TECNICHE DI STIMA _ Test delle Ipotesi

- determinare le ipotesi di lavoro 1
- verificare le ipotesi attraverso procedimenti sperimentali 2
- analizzare il rischio che si ha nel tenere valide le ipotesi determinate (analisi del rischio che deriva dalla validità delle ipotesi) 3

Noi costruiamo dei campioni di prodotto su cui verifichiamo l'ipotesi che le nostre caratteristiche siano migliori di quelle proposte dal mercato. Le ipotesi si riferiscono alla progettazione delle caratteristiche qualitative del nostro prodotto (la nostra è migliore delle preesistenti)

Verifico la validità attraverso l'analisi campionaria $n \rightarrow \bar{x}, S$
La popolazione prodotta è rappresentata dal valore di benchmark con cui mi confronto

ANALISI DEL RISCHIO → gli stimatori servono a collegare la percezione di validità a un rischio

1 In ambito industriale si hanno due forme per esprimere ipotesi:

(H_0) IPOTESI NULLA: non vale niente perchè è espressa attraverso un'uguaglianza $\mu = \mu_0$

→ dal campione che estraggo la tendenza centrale della mia produzione (μ) è pari a un valore di riferimento (μ_0)

Questa ipotesi comporta 2 tipi di errore:

- ERRORE DI TIPO PRIMO: corrisponde alla probabilità che si ha nel momento in cui rifiuto H_0 quando questa ipotesi è vera
  → livello di rischio (α) → rifiuto di H_0 che in realtà è VERA
- ERRORE DI TIPO SECONDO: corrisponde alla probabilità che si ha nel momento in cui accetto H_0 quando però questa è falsa
  → livello di rischio (β)

α e β sono due probabilità che misurano il rischio:

- rifiuti H_0 ma hai α probabilità che sia vera → POTENZA DEL TEST
- accetti H_0 ma hai β probabilità che sia falsa → SIGNIFICATIVITÀ

Se l'ipotesi nulla è a me favorevole l'errore peggiore sarà quello di tipo 2

Si rifiuta H_0 in favore di ipotesi alternative (H_a) che sono di 3 tipi:

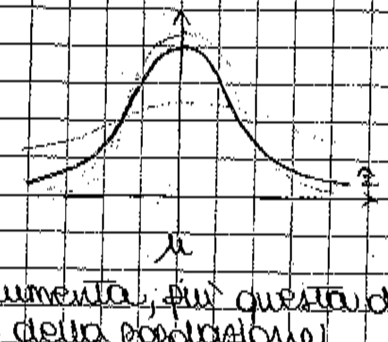
$\boxed{H_{a1}} \rightarrow \mu \neq \mu_0$ TEST BIDIREZIONALI: non mi interessa se è > o <

$\boxed{H_{a2}}, \boxed{H_{a3}} \rightarrow \mu > \mu_0, \mu < \mu_0$ TEST UNIDIREZIONALE rifiuto H_0 a favore di $\mu > \mu_0$ o di $\mu < \mu_0$

2 Quando devo verificare l'ipotesi sperimentalmente mi trovo davanti a una variabile $y(\mu, \sigma)$ che non conosco
↓
prendo un campione $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ e calcolo $\bar{y}$ e S

→ se volessi costruire la distribuzione t avrei $t = \dfrac{\bar{y} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

per il teorema del limite centrale avrò:



$z(y): N(\mu, \sigma)$
↳ parametri

alla variazione di quel parametro tenderanno a stringersi attorno a z

Più n aumenta, più questa distribuzione t tende a z, che è la distribuzione normale della popolazione ($\uparrow n: t \to z$)

GRADI DI LIBERTÀ (ν) $\boxed{\nu = n-1}$
→ all'aumentare del grado di libertà, t tende a z

3 Supponiamo di conoscere la distribuzione t in base ai gradi di libertà (ν tab), se il valore sperimentale si allontana dalla tendenza centrale statisticamente siamo portati a rifiutare H_0 a favore di un'alternativa (H_{a1} o H_{a2} o H_{a3}) sulla base di un rischio α che è pari all'area che ho sulle code

