

# Aria umida

- 1) Concetti di base
- 2) Primo principio della termodinamica
- 3) Secondo principio della termodinamica
- 4) Stati di equilibrio stabile
- 5) Diagramma energia-entropia
- 6) Lavoro, non-lavoro e calore
- 7) Macchine termiche
- 8) Sistemi semplici
- 9) Proprietà di sostanze pure all'ES
- 10) Sistemi aperti
- 11) *Exergia e rendimento exergetico*
- 12) **ARIA UMIDA**

## Richiami

La composizione di un sistema semplice a più costituenti è specificata dalle *frazioni molari*

$$y_i = \frac{n_i}{n} \quad \text{con } n = n_1 + n_2 + \dots + n_r$$

o dalle *frazioni massiche*

$$x_i = \frac{m_i}{m} \quad \text{con } m = m_1 + m_2 + \dots + m_r = n_1 M_1 + n_2 M_2 + \dots + n_r M_r$$

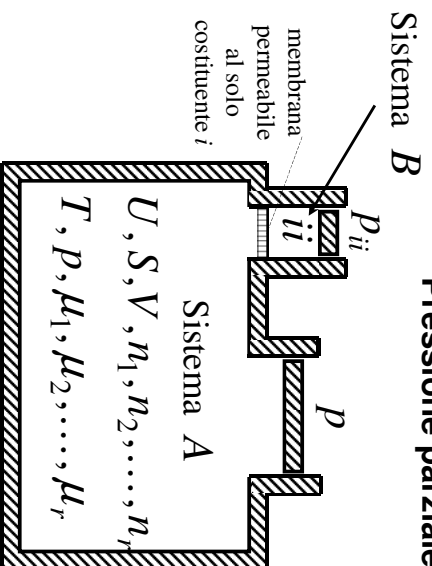
Valgono le relazioni  $\sum_{i=1}^r y_i = 1$  e  $\sum_{i=1}^r x_i = 1$

La **massa molecolare media** è  $M = \frac{m}{n} = \sum_{i=1}^r y_i M_i$

Vale la relazione 
$$x_i = \frac{M_i n_i}{M n} = \frac{M_i}{M} y_i$$

# Pressione parziale

Pressione parziale del costituente  $i$ -esimo,  $P_{ii}$



Proprietà intensiva del sistema A.

E' la pressione a cui devo portare un sistema  $B$  costituito dal solo  $i$ -esimo costituente (sostanza pura), affinché sia in MES con il sistema A, quando fra i due sistemi sono possibili scambi di energia, entropia, e costituente  $i$  (senza scambi di volume).

MES tra il costituente  $i$ -esimo ed A implica

$$\begin{cases} T = T_{ii} \\ \mu_i(T, p, \mathbf{y}) = \mu_{ii}(T, P_{ii}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{ii} = f(T, p, \mathbf{y})$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

3

# Miscela ideali di gas

In generale le proprietà di un sistema a più costituenti non si possono ricavare a partire da quelle dei singoli costituenti considerati come sostanze pure.

Ad esempio, l'energia interna del sistema non si può esprimere in funzione dell'energia dei costituenti puri che lo compongono

$$U \neq \sum_{i=1}^r n_i u_{ii}(T, P_{ii})$$

(si pensi all'energia potenziale associata alle forze tra molecole di costituenti diversi).

Limitiamoci a considerare **miscela di gas**. A pressioni sufficientemente basse e temperature sufficientemente alte le interazioni fra molecole di costituenti diversi tendono a diventare trascurabili. In questo caso, ciascun gas tende a comportarsi come se gli altri fossero assenti. Le miscele che esibiscono questo comportamento vengono dette **miscela ideali di gas** o **miscela di Gibbs-Dalton**.

