# Oligopolio: esercizi

giugno 2011

# Testo

## Esercizio 1: Investimenti strategici

L'impresa Ninvendo deve decidere se fare il suo ingresso nel mercato delle console per videogiochi, nel quale, al momento della decisione, opera un unico produttore, l'impresa Somy s.p.a. che soddisfa da sola l'intera domanda di mercato:

$$D: \;\; P = 604 - 2X$$

dove $X$ rappresenta il numero di console. La tecnologia di produzione è caratterizzata dalla seguente funzione di costo:

$$TC(q) = 4X$$

Nella prima fase della sua attività produttiva, la Somy deve decidere se investire una somma pari a 21.000 in una campagna appositamente predisposta a pubblicizzare il nuovo prodotto.

a) A quanto ammontano i payoff delle due imprese nel caso in cui la Ninvendo s.p.a. decida di rimanere fuori dal mercato.

Nel periodo successivo alla decisione in merito alla campagna pubblicitaria, la Ninvendo s.p.a deve decidere se entrare (e sostenere i costi per la campagna pubblicitaria) o meno.

Nella fase seguente, la Somy s.p.a. deve scegliere tra perseguire una politica aggressiva, abbassando il prezzo al costo marginale, o una politica accomodante, competendo con la Ninvendo come due oligopolisti alla Cournot.

b) Rappresentate la situazione mediante un gioco a 3 stadi, avendo cura di specificare il valore dei payoff.

c) In presenza di informazione perfetta, cosa decidono la Somy s.p.a. e la Ninvendo s.p.a.?

d) Come cambierebbe la decisione se l'investimento iniziale fosse pari a 10.000?

## Esercizio 2

In un settore industriale, due imprese competono à la Bertrand determinando i prezzi, producendo un bene omogeneo e avendo capacità produttiva illimitata.

Le funzioni di costo delle imprese sono simmetriche e pari a:

$$TC_i(q_i) = 4q_i \quad \text{con} \quad i = 1, 2$$

La funzione di domanda sul mercato è data da:

$$D: \quad P(Q) = 220 - 2Q \quad \text{con} \quad Q = q_1 + q_2$$

a) Definite cosa si intende per funzione di risposta ottima in tale contesto e determinate analiticamente la generica funzione di risposta ottima della singola impresa.

b) Determinate prezzo e quantità (totale e delle singole imprese) in equilibrio

c) Calcolate i profitti realizzati dalle imprese in equilibrio

Supponete ora che le imprese abbiano una capacità produttiva limitata, indicata con $K_i$, pari a:

$$K_1 = K_2 = 36$$

Supponete inoltre che in consumatori abbiano il seguente comportamento: i consumatori sono informati sul prezzo praticato dalle due imprese e si rivolgono per effettuare i loro acquisti prima all'impresa che offre il prezzo minore.

Si ipotizzi anche che i consumatori con maggiore disponibilità a pagare siano serviti per primi.

d) Trovate il nuovo prezzo e la nuova quantità di equilibrio

e) Dimostrate che il prezzo sopra determinato è l'unico prezzo di equilibrio del mercato

f) Supponete che le imprese possano competere in un primo stadio scegliendo le quantità e in un secondo stadio, date le quantità (capacità produttiva), scegliendo i prezzi.

   Mostrate che nel primo stadio le imprese trovano ottimale dotarsi esattamente della capacità produttiva $K_1 = K_2 = 36$.

## Esercizio 3: collusione

Nel mercato americano delle bevande analcoliche al gusto di cola sono presenti due sole imprese, l'impresa $C$ e l'impresa $P$. Supponete che la funzione di costo totale delle due imprese sia data da $TC_i(q_i) = 2q_i$ con $i = C, P$. Sia data la funzione di domanda di tale industria:

$$D: \ P(Q) = 18 - Q \ \text{ dove } \ Q = q_C + q_P$$

. Qualora le due imprese competano scegliendo la quantità ottimale da produrre alla Cournot, le rispettive funzioni di risposta ottima (funzioni di reazione) sarebbero date da:

$$q_C = 8 - \frac{1}{2} q_P$$

$$q_P = 8 - \frac{1}{2} q_C$$

ed i profitti che le imprese realizzerebbero in equilibrio sarebbero: $\pi_C^* = \pi_P^* = \frac{256}{9}$.

a) Mostrate che qualora le imprese decidessero di colludere, allora entrambe produrrebbero una quantità pari a $q_C^C = q_P^C = 4$ e realizzerebbero profitti pari a: $\pi_C^C = \pi_P^C = 32$.

