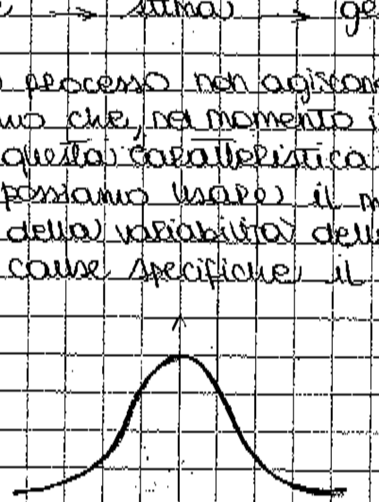
Le caratteristiche qualitative (parametri tecnici) nel tempo si comportano con una certa VARIABILITA'

In sede progettuale bisogna capire se la variabilità associata al progetto è adeguata alle nostre esigenze.

Necessitiamo quindi di tecniche statistiche per stimarla, la stima si basa su una GESTIONE DEL RISCHIO per questo si lavora con delle stime a cui è legato un valore di rischio accettabile. I valori di rischio devono essere molto bassi per le caratteristiche qualitative strategicamente importanti.

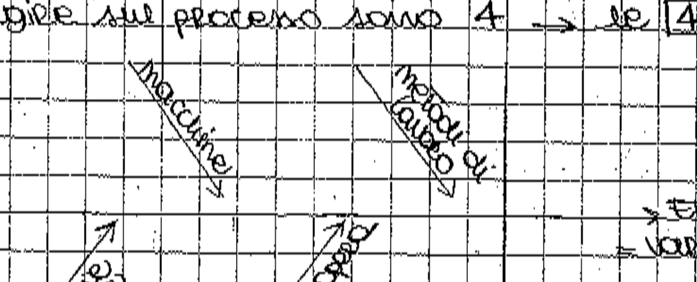
progettazione → stima → gestione del rischio

Se su un dato processo non agiscono cause specifiche, ma solo CAUSE COMUNI, allora sappiamo che, nel momento in cui verrà acceso il processo, la variabilità di questa caratteristica qualitativa sarà la stessa presente in natura, cioè possiamo usare il modello della CURVA NORMALE come modello preciso della variabilità della caratteristica qualitativa all'ingresso.
Se non agiscono cause specifiche il processo è SOTTO CONTROLLO



CAUSE COMUNI → DIAGRAMMA di ISHIKAWA o DIAGRAMMA CAUSA-EFFETTO

Se l'effetto è la variabilità sul processo allora le COMMON CAUSES che possono interagire sul processo sono 4 → le $\boxed{4M}$

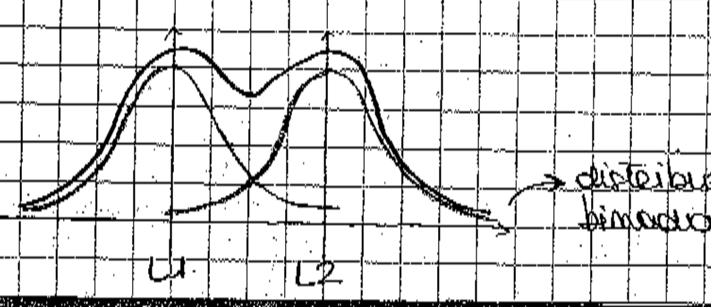


→ MACCHINE: manutensione, fisiologicamente la risposta della tecnologia è variabile

→ MANODOPERA: HR formate, il training ha una variabilità

Se non esistono cause secondarie specifiche la variabilità può essere rappresentata da una normale.

Nel caso ci siano 2 fornitori di materie prime con due diversi livelli di qualità: $L1 \neq L2$:

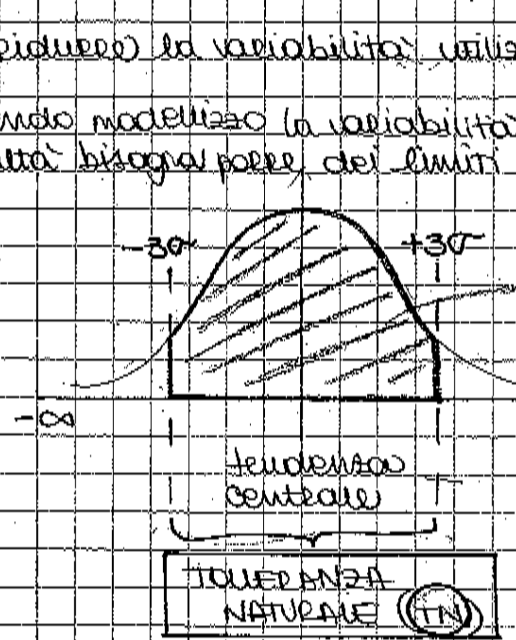


→ quanto più u_1 si avvicina a 1,2 tanto più le distribuzioni saranno asimmetriche.