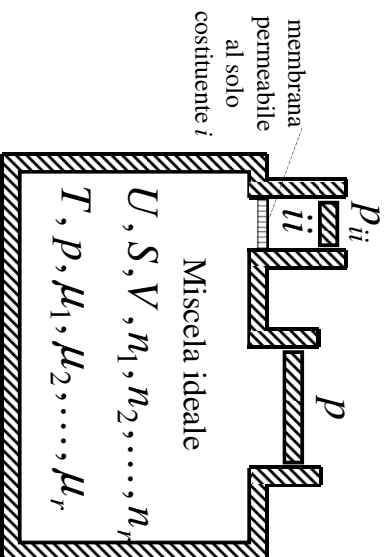
a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

4

# Proprietà delle miscele ideali di gas

Alcune relazioni caratteristiche delle miscele ideali di gas (\*).



$$p_{ii} = f(T, p, \mathbf{y}) \stackrel{(*)}{=} f(T, p, y_i)$$

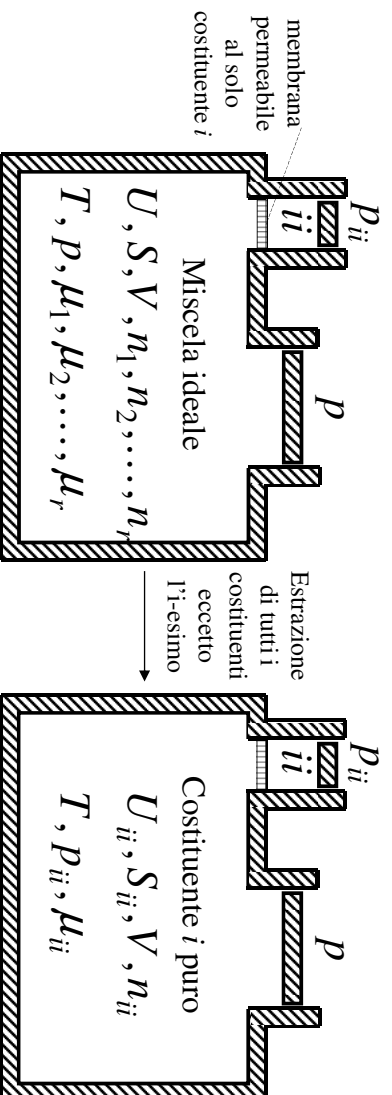
a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

5

# Proprietà delle miscele ideali di gas

Alcune relazioni caratteristiche delle miscele ideali di gas (\*).



$$p_{ii} = f(T, p, \mathbf{y}) \stackrel{(*)}{=} f(T, p, y_i) \longrightarrow \begin{cases} y_i \rightarrow 1 \\ p \rightarrow p_{ii} \end{cases}$$

La pressione parziale dell'*i*-esimo gas in una miscela ideale è la pressione che avrebbe il gas se occupasse da solo il volume *V* occupato dalla miscela, alla stessa temperatura *T* della miscela.

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

6

# Proprietà delle miscele ideali di gas

Vale, pertanto,

$$V = n_i v_{ii}(T, p_{ii}) \quad \forall i$$

Valgono, inoltre, le seguenti relazioni...

$$U = \sum_{i=1}^r n_i u_{ii}(T, p_{ii})$$

$$S = \sum_{i=1}^r n_i s_{ii}(T, p_{ii})$$

$$H = \sum_{i=1}^r n_i h_{ii}(T, p_{ii})$$

... e la legge di Dalton delle pressioni parziali

$$p = \sum_{i=1}^r p_{ii}$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

7

## Miscele ideali di gas ideali

**Miscela ideale di gas ideali:** se ogni costituente della miscela si comporta come un gas ideale, cioè

$$v_{ii}(T, p_{ii}) = \frac{RT}{p_{ii}} \quad \forall i$$

Anche la miscela nel suo complesso si comporta come un gas ideale "fittizio", cioè

$$v = \frac{RT}{p} \left( V = \frac{nRT}{p} = \frac{mR^*T}{p} \right) \quad \text{con } R^* = \frac{R}{M}$$

e l'energia interna, l'entalpia e i calori specifici dipendono "solo" dalla temperatura

$$U = \sum_{i=1}^r n_i u_{ii}(T); H = \sum_{i=1}^r n_i h_{ii}(T); c_v = \sum_{i=1}^r y_i c_{v,ii}(T); c_p = \sum_{i=1}^r y_i c_{p,ii}(T)$$

con  $c_p = c_v + R$

Inoltre, si può dimostrare che

$$p_{ii} = y_i p$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

8

# Miscela ideale di gas ideali

In termini di pressione e temperatura della miscela...