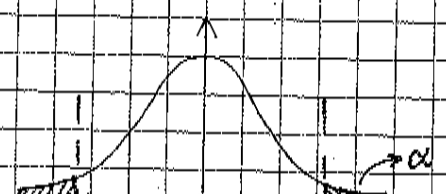


TABELLE
(t_{α}, ν)

Ci sono delle tabelle che in base ai gradi di libertà e del livello di rischio che voglio prendere quando rifiuto H_0, mi determinano la REGIONE CRITICA

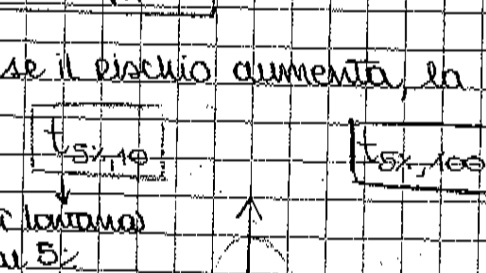
Se sperimentalmente vado a finire nella regione critica allora vuol dire che sono andata molto lontano da μ e che sono portata a rifiutare H_0
→ più ci allontaniamo da μ più il rischio diminuisce

$$\boxed{t^* = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}$$

→ se t^* è nella regione critica siamo portati a rifiutare

→ se il rischio aumenta, la regione critica si stringe

EX $\boxed{t_{5\%,10}}$ $\boxed{t_{5\%,100}}$ → più spanciata
↓
più lontana dal 5%



Supponiamo di voler verificare $H_{a1} \Rightarrow \mu \neq \mu_0$

qual è il valore di z che lascia alle code un valore del 5%?

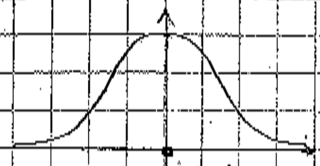
$z_{5\%} = 1,96$

$\mu \pm 3\sigma$ 99,73%
$\mu \pm 1,96\sigma$ 95%

RISPOSTA: t^* non è nella regione critica quindi non possiamo dire nulla ma possiamo scegliere un livello di rischio tale per cui posso rifiutare l'ipotesi critica a favore di un'altra.
In sede di design review il livello di rischio che dovrà essere garantito è del 2,5% perché è il livello più vicino per cui t^* si trova nella regione critica e la produzione sarà dunque più performante di 25m.

(ripasso test delle ipotesi) 19.10.11

Il TEST delle IPOTESI serve a verificare qual è il livello di rischio quando mi confronto con una determinata prestazione o parametro fisso



Ci confrontiamo con un valore di riferimento μ_0, attraverso le statistiche a nostra disposizione $\bar{x}$ e S

$\to \mu_0 \to$ valore di riferimento

1. definisco le ipotesi: $(H_0) \to \mu = \mu_0$

2. effettuo analisi sperimentale e calcolo $\bar{x}$ e S
→ se la distanza dei valori da μ è grande posso pensare di rifiutare questa ipotesi a favore di un'alternativa.
(sono talmente lontano da pensare che con un certo rischio posso optare per un'ipotesi alternativa)

$$(H_a) \to \begin{cases} \mu \neq \mu_0 \\ \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \end{cases}$$

Mi costruisco una $t^* = \dfrac{\bar{x} - x_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

$y \sim N(\mu, \sigma)$ $\qquad x = \dfrac{y-\mu}{\sigma} \to$ cambio di variabile

$$\downarrow$$

$$X \sim N(0,1) \qquad [\mu_0 - \mu = 0]$$

di questa si conosce tutto, se t^* è vicino non scarto H_0, se t^* è molto lontano dal riferimento allora si può dire che scarto H_0 a favore di un'ipotesi alternativa

$$S = \sqrt{\boxed{\frac{1}{n-1}} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

→ dà una misura più corretta rispetto a $\frac{1}{n}$

GdL (Gradi di Libertà)
$\nu = n-1$

varianza VAR $= \dfrac{\boxed{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}}{n-1}$ → devianza DEV $\qquad$ VAR $= \dfrac{\text{DEV}}{\text{GdL}}$