Per sapere se esistono cause specifiche:
- misurare valori della caratteristica qualitativa
- se la distribuzione è normale possiamo escludere la loro presenza a meno che ce ne siano più di una e si compensino fra loro

Per ridurre la variabilità utilizziamo Ishikawa

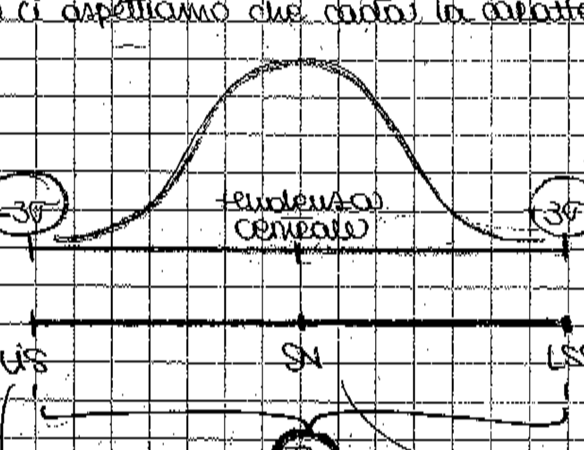
Quando modellizzo la variabilità costruisco la curva da $-\infty$ a $+\infty$ ma nella realtà bisogna porre dei limiti (da -3σ a $+3\sigma$) [σ = dev. std]



→ PROBABILITÀ = 99,73%

→ in quel range di variabilità cadranno il 99,73% dei nostri prodotti
↓
lo 0,27% rimarrà fuori da quel range di probabilità

SPECIFICHE TECNICHE → (TP) (Tolleranze di progetto): intervalli all'interno dei quali ci aspettiamo che cada la caratteristica del prodotto

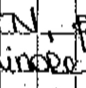


$$\left[\frac{TP}{TN} = 1\right]$$

LSS → limite superiore della specifica

più TP eccede TN, più il mio processo produce meno difettosità
→ se TN è minore si restringe la curva $\frac{TP}{TN} > 1$

Quando si parla di VARIABILITÀ DI UN PROCESSO PRODUTTIVO bisogna tenere conto di:

1) FORMA:  → il processo è sotto controllo

2) TENDENZA CENTRALE: media → $\boxed{\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i}$

N = n° di prodotti che saranno realizzati dal processo nel suo ciclo di vita, popolazione dei prodotti che realizzerò con quell'impianto se poniamo $\mu = SN$ il processo è accurato, è centrato

3) DISPERSIONE della caratteristica qualitativa intorno alla tendenza centrale

deviazione standard → $\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}}$ (la radice serve x avere μ e σ con uguale unità di misura)

Ex. $\mu = 10$ cm $\sigma = 1$ cm range: $7 \leftrightarrow 13$

PROBLEMA: non possiamo sapere a quanto ammontano i pezzi prodotti dall'impianto durante il suo ciclo di vita (N)

↓

In ambito industriale non conosciamo μ e σ, i parametri della variabilità; normalmente si lavora con dei loro stimatori cioè $\bar{x}$ e S, che si poggiano su un campione di n pezzi fatti

Quanto questi stimatori sono rappresentativi della popolazione? C'è una correlazione fra stimatori e parametri?
lo stimatore può essere più o meno preciso ma è comunque uno stimatore corretto

→ $\bar{x}$ e S sono corretti per il TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE (TLC): le medie ($\bar{x}_i$) estratte da una popolazione anche non normale tendono a distribuirsi secondo una normale all'aumentare della dimensione campionaria ($\uparrow n$)

Supponiamo k campioni, la media delle medie ($\bar{\bar{x}}$) sarà:

$$\boxed{\bar{\bar{x}} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\bar{x}_i \cong \mu}$$

all'aumentare di n tenderà a μ

la deviazione standard delle medie ($\sigma_{\bar{x}}$) sarà:

$$\boxed{\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})} \cong \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

tenderà a $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Quando io estraggo un campione e ne calcolo la media, qualsiasi media estraggo ho centrato il bersaglio

$$\boxed{\bar{\bar{x}} \cong \mu} \quad \text{per } n \to N$$

bisogna vedere con quale precisione:

all'aumentare di n $\boxed{\sigma_{\bar{x}} \cong \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ la dispersione diminuisce

Quando opero con delle medie campionarie so che sono stimatori corretti

TECNICHE DI STIMA _ Test delle Ipotesi
- determinare le ipotesi di lavoro 1
- verificare le ipotesi attraverso procedimenti sperimentali 2
- analizzare il rischio che si ha nel tenere valide le ipotesi determinate (analisi del rischio che deriva dalla validità delle ipotesi) 3

Noi costruiamo dei campioni di prodotto su cui verifichiamo l'ipotesi che le nostre caratteristiche siano migliori di quelle proposte dal mercato. Le ipotesi si riferiscono alla progettazione delle caratteristiche qualitative del nostro prodotto (la nostra è migliore delle preesistenti)

Verifico la validità attraverso l'analisi campionaria $n \rightarrow \bar{x}, S$
la popolazione prodotta è rappresentata dal valore di benchmark con cui mi confronto