$$V = n_i v_{ii}(T, p_{ii}) = \sum_{i=1}^r n_i v_{ii}(T, p) \quad \forall i$$

$$S = \sum_{i=1}^r n_i s_{ii}(T, p_{ii}) = \sum_{i=1}^r n_i [s_{ii}(T, p) - R \ln y_i]$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

9

# Miscela ideale di gas perfetti

**Miscela ideale di gas perfetti:** se ogni costituente della miscela si comporta come un gas perfetto. In questo caso valgono anche per la miscela le relazioni

$$\begin{aligned} U &= n [u(T_o) + c_v (T - T_o)] \\ H &= n [h(T_o) + c_p (T - T_o)] \\ S &= n \left[ s(T_o, p) + c_p \ln \frac{T}{T_o} - R \ln \frac{p}{p_o} \right] \\ &= \dots \end{aligned}$$

dove i calori specifici della miscela sono le medie pesate dei calori specifici dei costituenti

$$c_v = \sum_{i=1}^r y_i c_{vii} \quad c_p = \sum_{i=1}^r y_i c_{pii}$$

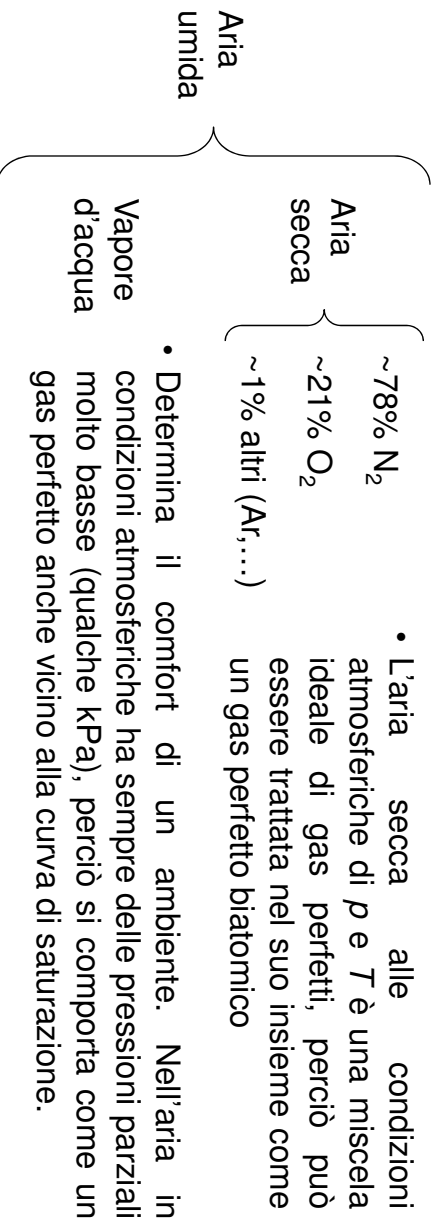
a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

10

# Aria umida

**Aria umida:** è una miscela ideale binaria di aria secca e vapore d'acqua



Perciò l'aria umida è una miscela ideale di due gas perfetti

**Aria umida**

- Aria secca:**  $M_a=28.96 \text{ kg/kmol}; c_{pa}=1 \text{ kJ/(kg K)}; \gamma=1.4$
- Vapore d'acqua:**  $M_v=18 \text{ kg/kmol}; c_{pv}=1,88 \text{ kJ/(kg K)}$