b) Nel caso in cui l'impresa $P$ decidesse di deviare dall'accordo nel periodo $t$ senza essere scoperta dall'impresa $C$, quali sarebbero la quantità ottimale prodotta da $P$ ed il suo profitto? E quale sarebbe il profitto di $C$?

c) L'impresa $C$ decide di annunciare di adottare una *trigger strategy* in base alla quale l'impresa $C$ tornerebbe a produrre per sempre la quantità di Cournot immediatamente dopo aver scoperto che l'impresa $P$ ha deviato dall'accordo. Calcolate per quale condizione sul tasso di sconto $\delta$ dell'impresa $P$ l'equilibrio collusivo sarebbe sostenibile.

d) Supponete ora che in seguito ad un cambiamento nella gestione dell'impresa $P$, la nuova funzione di costo totale dell'impresa sia data da:

$$TC_P(q_P) = \frac{1}{2} q_P^2$$

mentre la funzione di costo resta invariata per l'impresa $C$. Calcolate il nuovo equilibrio di Cournot

e) Trovate il nuovo equilibrio collusivo

f) Quale sarebbe la quantità prodotta dall'impresa $P$ se deviasse da tale accordo collusivo?

g) Qualora l'impresa $C$ adottasse ancora una *trigger strategy*, come quella annunciata al punto *c)*, per quale valore del tasso di sconto $\delta$ l'impresa $P$ rispetterebbe l'accordo collusivo?

   Date l'intuizione alla base di questo risultato, commentando quanto ottenuto in riferimento al risultato del punto *b*).

## Esercizio 4

Considerate il mercato americano dei produttori di farmaci antipsicotici. Nel 2001 tale mercato si presenta essenzialmente come duopolistico, con le imprese $E$ e $J$ dominatrici del mercato. Supponete che le due imprese competano alla Cournot, e che le rispettive funzioni di costo totale siano rispettivamente pari a:

$$TC_E(q_E) = 10q_E + 100 \quad e \quad TC_J(q_J) = \frac{1}{4}q_J^2$$

. Supponete inoltre che la funzione di domanda di mercato sia $p(Q) = 100 - \frac{1}{2}Q$, dove $Q = q_E + q_J$.

a) Calcolate le funzioni di risposta ottima delle due imprese.

b) rappresentate graficamente le due funzioni di risposta ottima

c) Calcolate prezzo, quantità di equilibrio e profitto delle due imprese

d) le due imprese decidono di colludere: determinate i nuovi valori di equilibrio in termini di prezzo e quantità, e i nuovi profitti delle imprese.

## Esercizio 5

L'impresa Sound è l'unica produttrice italiana di hi-fi di alta qualità. Nel corso dell'anno 2006 una nuova potenziale concorrente, Player, minaccia di entrare nel mercato e di produrre hi-fi in competizione con Sound. Nel caso in cui Player entrasse ($E$) e Sound decidesse di accettare benevolmente l'entrata ($A$), si inizierebbe una competizione alla Cournot, che darebbe ad entrambe profitti pari a 35. Nel caso in cui Player entrasse ($E$) e Sound decidesse di farle la guerra ($G$), producendo tanto e facendo così abbassare notevolmente il prezzo di mercato, i profitti sarebbero pari a 30 per Sound e a 20 per Player. Nel caso in cui Player decidesse di non entrare ($NE$) realizzerebbe profitti nulli, mentre Sound rimarrebbe monopolista con un profitto pari ad 80.

a) Rappresentate l'albero decisionale di questo gioco sequenziale

b) Determinate l'equilibrio prefetto del gioco e spiegate perché Sound non riuscirebbe a minacciare Player, prospettandole una cattiva accoglienza in caso di entrata.

c) Sound ha la possibilità di sostenere un investimento non recuperabile in promozione pubblicitaria, pari a $K = 40$. Tale investimento deve essere sostenuto anche dalla rivale Player nel caso in cui decidesse di entrare e competere con Sound. In tale situazione Sound riuscirebbe a rendere credibile la minaccia di ostacolare l'entrata di Player?

# Soluzioni

## Esercizio 1

a) I profitti della Ninvendo sono nulli, poiché l'impresa non entra.

