_D = 40$.
- In tal caso il profitto dell'impresa A è

$$\pi_D^* = (160 - 40 - 20 - 20)\,40 - 40^2 = 1600.$$

- Se le rivali non si accorgono della deviazione, l'impresa A aumenta la sua quantità, il prezzo diminuisce ma non tanto (perché le rivali continuano a produrre la quantità ottima di collusione, che è bassa) così A realizza profitti più alti.
- All'impresa A NON conviene colludere: $\pi_D^* = 1600 > \frac{\pi_C^*}{3} = 1200!$

(v) Supponete ora che le imprese competano nel corso del tempo (per un numero indefinito di periodi): se l'impresa A devia dall'accordo in un periodo, le rivali hanno modo di accorgersi, perché nel periodo successivo osservano una riduzione del prezzo.

- Immaginate che le rivali S e P adottino la seguente strategia: se l'impresa A ha prodotto $\frac{q_C^*}{3} = 20$ nel periodo precedente, ovvero ha rispettato l'accordo, allora le rivali continuano a produrre 20; se l'impresa A ha invece deviato producendo $q_D^* = 40$ nel periodo precedente, ovvero non ha rispettato l'accordo, allora le rivali producono la quantità di Cournot $q_i^* = 30$ di lì in avanti.
- Per quale valore del tasso di sconto $\delta \in (0, 1)$ l'accordo collusivo è sostenibile?
- Il tasso di sconto si applica quando si vuole conoscere il valore attuale di flussi di cassa futuri.
- Se l'impresa A devia, ottiene 1600 nel primo periodo, poi viene scoperta e dunque le altre produranno di lì in avanti la quantità di Cournot $q_i^* = 30$, nel qual caso la risposta ottima dell'impresa A sarà produrre 30 (sostituite $q_S = q_P = 30$ in (1)), ed il suo profitto è $\pi_i^* = 900$.

- Il valore attuale scontato del profitto dell'impresa A quando devia è dunque

$$1600 + \delta 900 + \delta^2 900 + \delta^3 900 + \ldots \qquad (2)$$

- dove δ sconta il valore odierno del profitto di domani, δ^2 sconta il valore odierno del profitto di dopodomani, ecc.
- Se invece l'impresa A non devia mai, ottiene sempre il profitto di collusione 1200: in questo caso il valore attuale del profitto dell'impresa A è

$$1200 + \delta 1200 + \delta^2 1200 + \ldots \qquad (3)$$

- Per accertarsi che l'accordo collusivo regga bisogna verificare che il valore (3) sia più alto di quello da deviazione, il valore (2).
- Il valore (2) si può riscrivere come

$$1600 + 900 \left(\delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots \right)$$

dove la somma $\delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots = \sum_{j=1}^{\infty} \delta^j = \frac{\delta}{1-\delta}$ (è una serie geometrica convergente).[2] Dunque (2) è pari a $1600 + 900 \frac{\delta}{1-\delta}$.

[2] La regola generale è $\sum_{t=m}^{n} \delta^t = \frac{\delta^m - \delta^{n+1}}{1-\delta}$.

- Il valore (3) si può riscrivere come

$$1200\left(1+\delta+\delta^2+\delta^3+\dots\right)$$

dove $1+\delta+\delta^2+\delta^3+\dots=1+\frac{\delta}{1-\delta}=\frac{1}{1-\delta}$ quindi (3) è pari a $1200\frac{1}{1-\delta}$.

- L'accordo collusivo regge, dunque, se

$$1600+900\frac{\delta}{1-\delta}<1200\frac{1}{1-\delta}.$$

- Risolvendo rispetto a δ si ottiene $\delta>\frac{4}{7}=0.57$: se δ è abbastanza alto, ovvero se il futuro conta, l'impresa preferisce colludere.

(vi) Supponete ora che le imprese rivali abbiano modo di accorgersi se l'impresa A devia dall'accordo solo dopo due periodi.