Conosco tutto anche di una serie di distribuzioni t che variano a seconda dei gradi di libertà (ν).

$$t = \frac{\mu - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

più aumentano i gradi di libertà più le curve si avvicineranno alla distribuzione normale

$n \to N \Rightarrow N(0;1)$

bassi → curve spanciate
alti → sempre più vicino alla normale standardizzata

(α) è il rischio che devo sopportare nel momento in cui rifiuto H_0

$\left|t^{CR}_{\nu,\alpha}\right|$ → delimito la REGIONE CRITICA

per rifiutare H_0 devo ragionare sul fatto che t^* debba finire il più lontano possibile, sulla coda della regione critica

- se $t^* > t^{CR}$: sono portata a rifiutare H_0 in favore di H_a ($\mu > \mu_0$)
- se $t^* < -t^{CR}$: sono portata a rifiutare H_0 in favore di H_a ($\mu < \mu_0$)
- se $t^* \notin$ regione critica: statisticamente non posso dire nulla, ma sapendo che t^{CR} dipende da ν e da α posso vedere se, facendo variare α (ν è costante) riesco a far cadere t^* nella regione critica
  → devo aumentare α per poter dire qualcosa statisticamente

ANOVA - ANalysis Of VAriance

L'ANOVA è la prosecuzione della tecnica del test delle ipotesi ed è dedicata al confronto fra due o più opzioni tecnologiche rispetto alla prestazione in esame

Ex opzioni tecnologiche → benzina A, B o C
prestazioni → km/l

L'analisi delle varianze mi consente di prevedere quale opzione tecnologica massimizza la prestazione oggetto di studio. Per scegliere l'opzione migliore NON si usa la μ perché sto campionando: la media campionaria cade nell'intorno della media della popolazione ma si distribuisce secondo una normale.

$\bar{x}_A$ $\bar{x}_B$
S_A S_B — devo confrontarli per capire quale mi porterà una prestazione migliore

↓

maggiore complessità

Si confrontano $\bar{x}_A, S_A$ e $\bar{x}_B, S_B$ → due analisi campionarie

A B C	→ SOLUZIONI TECNOLOGICHE	→ PARAMETRO PRESTAZIONALE

→ $\bar{x}_A$ $\bar{x}_B$ $\bar{x}_C$
S_A S_B S_C

più opzioni tecnologiche
(trattamenti o livelli)

L'ANOVA risponde alla domanda: "quale delle opzioni tecnologiche impatta maggiormente (= più favorevolmente) sul parametro prestazionale?"

PRESTAZIONE da MISURARE

A	B	C
R_A	R_B	R_C
$\bar{x}_{R_A}$	$\bar{x}_{R_B}$	$\bar{x}_{R_C}$
S_{R_A}	S_{R_B}	S_{R_C}

(p) opzioni
$\boxed{j} = 1, 2, \dots p$

per ogni opzione ho (n) REPLICAZIONI
$\boxed{i} = 1, 2, \dots n$

da tutte le replicazioni posso avere $\bar{\bar{x}}$ (la media delle medie)

L'ipotesi nulla (H_0) è $\boxed{\mu_A = \mu_B = \mu_C}$

(H_a) è solo una: $\boxed{\mu_A \neq \mu_B \neq \mu_C}$ → ANOVA non consente altre ipotesi alternative ($>$ o $<$)

se $\bar{x}_{R_A} > \bar{x}_{R_B}$: l'opzione A ha un impatto sul parametro prestazionale maggiore di quello dell'opzione B

$\bar{x}_{R_A}$ → stimatore di μ_A

$$\boxed{\text{VARIANZA} = \frac{\text{DEVIANZA}}{\text{GRADI DI LIBERTA'}}}$$

Questa tecnica prevede 3 tipologie di VARIANZA:

- TOTALE (VAR_{TOT}): mette in relazione tutti gli x_{ji} rispetto alla media delle medie $\bar{\bar{x}}$
- TRA (VAR_{TRA}): tra le opzioni, mette in relazione le medie $\bar{x}_j$ e la media delle medie $\bar{\bar{x}}$
- ENTRO (VAR_{ENTRO}): mette in relazione tutti gli x_{ij} rispetto alle medie delle opzioni $\bar{x}_j$

$$DEV_{ENTRO} = DEV_{TOT} - DEV_{TRA}$$

$$\boxed{DEV_{TOT} = DEV_{ENTRO} + DEV_{TRA}}$$

DEVIANZA

1. TOTALE (DEV_{TOT}): è su tutto, numero di replicazioni -1 ($GdL = n-1$)

$$\boxed{DEV_{TOT} = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{n_j} \left(x_{ij} - \bar{\bar{x}}\right)^2}$$

- TRA (DEV_{TRA}) → GdL = $p-1$

$$\boxed{DEV_{TRA} = \sum_{j=1}^{p} n_j \left(\bar{x}_j - \bar{\bar{x}}\right)^2}$$

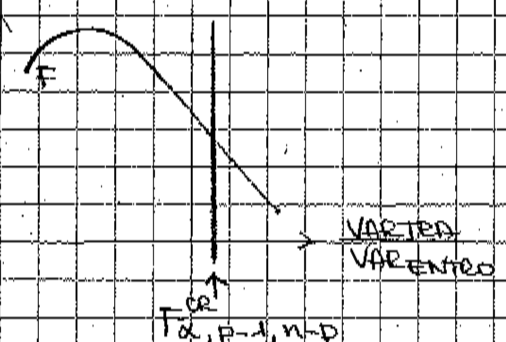
non è detto che per ogni opzione si abbia lo stesso numero di replicazioni

- ENTRO (DEV_{ENTRO}) → GdL = $n-p$

$$\boxed{DEV_{ENTRO} = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{n_j} \left(x_{ij} - \bar{x}_j\right)^2}$$

$$VAR_{TRA} = \frac{DEV_{TRA}}{p-1}$$

$$VAR_{ENTRO} = \frac{DEV_{ENTRO}}{n-p}$$



Ho una DISTRIBUZIONE di FISHER (F) che descrive la probabilità P che ho nell'accettare Ho, più vado in fondo più posso pensare di scartare Ho in favore di Ha, pur avendo il mio rischio α

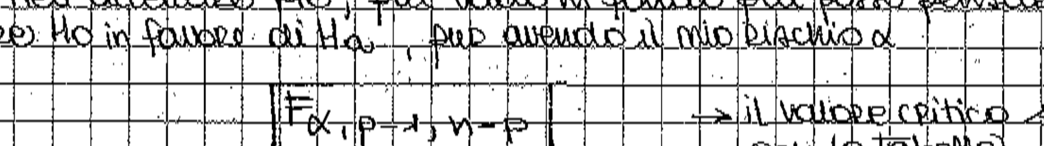
$$\boxed{F_{\alpha, p-1, n-p}}$$ → il valore critico si trova con le tabelle

posso confrontare il mio valore critico di F con il mio F* determinato sperimentalmente:

$$\boxed{F^* = \frac{VAR_{TRA}}{VAR_{ENTRO}}}$$

se F* è nella regione critica allora statisticamente dico che con questo rischio α rifiuterò H_0 in favore di H_a.
Se questo non succede, l'unico parametro che posso modificare è α.
→ più α aumenta, più il valore di F critico diminuisce

SERCIZIO ANOVA



OBIETTIVO: calcolare $F^* = \frac{VAR_{TRA}}{VAR_{ENTRO}}$

$H_0 \Rightarrow \mu_A = \mu_B$

$H_a \Rightarrow \mu_A \neq \mu_B$

$\alpha = 5\%$

CONSUMO

	A	B
	R_A	R_B
	20	16
	23	17
	23	24

opzioni $p=2$

replicazioni $n=6$

$\bar{x}_{R_A} = 22$ $\qquad \bar{x}_{R_B} = 19$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{22+19}{2} = 20,5$$