L'impresa Somy, invece, in questo caso è monopolista.

$$MR = 604 - 4X$$

$$MC = MR \quad \Rightarrow \quad X_S^* = 150$$

$$P^* = 604 - 2 \times 150 = 304$$

I profitti della Somy se è monopolista e non investe in pubblicità ammontano a:

$$\pi_S(NI, NE) = (P - MC) \times X_S = 45.000$$

Se invece investe i profitti sono:

$$\pi_S(I, NE) = 45.000 - 21.000 = 24.000$$

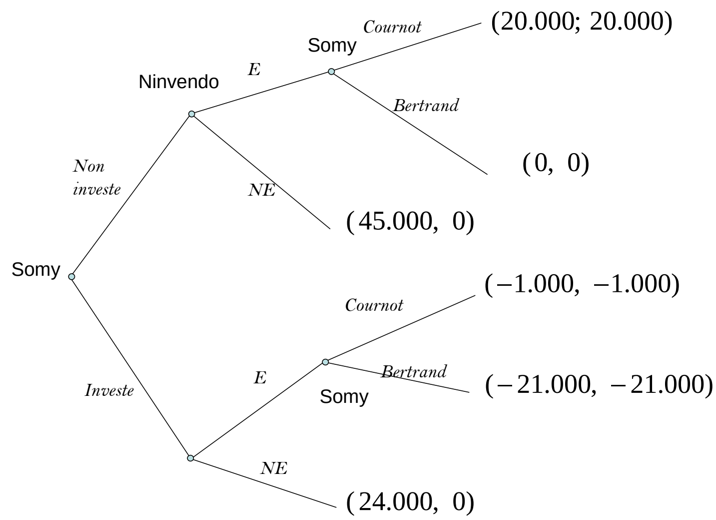


Figura 1: Esercizio 1 b)

b) Nella figura 1 si rappresenta l'albero del gioco a tre stadi: la prima scelta spetta a Somy, che decide se investire o non investire. Nel secondo stadio la Ninvendo sceglie se entrare o non entrare; infine nel terzo stadio la Somy decide se accomodare l'entrata (competere alla Cournot) oppure fare la guerra (competere alla Bertrand).

c) La Somy investe e la Ninvendo non entra.

d) Se l'investimento iniziale è 10.000, in equilibrio la Somy non investe, la Ninvendo entra e la Somy accomoda l'entrata.

La minaccia di fare la guerra non è credibile: se la Ninvendo entra a Somy conviene sempre accomodare l'entrata.

Con l'investimento strategico è possibile che la Somy vincoli in modo irrevocabilmente la propria decisione, raggiungendo l'obiettivo di mantenere fuori dal mercato la potenziale concorrente.

Nel caso precedente, l'investimento era sufficiente a mantenere la Ninvendo fuori dal mercato. In questo caso invece l'investimento iniziale è troppo basso!

## Esercizio 2

1. La funzione di risposta ottima della singola impresa $i$ rappresenta la scelta ottima di prezzo per ogni livello di prezzo scelto dall'impresa $j$.

   In questo caso la funzione di risposta ottima è una spezzata.

   - $p_i^* = p_M$ se $p_j > p_M$
   - $p_i^* = p_j - \varepsilon$ se $MC < p_j \neq p_M$
   - $p_i^* = MC$ se $p_j = MC$

2. In equilibrio $P = MC$: $MC = 4 \Rightarrow \quad P^* = 4$. Dalla curva di domanda:

$$Q = 110 - \frac{1}{2}P = 110 - \frac{1}{2} \times 4 = 108$$

$$Q^* = 108; \quad q_1^* = q_2^* = 54$$

3. In equilibrio i profitti sono nulli.

4. $\bar{Q} = K_1 + K_2 = 72$

   Il prezzo corrispondente alla quantità massima che le imprese possono produrre è:

$$P(K_1 + K_2) = 220 - 2Q = 220 - 2 \times 72 = 76$$

$$q_1 = q_2 = 36$$

5. Per la dimostrazione si veda la dispensa su oligopolio

6. La domanda residua per l'impresa 1 è :

$$D_1^r : P = 220 - 2q_2 - 2q_1$$

$$MR_1 = 220 - 2q_2 - 4q_1$$

In equilibrio, $MR = MC$:

$$220 - 2q_2 - 4q_1 = 4 \quad \Rightarrow \quad R_1(q_2) : q_1^*(q_2) = 54 - \frac{1}{2}q_2$$

Poiché le imprese sono simmetriche, $q_1 = q_2 = q$:

$$q^* = 54 - \frac{1}{2}q^* \quad \Rightarrow q_1 = q_2 = 36$$

## Esercizio 3

a) Le imprese sono simmetriche, quindi per trovare la quantità prodotta è sufficiente trovare l'equilibrio per un singolo monopolista e poi dividere per il numero delle imprese.