- Per quale valore del tasso di sconto $\delta\in(0,1)$ l'accordo collusivo è sostenibile?
- Come sopra, vanno confrontati due valori: il valore attuale del profitto da collusione, che è sempre $1200\frac{1}{1-\delta}$, e quello da deviazione, che ora è

$$1600+\delta 1600+\delta^2 900+\delta^3 900+\dots \tag{4}$$

- più grande perché le rivali si accorgono un periodo dopo della deviazione.
- L'accordo collusivo regge se

$$1600 + \delta 1600 + 900 \frac{\delta^2}{1-\delta} < 1200 \frac{1}{1-\delta}$$

- Risolvendo rispetto a δ si ottiene $\delta > \frac{2}{7}\sqrt{7} = 0.76$.
- La condizione su δ è ora più stringente (ci vuole un δ minimo più alto) perché all'impresa A conviene di più deviare.

(vii) Se le imprese competessero à la Bertrand, la collusione sarebbe più o meno facile da rispettare rispetto alla competizione à la Cournot, qualora le rivali adottassero la stessa strategia descritta sopra in caso di deviazione?

- E' possibile dimostrare che anche con concorrenza à la Bertrand il prezzo di collusione è $p\left(q_C^*\right) = 100$ ed il profitto è pari a $\frac{\pi_C^*}{3} = 1200$ (verificarlo!).
- Il profitto di deviazione π_D si ottiene nel modo seguente: supponendo che sia l'impresa A a deviare, questa, fissando un prezzo $p_D = p\left(q_C^*\right) - \varepsilon$, cattura l'intera domanda di mercato.

- La domanda di mercato è q_D e si ottiene dalla curva di domanda:
$$(p_D) \sim 100 = 160 - q_D$$
da cui $q_D = 160- \sim 100 =\sim 60$ (~ 100 indica $100 - \varepsilon$ dove ε è piccolo a piacere).
- Il profitto di deviazione è dunque
$$\pi_D^* = (\sim 100)\, 60 - 40 \times 60 =\sim 3600$$
- Deviare qui conviene di più rispetto a prima: $3600 > 1600$. Tuttavia, dal periodo successivo le rivali fissano il prezzo di Bertrand, ovvero prezzo pari a costo marginale, con l'effetto che le imprese faranno profitti nulli di lì in avanti: $\pi_i^* = 0$.
- In questo caso l'accordo collusivo regge se
$$3600 + \delta 0 + \delta^2 0 + ... < 1200 \frac{1}{1-\delta}$$
- Risolvendo rispetto a δ si ottiene $\delta > \frac{2}{3} = 0.67$.
- Si ha $0.67 > 0.57$: la collusione è più facilmente sostenibile con Cournot. Esiste infatti un intervallo per il tasso di sconto, dato da $(0.57, 0.67)$, tale per cui la collusione sarebbe sostenibile **solo se** le imprese competessero à la Cournot.

- Tale risultato non è generale (vale se ci sono $n \geq 3$ imprese nel mercato). Infatti, indicando con π_D^*, π_C^* e π_i^* i profitti da deviazione, collusione e concorrenza, rispettivamente, la condizione che ci assicura convenienza dell'accordo collusivo si può scrivere come:

$$\pi_C^* \frac{1}{1-\delta} > \pi_D^* + \pi_i^* \frac{\delta}{1-\delta},$$

  dove il lato sinistro della disequazione sopra è quanto si ottiene colludendo e il lato destro quanto si ottiene deviando.
- (a) In generale π_i^* è maggiore con Cournot, dunque dovrebbe essere più facile colludere quando c'è concorrenza à la Bertrand.
- (b) Tuttavia π_D^* è maggiore con Bertrand, dunque dovrebbe essere più facile colludere quando c'è concorrenza à la Cournot.

- Intuizione di (a): qualora le imprese deviassero nella competizione à la Cournot, la punizione sarebbe il ritorno all'equilibrio à la Cournot con profitti positivi per tutte le imprese. Invece, la punizione in caso di deviazione nella competizione à la Bertrand porterebbe le imprese ad avere per sempre profitti nulli. Tale punizione rende meno desiderabile l'incentivo a deviare nel caso di concorrenza à la Bertrand e quindi l'accordo collusivo risulterebbe maggiormente sostenibile con Bertrand.
- Intuizione di (b): qualora le imprese deviassero nella competizione à la Bertrand, il premio sarebbe più grande rispetto al caso di Cournot perché chi devia diventa monopolista per un periodo. Tale premio rende più desiderabile l'incentivo a deviare nel caso di concorrenza à la Bertrand e quindi l'accordo collusivo risulterebbe più sostenibile con Cournot.
- Nel nostro esempio prevale il secondo effetto.
- Vedere l'esercizio 6.4, dove $n = 2$ e vale il risultato opposto.