**Psicrometria:** è lo studio delle proprietà dell'aria umida

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

11

## Umidità specifica

- Rapporto tra le masse molecolari del vapore d'acqua e dell'aria secca

$$\frac{M_v}{M_a} = \frac{18}{28,96} = 0,62200$$

- *Frazione massica  $x_v$  e frazione molare di vapore  $y_v$*

$$x_v = \frac{m_v}{m}; \quad y_v = \frac{n_v}{n}$$

- **Umidità specifica (o assoluta)  $\omega$**

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{x_v}{1-x_v} = 0.622 \frac{y_v}{1-y_v}$$

**ATTENZIONE:** sull'eserciziario Niro-Dassù l'umidità specifica è indicata con il simbolo  $x_v$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

12

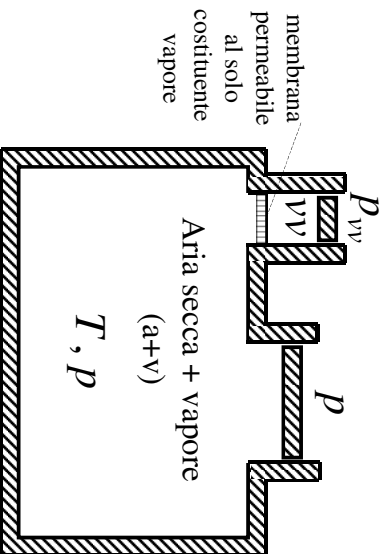
# Umidità relativa

- Umidità relativa  $\phi$

$$\phi = \frac{y_v}{y_{vs}}$$

dove  $y_{vs}$  è la frazione molare della miscela satura

*Miscela satura*: se si aumenta la pressione parziale del vapore  $p_{vv}$  in una miscela di aria umida a  $T$ ,  $p$  e  $V$ , la frazione molare di vapore  $y_v$  aumenta fino al valore massimo  $y_{vs}$ , che corrisponde alla miscela satura. Se si tenta di aumentare ulteriormente  $p_{vv}$ , parte del vapore condensa.



La pressione parziale del vapore è

$$p_{vv} = y_v p$$

perciò:  $p_{vv} \uparrow \Rightarrow y_v \uparrow$

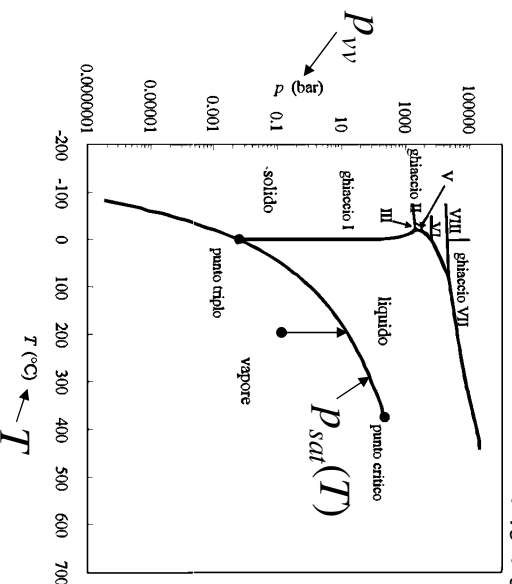
a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

13

# Umidità relativa

Quando la miscela diventa satura:  $p_{vs} = p_{sat}(T)$



perciò  $p_{sat}(T) = y_{vs} p$

ovvero  $y_{vs} = \frac{p_{sat}(T)}{p}$

e  $\phi = \frac{y_v}{y_{vs}} = \frac{p_{vv}}{p_{sat}(T)}$

- Relazioni tra l'umidità assoluta  $\omega$  e l'umidità relativa  $\phi$

$$\omega = 0,622 \frac{\phi p_{sat}(T)}{p - \phi p_{sat}(T)}; \quad \phi = \frac{\omega}{(\omega + 0,622) p_{sat}(T)}$$

a.a. 12/13

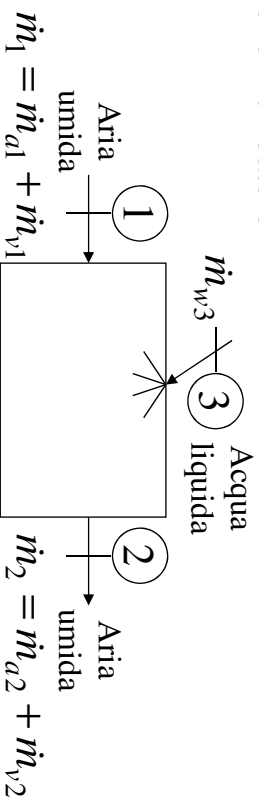
SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