$$D : P = 18 - Q$$

$$MR = 18 - 2Q$$

$$MR = MC \quad \Rightarrow \quad Q^* = 8 \quad \Rightarrow q_1^{Coll} = q_2^{Coll} = 4$$

$$P = 18 - 8 = 10 \quad \Rightarrow \pi_1^{Coll} = \pi_2^{Coll} = 32$$

b)

$$R_P(q_C) : q_P = 8 - \frac{1}{2}q_C$$

$$q_C^{Coll} = 4$$

$$q_P^{NC|C} = 8 - \frac{1}{2}q_C^{Coll} = 6$$

$$Q^{NC|C} = 10 \quad \Rightarrow \quad P^{NC|C} = 18 - 10 = 8$$
$$\pi_P^{NC|C} = (8-2) \times 6 = 36$$
$$\pi_C^{C|NC} = (8-2) \times 4 = 24$$

c) Il valore attuale della collusione in ogni periodo per l'impresa P è il valore presente scontato del profitto che ottiene in collusione in ogni periodo:

$$V_P^C = \frac{1}{1-\delta} \times 32$$

Il valore attuale dei profitti derivanti dalla deviazione nel primo periodo sono dati dal profitto che l'impresa $P$ ottiene nel momento in cui devia dalla collusione più il valore attuale dei profitti che l'impresa $P$ si aspetta di ottenere dal periodo successivo alla deviazione in poi:

$$V_P^{NC} = 36 + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{256}{9}$$

L'impresa $P$ collude nel periodo corrente se:

$$V^C > V^{NC}$$

Ovvero, risolvendo la disequazione, collude se $\delta > \dfrac{9}{17}$.

d) Per quanto riguarda l'impresa $C$ nulla è cambiato per cui la funzione di reazione rimane quella iniziale.

Cambia invece la funzione di risposta ottima dell'impresa $P$:

$$D_P^r : P = 18 - q_C - q_P$$

$$MR_P = 18 - q_C - 2q_P$$

$$MR_P = MC_P \quad \Rightarrow R_P(q_C) : q_P^*(q_C) = 6 - \frac{1}{3}q_C$$

Per trovare l'equilibrio risolvo il sistema composto dalle due funzioni di reazione:

$$q_C^{NC} = 6; \quad q_P^{NC} = 4; \quad Q = 10; \quad P = 8$$

I profitti per le due imprese sono:

$$\pi_P^{NC|NC} = Pq_P - TC_P = 24$$

$$\pi_C^{NC|NC} = 36$$

e) Per trovare le quantità prodotte in collusione da due imprese asimmetriche si deve massimizzare rispetto alle quantità prodotte da ciascuna impresa la funzione del profitto totale:

$$\Pi = \pi_C + \pi_P = (18 - q_C - q_P)(q_C + q_P) - 2q_C - \frac{1}{2}q_P^2$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_C} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2q_C + 2q_P - 16 = 0$$
$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_P} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2q_C + 3q_P - 18 = 0$$

Risolvendo il sistema otteniamo:

$$q_P^{C|C} = 2; \quad q_C^{C|C} = 6 \quad Q^C = 8 \quad P^C = 10$$

$$\pi_C^{C|C} = 48$$

$$\pi_P^{C|C} = 18$$

f) Se l'impresa $P$ deviasse:

$$R_P(q_C) : q_P^*(q_C) = 6 - \frac{1}{3}q_C^{C|C} = 4$$

$$Q = q_P^{NC|C} + q_C^{C|NC} = 10 \quad \Rightarrow \quad P = 8$$

$$\pi_P = 24$$

g) Il valore attuale dalla collusione per l'impresa $P$ è:

$$V_P^C = \frac{1}{1-\delta} \times 18$$

Il valore attuale dei profitti derivanti dalla deviazione è:

$$V_P^{NC} = 24 + \frac{\delta}{1-\delta}24$$

L'impresa $P$ decide di colludere se:

$$V^C > V^{NC}$$

Nessun valore di $\delta$ induce l'impresa $P$ a colludere. Infatti, se collude ottiene un profitto inferiore a quello che otterrebbe concorrendo liberamente alla Cournot.