$\rightarrow VAR_{TOT} = \frac{DEV_{TOT}}{n-1} = \frac{DEV_{TOT}}{5}$

$$DEV_{TOT} = \sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\bar{\bar{x}})^2 = (20-20,5)^2 + (23-20,5)^2 + (23-20,5)^2 +$$

$$+ (16-20,5)^2 + (17-20,5)^2 + (24-20,5)^2 = 57,5$$

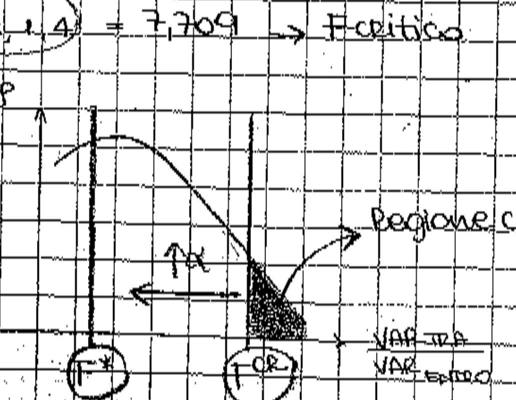
$\rightarrow VAR_{TRA} = \frac{DEV_{TRA}}{p-1} = \frac{DEV_{TRA}}{1}$

$$DEV_{TRA} = \sum_{j=1}^{p} n_j(\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2 = 3(22-20,5)^2 + 3(19-20,5)^2 = 13,5$$

$\rightarrow DEV_{ENTRO} = DEV_{TOT} - DEV_{TRA} = 57,5 - 13,5 = 44$

$$F^* = \frac{\frac{DEV_{TRA}}{GdL}}{\frac{DEV_{ENTRO}}{GdL}} = \frac{\frac{13,5}{1}}{\frac{44}{4}} = \frac{13,5}{11} = \boxed{1,227}$$

$F^{CR}_{5\%,1,4} = 7,709 \rightarrow$ F critico



F^* non cade nella regione critica, non posso far nulla se non determinare quell' F^{CR} tale per cui F^* cade nella regione critica

↓

determinare un nuovo livello di rischio α)

Se posso dire che H_0 è rifiutabile: $\mu_A \neq \mu_B \rightarrow$ scelgo l'opzione con media maggiore:

$\bar{x}_{R_A} > \bar{x}_{R_B}$

ESERCITAZIONE ANOVA

$\alpha = 1\%$

DUREZZA

A	B
2,7	2,2
2,8	2,1
2,9	2,2
2,5	2,3
2,6	2,1
2,7	2,2
2,8	2,3
	2,6
$\bar{x}_{R_A} = 2,714$	$\bar{x}_{R_B} = 2,25$

$\bar{\bar{x}} = 2,48$

$\rightarrow DEV_{TOT} = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{n} \left(x_{ij} - \bar{\bar{x}}\right)^2 = 1,096$

$\rightarrow DEV_{TRA} = \sum_{j=1}^{p} n_j \left(\bar{x}_j - \bar{\bar{x}}\right)^2 = 7\left(2,714 - 2,48\right)^2 + 8\left(2,25 - 2,48\right)^2 =$

$= 0,806$

$\rightarrow DEV_{ENTRO} = 1,096 - 0,806 = 0,29$

$$F^* = \frac{\frac{0,806}{1}}{\frac{0,29}{13}} = 36,13$$

$F^{CR}_{1\%, 1, 13} = 9,074 \qquad F^* > F^{CR}$

F^* cade nella regione critica, rifiutiamo H_0. $\bar{x}_{R_A} > \bar{x}_{R_B}$: l'opzione A è la migliore

Il fatto che F^* si sposti lontano dipende da quanto sono lontane le medie dalla media delle medie (VAR_{TRA})

Paola

Esercitazione ANOVA (ANalysis Of VAriance)

Si stanno provando due nuove resina (nel seguito resina A e resina B) per la realizzazione del guscio di una nuova pallina da golf con prestazioni migliori rispetto a quelle già in commercio.
Scopo dei test è verificare le proprietà di durezza fornite al guscio della pallina dalle due diverse resine. Cioè capire qual è la miglior resina secondo il criterio: la migliore è quella che dà alla pallina una maggiore resistenza.