- Ricapitolando, un accordo collusivo è più facilmente sostenibile:
  1. quando $n = 2$ se le imprese competono à la Bertrand (solo con duopolio il profitto di Cournot, ottenuto dalle imprese dopo che una ha deviato, è sufficientemente alto da tentare molto le imprese; in altre parole solo con duopolio il "castigo" per aver deviato quando la concorrenza è à la Cournot è "poco castigo").
  2. quando $n \geq 3$ se le imprese competono à la Cournot.

Esercizio 11.6 p. 174

- Tre imprese competono à la Cournot.
- La funzione di costo totale di ciascuna impresa è pari a $TC_i(q_i) = 30q_i + F$, con $i = 1, 2, 3$.
- La funzione di domanda di mercato del bene omogeneo prodotto dalle 3 imprese è $p(Q) = 150 - Q$, con $Q = q_1 + q_2 + q_3$.

(i) Determinate il profitto di ciascuna impresa in funzione dei costi fissi F.

- Lascio a voi la risoluzione, ormai consueta.
- Il risultato è un profitto per tutte e tre le imprese pari a $\pi_i^* = 900 - F$.
- Supponete che le imprese 1 e 2 si fondano e siano così in grado di sfruttare risparmi nei costi fissi: la nuova funzione dei costi totali dell'impresa fusa M è $TC_M(q_M) = 30q_M + F_M$, con $F_M < 2F$ e dove q_M indica la quantità prodotta dall'impresa derivante dalla fusione delle imprese 1 e 2.

(ii) Determinate il profitto dell'impresa M in funzione dei costi fissi F_M.

- A fusione avvenuta restano nel settore due sole imprese. Esse si comportano come duopolisti à la Cournot. La condizione di massimizzazione del profitto dell'impresa M nata dalla fusione sarà data da:

$$\max_{q_M} \pi_M = (150 - q_M - q_3)\, q_M - (30 q_M + F_M)$$

- La funzione di risposta ottima si ottiene calcolando la derivata del profitto rispetto a q_M e ponendola uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial q_M} = 150 - 2q_M - q_3 - 30 = 0$$

- Risolvendo rispetto a q_M si ottiene $q_M = \frac{120 - q_3}{2}$.
- Analogamente per l'impresa 3 si ottiene la funzione di risposta ottima: $q_3 = \frac{120 - q_M}{2}$.
- Le funzioni sono uguali perché le imprese hanno gli stessi costi variabili (anche se diversi costi fissi): la derivata di un numero (= i costi fissi) è zero!!

- Dato che le due risposte ottime sono uguali, le due imprese produrranno la stessa quantità in equilibrio, che indichiamo con $q_M^* = q_3^*$.
- Sostituendo tale uguaglianza in $q_M = \frac{120-q_3}{2}$ si ottiene $q_M^* = q_3^* = 40$.
- Da cui il profitto dell'impresa M:

$$\pi_M^* = (150 - 40 - 40)\,40 - (30 \times 40 + F_M) = 1600 - F_M$$

(iii) A quanto deve ammontare il risparmio sui costi fissi affinché per le imprese 1 e 2 sia conveniente fondersi?