## Esercizio 4

a) Funzione di risposta ottima per l'impresa $E$:

$$D_E^r : P = 100 - \frac{1}{2}q_J - \frac{1}{2}q_E$$

$$MR_E = 100 - \frac{1}{2}q_J - q_E$$

$$MR_E = MC_E \quad \Rightarrow \quad 100 - \frac{1}{2}q_J - q_E = 10$$

$$R_E(q_J) : q_E^*(q_J) = 90 - \frac{1}{2}q_J$$

Per l'impresa $J$:

$$MR_J = 100 - \frac{1}{2}q_E - q_J$$

$$MR_J = MC_J \quad \Rightarrow \quad 100 - \frac{1}{2}q_E - q_J = \frac{1}{2}q_J$$

$$R_J(q_E) : q_J^*(q_E) = \frac{200}{3} - \frac{1}{3}q_E$$

b)

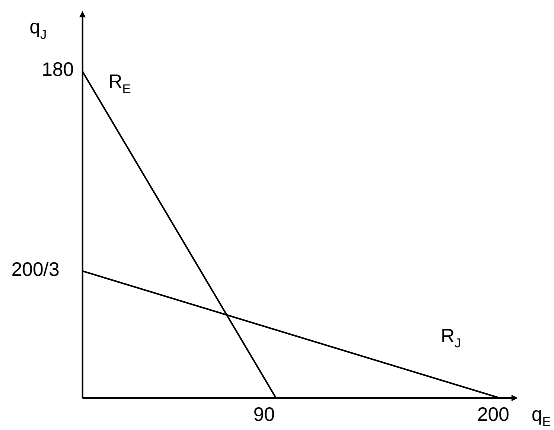


Figura 2: Esercizio 4b

c) Per trovare l'equilibrio, risolviamo il sistema formato dalle due funzioni di reazione.

$$q_J^* = 44; \quad q_E^* = 68 \quad Q^* = 112 \quad P = 100 - \frac{1}{2}Q = 44$$

$$\pi_E = Pq_E - TC_E = 2.212; \quad \pi_J = Pq_J - TC_J = 1.452$$

d) Devo massimizzare la funzione del profitto congiunto rispetto alle quantità prodotte dalle due imprese:

$$max\Pi = max(\pi_J + \pi_E)$$

$$\Pi = \left(100 - \frac{1}{2}q_E - \frac{1}{2}q_J\right)(q_E + q_J) - 10q_E - 100 - \frac{1}{4}q_J^2$$

Derivando rispetto a $q_E$ e $q_J$:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_E} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_E + q_J = 90$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_J} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2} q_J + q_E = 100$$

Risolvendo il sistema:

$$q_J = 20; \quad q_E = 70 \quad Q = 90 \quad P = 55$$

$$\pi_E = Pq_E - TC_E = 3.050$$

$$\pi_J = Pq_J = TC_J = 1.000$$

## Esercizio 5

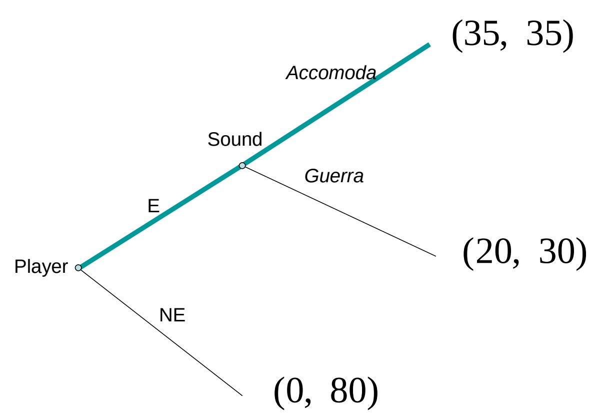


Figura 3: Esercizio 5a

a) Vedi Figura 3

b) Player entra e Sound accomoda: la minaccia non è credibile, perché se Player entra a Sound conviene accomodare.

c) La minaccia diventa credibile.

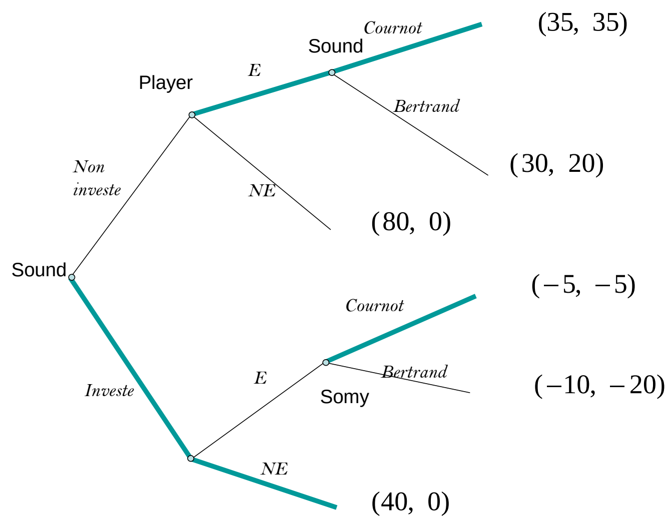


Figura 4: Esecizio 5c