Poiché le prove sono di carattere distruttivo in quanto il test di carico si basa sulla determinazione della pressione di rottura del guscio, il team di progetto ha commissionato al laboratorio la realizzazione di 8 esemplari di pallina con la resina A e 8 con la resina B.
La quantità di resina di tipo A a disposizione del laboratorio ha consentito la realizzazione di solo 7 esemplari di palline anziché di 8.
Tutte le palline sono state sottoposte al test di carico.
La seguente tabella riporta i risultati del test.

Test di carico	Resina A Durezza (x10 bar)	Resina B Durezza (x10 bar)
1	2,7	2,2
2	2,8	2,1
3	2,9	2,2
4	2,5	2,3
5	2,6	2,1
6	2,7	2,2
7	2,8	2,3
8	---	2,6

Il team di lavoro ha avuto l'incarico di verificare le prestazioni delle due resine assumendo un livello di rischio pari all'1%. Livelli di rischio maggiori dovranno essere validati in sede Design Review.

Effettuare l'Analisi del Rischio sulla base dei risultati ottenuti.

DISTRIBUZIONE DELLA F DI FISHER

P = 0,05

GDEN \ NUM →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	25	30	40	50	100
1	161,446	199,499	215,707	224,583	230,160	233,986	236,767	238,884	240,543	241,882	243,905	245,363	246,466	247,324	248,016	249,260	250,096	251,144	251,774	253,043
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,329	19,353	19,371	19,385	19,396	19,413	19,424	19,433	19,440	19,446	19,456	19,462	19,471	19,476	19,486
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845	8,812	8,786	8,745	8,715	8,692	8,675	8,660	8,634	8,617	8,594	8,581	8,554
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999	5,964	5,912	5,873	5,844	5,821	5,803	5,769	5,746	5,717	5,699	5,664
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,772	4,735	4,678	4,636	4,604	4,579	4,558	4,521	4,496	4,464	4,444	4,405
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099	4,060	4,000	3,956	3,922	3,896	3,874	3,835	3,808	3,774	3,754	3,712
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,677	3,637	3,575	3,529	3,494	3,467	3,445	3,404	3,376	3,340	3,319	3,275
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438	3,388	3,347	3,284	3,237	3,202	3,173	3,150	3,108	3,079	3,043	3,020	2,975
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230	3,179	3,137	3,073	3,025	2,989	2,960	2,936	2,893	2,864	2,826	2,803	2,756
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	3,020	2,978	2,913	2,865	2,828	2,798	2,774	2,730	2,700	2,661	2,637	2,588
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,896	2,854	2,788	2,739	2,701	2,671	2,646	2,601	2,570	2,531	2,507	2,457
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,796	2,753	2,687	2,637	2,599	2,568	2,544	2,498	2,466	2,426	2,401	2,350
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,714	2,671	2,604	2,554	2,515	2,484	2,459	2,412	2,380	2,339	2,314	2,261
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,646	2,602	2,534	2,484	2,445	2,413	2,388	2,341	2,308	2,266	2,241	2,187
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,588	2,544	2,475	2,424	2,385	2,353	2,328	2,280	2,247	2,204	2,178	2,123
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,538	2,494	2,425	2,373	2,333	2,302	2,276	2,227	2,194	2,151	2,124	2,068
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548	2,494	2,450	2,381	2,329	2,289	2,257	2,230	2,181	2,148	2,104	2,077	2,020
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,456	2,412	2,342	2,290	2,250	2,217	2,191	2,141	2,107	2,063	2,035	1,978
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,544	2,477	2,423	2,378	2,308	2,256	2,215	2,182	2,155	2,106	2,071	2,026	1,999	1,940
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,393	2,348	2,278	2,225	2,184	2,151	2,124	2,074	2,039	1,994	1,966	1,907
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,661	2,549	2,464	2,397	2,342	2,297	2,226	2,173	2,131	2,098	2,071	2,020	1,984	1,938	1,909	1,849
24	4,260	3,403	3,009	2,776	2,621	2,508	2,423	2,355	2,300	2,255	2,183	2,130	2,088	2,054	2,027	1,975	1,939	1,892	1,863	1,800
26	4,225	3,369	2,975	2,743	2,587	2,474	2,388	2,321	2,265	2,220	2,148	2,094	2,052	2,018	1,990	1,938	1,901	1,853	1,823	1,760
28	4,196	3,340	2,947	2,714	2,558	2,445	2,359	2,291	2,236	2,190	2,118	2,064	2,021	1,987	1,959	1,906	1,869	1,820	1,790	1,725
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,334	2,266	2,211	2,165	2,092	2,037	1,995	1,960	1,932	1,878	1,841	1,792	1,761	1,695
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336	2,249	2,180	2,124	2,077	2,003	1,948	1,904	1,868	1,839	1,783	1,744	1,693	1,660	1,589
50	4,034	3,183	2,790	2,557	2,400	2,286	2,199	2,130	2,073	2,026	1,952	1,895	1,850	1,814	1,784	1,727	1,687	1,634	1,599	1,525
100	3,936	3,087	2,696	2,463	2,305	2,191	2,103	2,032	1,975	1,927	1,850	1,792	1,746	1,708	1,676	1,616	1,573	1,515	1,477	1,392
150	3,904	3,056	2,665	2,432	2,274	2,160	2,071	2,001	1,943	1,894	1,817	1,758	1,711	1,673	1,641	1,580	1,535	1,475	1,436	1,345
200	3,888	3,041	2,650	2,417	2,259	2,144	2,056	1,985	1,927	1,878	1,801	1,742	1,694	1,656	1,623	1,561	1,516	1,455	1,415	1,321
400	3,865	3,018	2,627	2,394	2,237	2,121	2,032	1,962	1,903	1,854	1,776	1,717	1,669	1,630	1,597	1,534	1,488	1,425	1,383	1,280