- La risposta è determinata dal confronto tra la somma dei profitti prima, $2\pi_i^*$, e il profitto dopo la fusione, π_M^*. Come ricavato al punto (i), nel caso di un triopolio à la Cournot con imprese simmetriche, ciascuna impresa ottiene un profitto pari a $\pi_i^* = 900 - F$. Dopo la fusione, l'impresa neo-nata realizza un risparmio di costi variabili ed un profitto pari a $\pi_M^* = 1600 - F_M$.
- Risolviamo la disequazione $\pi_M^* \geq 2\pi_i^*$:

$$1600 - F_M > 2\,(900 - F)$$

- Il risparmio sui costi fissi è pari a $2F - F_M > 0$. Risolvendo la disequazione sopra rispetto a $2F - F_M$ si ha $2F - F_M > 200$: se il risparmio è superiore a 200 allora la fusione è profittevole. (Notate che se non ci sono risparmi, ovvero $2F - F_M = 0$, la fusione non è profittevole).
- Supponete ora che non ci siano costi fissi e che le imprese 1 e 2 fondendosi siano in grado di sfruttare risparmi nei costi variabili: la nuova funzione dei costi totali dell'impresa fusa M è $TC_M(q_M) = \gamma 30 q_M$, dove $\gamma < 1$ indica il risparmio e q_M indica la quantità prodotta dall'impresa derivante dalla fusione.

(iv) Determinate il profitto dell'impresa M.

- A fusione avvenuta restano nel settore due sole imprese. Esse si comportano come duopolisti à la Cournot. La condizione di massimizzazione del profitto dell'impresa M nata dalla fusione sarà data da:

$$\max_{q_M} \pi_M = (150 - q_M - q_3)\, q_M - \gamma 30 q_M$$

- La funzione di risposta ottima si ottiene calcolando la derivata del profitto rispetto a q_M e ponendola uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial q_M} = 150 - 2q_M - q_3 - \gamma 30 = 0$$

- Risolvendo rispetto a q_M si ottiene $q_M = \frac{150-\gamma 30-q_3}{2}$.
- La funzione di risposta ottima dell'impresa 3 si ottiene calcolando la derivata del profitto $\pi_3 = (150 - q_M - q_3)\, q_3 - 30q_3$ rispetto a q_3 e ponendola uguale a zero.
- Si ottiene così la funzione di risposta ottima: $q_3 = \frac{120-q_M}{2}$.
- Mettiamo a sistema le due funzioni di risposta ottima:

$$\begin{cases} q_M = \frac{150-\gamma 30-q_3}{2} \\ q_3 = \frac{120-q_M}{2} \end{cases}$$

- Sostituendo la seconda equazione nella prima:

$$q_M = \frac{150 - \gamma 30 - \frac{120-q_M}{2}}{2}$$

e risolvendo rispetto a q_M si ottiene $q_M^* = 60 - 20\gamma$, che è la quantità di equilibrio prodotta dall'impresa M.
- Sostituendo questo valore nella seconda equazione si ottiene $q_3^* = 30 + 10\gamma$, che è la quantità di equilibrio prodotta dall'impresa 3.
- Notate che q_M^* è decrescente in γ: maggiore è il risparmio sui costi variabili $(\gamma \downarrow)$ maggiore è la quantità prodotta dall'impresa M $(q_M^* \uparrow)$; q_3^* è invece crescente in γ.

- Perché q_M^* diventa pari a q_3^* se $\gamma = 1$? (Pensateci).
- Il profitto π_M^* di equilibrio dell'impresa M è dunque

$$[150 - (60 - 20\gamma) - (30 + 10\gamma)]\,(60 - 20\gamma) - \gamma 30\,(60 - 20\gamma)$$

- Riarrangiando si ha $\pi_M^* = 400\,(3 - \gamma)^2$.
- Notate che π_M^* è decrescente in γ.

(v) A quanto deve ammontare il risparmio sui costi variabili affinché per le imprese 1 e 2 sia conveniente fondersi?

- Come sopra, occorre che i profitti congiunti post-fusione siano maggiori della somma dei profitti delle due imprese pre-fusione: $\pi_M^* > 2\pi_i^*$:

$$400\,(3 - \gamma)^2 \geq 1800 \Rightarrow (3 - \gamma)^2 \geq \frac{9}{2} \Rightarrow (3 - \gamma) \geq \frac{3}{\sqrt{2}}$$

- La soluzione è dunque $\gamma \leq 3 - \frac{3}{\sqrt{2}} = 0.88$.
- Se il risparmio sui costi variabili è sufficientemente alto (γ sufficientemente basso), nell'esempio almeno pari al 12%, allora le imprese hanno convenienza a fondersi.