14

# Aria umida: bilanci di massa ed energia

I componenti per il trattamento dell'aria umida hanno, in generale, uno o più ingressi (o uscite) di aria umida e uno più ingressi (o uscite) di acqua liquida.

Esempio: umidificatore



## Bilanci di massa:

Aria secca:  $\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$

H<sub>2</sub>O:  $\dot{m}_{v1} - \dot{m}_{v2} + \dot{m}_{w3} = 0 \Rightarrow \dot{m}_a(\omega_1 - \omega_2) + \dot{m}_{w3} = 0$

## Bilancio di energia:

$$\dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_{w3} h_{w3} = 0$$

Per risolvere il bilancio di energia è perciò necessario determinare i valori delle entalpie di ogni flusso di aria umida e di acqua liquida.

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

15

# Aria umida: entalpia

- **Entalpia specifica dell'aria umida per unità di massa di aria secca**

L'entalpia della miscela è una combinazione lineare delle entalpie specifiche dei due costituenti

$$H = \sum_{i=1}^2 m_i h_{i_i}(T) = m_a h_{aa}(T) + m_v h_{vv}(T) = m_a [h_{aa}(T) + \omega h_{vv}(T)]$$

Si utilizza l'entalpia specifica (dell'aria umida) per unità di massa di aria secca

$$\tilde{h} = \frac{H}{m_a} = h_{aa}(T) + \omega h_{vv}(T)$$

Ricordando che per un gas perfetto  $h(T) = h(T_0) + c_p(T - T_0)$  e scegliendo

$$T_0 = 0^\circ\text{C} \quad h_{aa}(0^\circ\text{C}) = 0 \text{ kJ/kg} \quad h_f(0^\circ\text{C}) = 0 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{vv}(0^\circ\text{C}) \cong 2503 \text{ kJ/kg}$$

si ottiene

$$\tilde{h} = \frac{H}{m_a} = T + \omega(2503 + 1.88T) \quad [T \text{ in } ^\circ\text{C} \text{ e } \tilde{h} \text{ in kJ/kg}]$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

16



# Aria umida: entalpia

- **Entalpia specifica dell'acqua liquida**

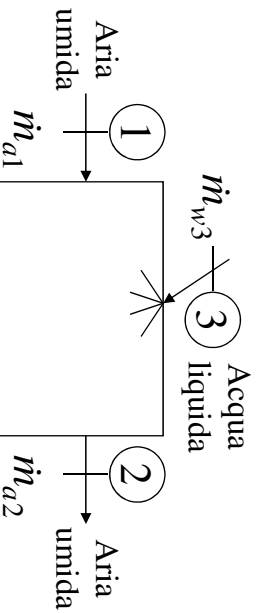
L'acqua liquida si comporta come un liquido incompressibile perfetto, perciò

$$h_w(T) = h_w(T_0) + c_w(T - T_0)$$

Scegliendo  $T_0 = 0^\circ\text{C}$   $h_f(0^\circ\text{C}) = 0 \text{ kJ/kg}$  (coerentemente con la scelta effettuata per l'aria umida) si ottiene

$$h_w = 4,2T \quad [T \text{ in } ^\circ\text{C e } h_w \text{ in kJ/kg}]$$

Esempio: umidificatore



Equazioni di bilancio

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$$

$$\dot{m}_a(\omega_1 - \omega_2) + \dot{m}_{w3} = 0$$

$$\dot{m}_a(\tilde{h}_1 - \tilde{h}_2) + \dot{m}_{w3}h_{w3} = 0$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