DISTRIBUZIONE DELLA F DI FISHER

P = 0,01

GDEN \ NUM →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	25	30	40	50	100
1	4052,185	4999,340	5403,534	5624,257	5763,955	5858,950	5928,334	5980,954	6022,397	6055,925	6106,682	6143,004	6170,012	6191,432	6208,662	6239,861	6260,350	6286,427	6302,260	6333,925
2	98,502	99,000	99,164	99,251	99,302	99,331	99,357	99,375	99,390	99,397	99,419	99,426	99,437	99,444	99,448	99,459	99,466	99,477	99,477	99,491
3	34,116	30,816	29,457	28,710	28,237	27,911	27,671	27,489	27,345	27,228	27,052	26,924	26,826	26,751	26,690	26,579	26,504	26,411	26,354	26,241
4	21,198	18,000	16,694	15,977	15,522	15,207	14,976	14,799	14,659	14,546	14,374	14,249	14,154	14,079	14,019	13,911	13,838	13,745	13,690	13,577
5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,967	10,672	10,456	10,289	10,158	10,051	9,888	9,770	9,680	9,610	9,553	9,449	9,379	9,291	9,238	9,130
6	13,745	10,925	9,780	9,148	8,746	8,466	8,260	8,102	7,976	7,874	7,718	7,605	7,519	7,451	7,396	7,296	7,229	7,143	7,091	6,987
7	12,246	9,547	8,451	7,847	7,460	7,191	6,993	6,840	6,719	6,620	6,469	6,359	6,275	6,209	6,155	6,058	5,992	5,908	5,858	5,755
8	11,259	8,649	7,591	7,006	6,632	6,371	6,178	6,029	5,911	5,814	5,667	5,559	5,477	5,412	5,359	5,263	5,198	5,116	5,065	4,963
9	10,562	8,022	6,992	6,422	6,057	5,802	5,613	5,467	5,351	5,257	5,111	5,005	4,924	4,860	4,808	4,713	4,649	4,567	4,517	4,415
10	10,044	7,559	6,552	5,994	5,636	5,386	5,200	5,057	4,942	4,849	4,706	4,601	4,520	4,457	4,405	4,311	4,247	4,165	4,115	4,014
11	9,646	7,206	6,217	5,668	5,316	5,069	4,886	4,744	4,632	4,539	4,397	4,293	4,213	4,150	4,099	4,005	3,941	3,860	3,810	3,708
12	9,330	6,927	5,953	5,412	5,064	4,821	4,640	4,499	4,388	4,296	4,155	4,052	3,972	3,910	3,858	3,765	3,701	3,619	3,569	3,467
13	9,074	6,701	5,739	5,205	4,862	4,620	4,441	4,302	4,191	4,100	3,960	3,857	3,778	3,716	3,665	3,571	3,507	3,425	3,375	3,272
14	8,862	6,515	5,564	5,035	4,695	4,456	4,278	4,140	4,030	3,939	3,800	3,698	3,619	3,556	3,505	3,412	3,348	3,266	3,215	3,112