ANALISI DEL RISCHIO → gli stimatori servono a collegare la percezione di validità a un rischio

1 In ambito industriale si hanno due forme per esprimere ipotesi:

(H_0) IPOTESI NULLA: non vale niente perché è espressa attraverso un'uguaglianza $\mu = \mu_0$

→ dal campione che estraggo la tendenza centrale della mia produzione (μ) è pari a un valore di riferimento (μ_0)

Questa ipotesi comporta 2 tipi di errore:
- ERRORE DI TIPO PRIMO: corrisponde alla probabilità che si ha nel momento in cui rifiuto H_0 quando questa ipotesi è vera.
  → livello di rischio (α) → rifiuto di H_0 che in realtà è VERA
- ERRORE DI TIPO SECONDO: corrisponde alla probabilità che si ha nel momento in cui accetto H_0 quando però questa è falsa
  → livello di rischio (β)

α e β sono due probabilità che misurano il rischio:
- rifiuti H_0 ma hai α probabilità che sia vera → POTENZA DEL TEST
- accetti H_0 ma hai β probabilità che sia falsa → SIGNIFICATIVITÀ

Se l'ipotesi nulla è a me favorevole l'errore peggiore sarà quello di tipo 2

Si rifiuta H_0 in favore di ipotesi alternative (H_a) che sono di 3 tipi:

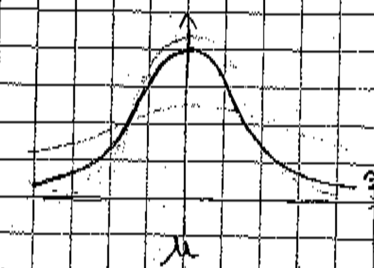
$\boxed{H_{a1}} \rightarrow \mu \neq \mu_0$ TEST BIDIREZIONALI: non mi interessa se è > o <

$\boxed{H_{a2}}, \boxed{H_{a3}} \rightarrow \mu > \mu_0, \mu < \mu_0$ TEST UNIDIREZIONALE rifiuto H_0 a favore di $\mu > \mu_0$ o di $\mu < \mu_0$

2 Quando devo verificare l'ipotesi sperimentalmente mi trovo davanti a una variabile $y(\mu, \sigma)$ che non conosco
↓
prendo un campione $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ e calcolo $\bar{y}$ e S

→ se volessi costruire la distribuzione t avrei $t = \dfrac{\bar{y} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

per il teorema del limite centrale avrò:



$z(y): N(\mu,\sigma)$
↳ parametri

alla variazione di quel parametro tenderanno a stringersi attorno a z

Più n aumenta, più questa distribuzione t tende a z, che è la distribuzione normale della popolazione ($\uparrow n: t \to z$)

GRADI DI LIBERTÀ (ν) $\boxed{\nu = n-1}$
→ all'aumentare del grado di libertà, t tende a z

3 Supponiamo di conoscere la distribuzione t in base ai gradi di libertà (ν tab), se il valore sperimentale si allontana dalla tendenza centrale statisticamente siamo portati a rifiutare H_0 a favore di un'alternativa (H_{a1} o H_{a2} o H_{a3}) sulla base di un rischio (α) che è pari all'area che ho sulle code

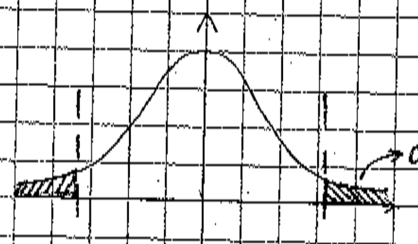


TABELLE
$(t_{\alpha,\nu})$

Ci sono delle tabelle che, in base ai gradi di libertà e del livello di rischio che voglio prendere quando rifiuto H_0, mi determinano la REGIONE CRITICA

Se sperimentalmente vado a finire nella regione critica allora vuol dire che sono andata molto lontano da μ e che sono portata a rifiutare H_0
→ più ci allontaniamo da μ più il rischio diminuisce

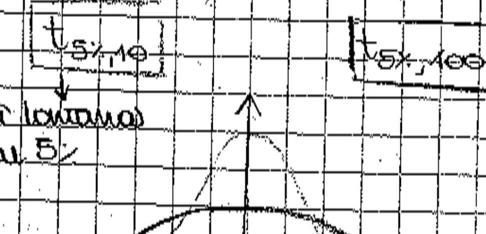
$$\boxed{t^* = \frac{\bar{y}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}$$

→ se t^* è nella regione critica siamo portati a rifiutare

→ se il rischio aumenta, la regione critica si stringe

EX. $\boxed{t_{5\%,10}}$ → più lontano dal 5%

$\boxed{t_{5\%,100}}$ → più spanciata



Supponiamo di voler verificare $H_{a1} \Rightarrow \mu \neq \mu_0$

qual è il valore di z che lascia alle code un valore del 5%?

$z_{5\%} = 1,96$

$\mu \pm 3\sigma$ 99,73%
$\mu \pm 1,96\sigma$ 95%