17

# Temperatura di rugiada

La **temperatura di rugiada**  $T_r$  è la temperatura alla quale l'aria si satura se raffreddata a pressione  $p$  e contenuto di vapore ( $y_v$  o  $\omega$ ) costanti. Perciò

$$\omega = 0,622 \frac{\phi p_{sat}(T)}{p - \phi p_{sat}(T)} = 0,622 \frac{p_{sat}(T_r)}{p - p_{sat}(T_r)}$$

da cui si ricava

$$p_{sat}(T_r) = \phi p_{sat}(T)$$

Perciò per calcolare  $T_r$ :

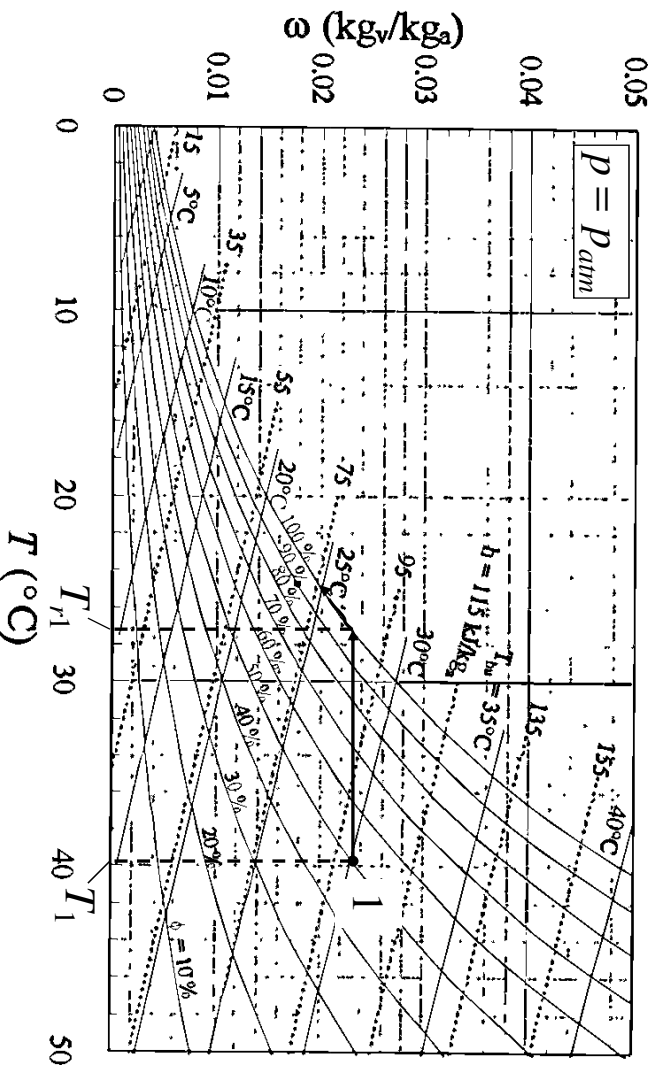
1. Si legge  $p_{sat}(T)$  sulla tabella delle proprietà dell' $\text{H}_2\text{O}$  alla saturazione
2. Si calcola  $p_{sat}(T_r) = \phi p_{sat}(T)$
3. Si cerca sulla tabella delle proprietà dell' $\text{H}_2\text{O}$  alla saturazione la temperatura che corrisponde a  $p_{sat}(T_r)$ , che è proprio  $T_r$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