15	8,683	6,359	5,417	4,893	4,556	4,318	4,142	4,004	3,895	3,805	3,666	3,564	3,485	3,423	3,372	3,278	3,214	3,132	3,081	2,977
16	8,531	6,226	5,292	4,773	4,437	4,202	4,026	3,890	3,780	3,691	3,553	3,451	3,372	3,310	3,259	3,165	3,101	3,018	2,967	2,863
17	8,400	6,112	5,185	4,669	4,336	4,101	3,927	3,791	3,682	3,593	3,455	3,353	3,275	3,212	3,162	3,068	3,003	2,920	2,868	2,764
18	8,285	6,013	5,092	4,579	4,248	4,015	3,841	3,705	3,597	3,508	3,371	3,269	3,190	3,128	3,077	2,983	2,919	2,835	2,784	2,676
19	8,185	5,926	5,010	4,500	4,171	3,939	3,765	3,631	3,523	3,434	3,297	3,195	3,116	3,054	3,003	2,909	2,844	2,761	2,709	2,602
20	8,096	5,849	4,938	4,431	4,103	3,871	3,699	3,564	3,457	3,368	3,231	3,130	3,051	2,989	2,938	2,843	2,778	2,695	2,643	2,535
22	7,945	5,719	4,817	4,313	3,988	3,758	3,587	3,453	3,346	3,258	3,121	3,019	2,941	2,879	2,827	2,733	2,667	2,583	2,531	2,422
24	7,823	5,614	4,718	4,218	3,895	3,667	3,496	3,363	3,256	3,168	3,032	2,930	2,852	2,789	2,738	2,643	2,577	2,492	2,440	2,329
26	7,721	5,526	4,637	4,140	3,818	3,591	3,421	3,288	3,182	3,094	2,958	2,857	2,778	2,715	2,664	2,569	2,503	2,417	2,364	2,252
28	7,636	5,453	4,568	4,074	3,754	3,528	3,358	3,226	3,120	3,032	2,896	2,795	2,716	2,653	2,602	2,506	2,440	2,354	2,300	2,187
30	7,562	5,390	4,510	4,018	3,699	3,473	3,304	3,173	3,067	2,979	2,843	2,742	2,663	2,600	2,549	2,453	2,386	2,299	2,245	2,131
40	7,314	5,179	4,313	3,828	3,514	3,291	3,124	2,993	2,888	2,801	2,665	2,563	2,484	2,421	2,369	2,271	2,203	2,114	2,058	1,938
50	7,171	5,057	4,199	3,720	3,408	3,186	3,020	2,890	2,785	2,698	2,562	2,461	2,382	2,318	2,265	2,167	2,098	2,007	1,949	1,825
100	6,895	4,824	3,984	3,513	3,206	2,988	2,823	2,694	2,590	2,503	2,368	2,265	2,185	2,120	2,067	1,965	1,893	1,797	1,735	1,598
150	6,807	4,749	3,915	3,447	3,142	2,924	2,761	2,632	2,528	2,441	2,305	2,203	2,122	2,057	2,003	1,900	1,827	1,729	1,665	1,520
200	6,763	4,713	3,881	3,414	3,110	2,893	2,730	2,601	2,497	2,411	2,275	2,172	2,091	2,026	1,971	1,868	1,794	1,694	1,629	1,481
400	6,699	4,659	3,831	3,366	3,063	2,847	2,684	2,556	2,452	2,365	2,229	2,126	2,045	1,979	1,925	1,820	1,745	1,643	1,576	1,423