18

# Diagramma psicrometrico



a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

19

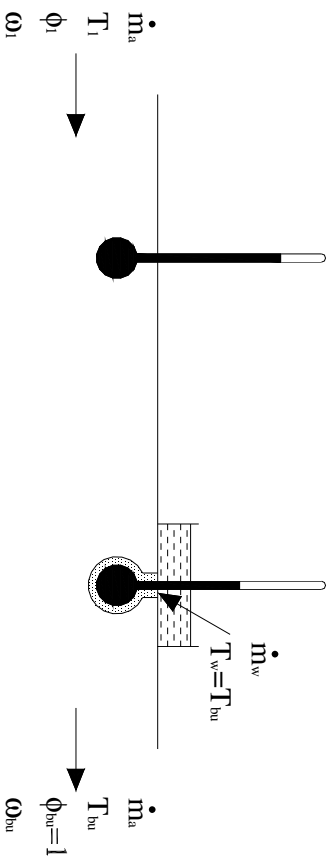
## Temperatura di bulbo umido

La **temperatura di saturazione adiabatica**  $T_{sa}$  è la temperatura alla quale l'aria si satura quando viene umidificata adiabaticamente e a  $p$  costante.

La **temperatura di bulbo umido**  $T_{bu}$  è quella misurata con il dispositivo in figura.

Agli effetti pratici

$$T_{bu} \cong T_{sa}$$



In questo dispositivo dell'aria umida in condizioni 1 viene fatta scorrere nel condotto: il primo termometro (di bulbo secco) legge  $T_1$ , il secondo (di bulbo umido) legge  $T_2 = T_{bu}$ . Lo stoppino che avvolge il bulbo del termometro deve essere di dimensioni tali che l'acqua e l'aria umida raggiungono l'equilibrio mutuo  $\Rightarrow$  l'aria umida esce dal condotto satura e a temperatura  $T_2 = T_{bu} < T_1$ .

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

20

# Temperatura di bulbo umido

Le equazioni di bilancio per il dispositivo rappresentato nel lucido precedente sono

$$\begin{cases} \dot{m}_a (\omega_1 - \omega_{bu}) + \dot{m}_w = 0 \\ \dot{m}_a (\tilde{h}_1 - \tilde{h}_{bu}) + \dot{m}_w h_w = 0 \end{cases}$$

dove  $\omega_1 = 0,622 \frac{\phi_1 p_{sat}(T_1)}{p - \phi_1 p_{sat}(T_1)}$ ;  $\omega_{bu} = 0,622 \frac{p_{sat}(T_{bu})}{p - p_{sat}(T_{bu})}$

$$\tilde{h}_1 = T_1 + \omega_1 (2503 + 1.88T_1); \quad \tilde{h}_{bu} = T_{bu} + \omega_{bu} (2503 + 1.88T_{bu})$$
$$h_w = 4,2T_{bu}$$

Esse possono essere utilizzate, ad esempio, per determinare  $\omega_1$ , se vengono misurate dai due termometri le temperature  $T_{bu}$  e  $T_1$ :

$$\omega_1 = \frac{T_{bu} - T_1 + 0,622 \frac{p_{sat}(T_{bu})}{p - p_{sat}(T_{bu})} (2503 - 2,32T_{bu})}{2503 + 1,88T_1 - 4,2T_{bu}}$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

21

## Temperatura di saturazione isoentalpica

La **temperatura di saturazione isoentalpica**  $T_{si}$  è la temperatura alla quale l'aria si satura in un processo isoentalpico e a pressione  $p$  costante.

L'equazione di bilancio dell'energia si riduce in questo caso a

$$\tilde{h}_1 = \tilde{h}_{si}$$

dove  $\tilde{h}_1 = T_1 + \omega_1 (2503 + 1.88T_1)$ ;  $\tilde{h}_{si} = T_{si} + \omega_{si} (2503 + 1.88T_{si})$

**N.B.** Se si osserva l'equazione di bilancio dell'energia scritta per il caso della saturazione adiabatica (lucido precedente) si vede che trascurando il contributo di entalpia portato dall'acqua liquida si ottiene proprio la saturazione isoentalpica. Poiché il flusso di energia apportato dall'acqua liquida è piccolo rispetto a quello apportato dai flussi di aria umida (per il fatto che la portata di liquido è solitamente molto piccola rispetto a quelle di aria secca), le temperature di saturazione adiabatica e di saturazione isoentalpica sono molto vicine tra loro

$$T_{bu} \cong T_{sa} \cong T_{si}$$

a.a. 12/13

SEI-EdTA - Aria umida v. 1.1

22