|

Università C. Cattaneo, Corso di Laurea in Economia Aziendale, A.A. 2014-2015
STATISTICA – 08.01.15 - II PROVA PARZIALE (STANDARD)
Modalità B

(A) ai fini della valutazione verranno considerate **solo** le risposte riportate dallo studente **negli appositi riquadri** bianchi: in caso di necessità **si può anche andare fuori dai margini che delimitano i riquadri**.
(B) nello svolgimento del compito si utilizzino almeno tre cifre decimali.

COGNOME……………………….NOME……………………..MATR……………..

ESERCIZIO 1 (8 punti)
L'osservatorio del mercato immobiliare di una regione effettua un'indagine campionaria per stabilire se la quotazione media al metro quadrato (variabile X) di edifici ad uso residenziale è inferiore a 2 (migliaia di euro). Il campione utilizzato per l'analisi è relativo a 300 edifici; i dati rilevati hanno fornito le seguenti sintesi: $\sum x_i = 582$; $\sum x_i^2 = 1194$.
a) Si determini una stima puntuale della quotazione media al metro quadrato nella regione.
b) Si enuncino le proprietà dello stimatore che ha fornito la stima richiesta al punto precedente.
c) Si determini una stima puntuale per la varianza della quotazione al metro quadrato nella regione.
d) Si determini un intervallo di confidenza al 95% per la quotazione media al metro quadrato, nella regione.
e) Si stabilisca, a livello 0.01, se la quotazione media al metro quadrato, nella regione, è inferiore a 2.

X = quotazione al mq $\quad E(X)=\mu \quad Var(X)=\sigma^2 \quad n=300 \quad \sum x_i = 582 \quad \sum x_i^2 = 1194$

a) $\bar{x} = \frac{582}{300} = 1.94$

b) $\bar{X}$ è non distorto e consistente, ovvero
$E(\bar{X}) = \mu$ e $Var(\bar{X}) = \sigma^2/n \to 0 \quad (n \to +\infty)$

c) $s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1194}{300} - 1.94^2 = 0.216$

d) $\left(\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \left(1.94 \pm 1.96 \cdot \frac{\sqrt{0.216}}{\sqrt{300}}\right) = \left(1.94 \pm 0.053\right) =$
$= (1.887, 1.993)$

e) $\begin{cases} H_0: \mu \geq 2 \\ H_1: \mu < 2 \end{cases}$ RIFIUTO H_0 se $\frac{\bar{x}-2}{s/\sqrt{n}} < -2.326$.

Poiché $\frac{\bar{x}-2}{s/\sqrt{n}} = \frac{1.94-2}{\sqrt{0.216}/\sqrt{300}} = -2.236 \not< -2.326$,

NON SI RIFIUTA H_0.

Università C. Cattaneo, Corso di Laurea in Economia Aziendale, A.A. 2014-2015

ESERCIZIO 2 (5 punti)
Attraverso un'indagine campionaria effettuata su 110 aziende si vuole stimare la proporzione di aziende, in un determinato Paese, per le quali il numero di dipendenti a tempo indeterminato si è ridotto rispetto all'anno precedente. Tra le 110 aziende del campione, 74 hanno ridotto il numero di dipendenti a tempo indeterminato.
a) Si determini una stima puntuale della proporzione suddetta.
b) Si determini un intervallo al 95% per la proporzione suddetta.
c) Si verifichi, a livello 0.1, se la proporzione di aziende che hanno ridotto il numero di dipendenti è diversa da 0.7.

$X = \begin{cases} 1 & \text{se azienda ha ridotto num. dip.} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ $\quad X \sim Bern(p)$

$n = 110$ a) $\bar{x} = 74/110 = 0.673$

b) $\left(\bar{x} \pm 1.96\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}\right) = \left(0.673 \pm 1.96\sqrt{\frac{0.673 \cdot 0.327}{110}}\right) = (0.673 \pm 0.088)$
$= (0.585, 0.761)$

c) $\begin{cases} H_0: p = 0.7 \\ H_1: p \neq 0.7 \end{cases}$ RIF. SE $\left|\frac{\bar{x} - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7 \cdot 0.3}{110}}}\right| > 1.645$

Poiché $\left|\frac{\bar{x} - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7 \cdot 0.3}{110}}}\right| = 0.618$
NON RIF. H_0 A LIV. 0.1

ESERCIZIO 3 (5 punti)
Per descrivere il rendimento settimanale di un fondo si assume una distribuzione gaussiana con scarto quadratico medio 0.04. Per stimare il rendimento medio settimanale, si rileva il rendimento su un campione di 30 settimane, ottenendo una media pari a 0.07.
a) Si determini un intervallo di confidenza al 90% per il rendimento settimanale medio.
b) Si determini la lunghezza dell'intervallo ottenuto al punto precedente.
c) Si determini la più piccola dimensione campionaria che garantisce un intervallo al 90% per il rendimento medio settimanale con lunghezza non superiore a 0.01.

X = rendimento $\quad X \sim N(\mu, 0.04^2)$
$n = 30 \quad \bar{x} = 0.07$

a) $\left(\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n}\right) = \left(0.07 \pm 1.645 \cdot \frac{0.04}{\sqrt{30}}\right) = (0.058, 0.082)$

b) Lunghezza $= 0.024$

c) $L = \frac{2 \cdot 1.645 \cdot 0.04}{\sqrt{n}} \leq 0.01$ ovvero $\frac{0.132}{\sqrt{n}} \leq 0.01$

quindi $\sqrt{n} \geq \frac{0.132}{0.01} = 13.2 \Rightarrow n \geq 174.24$

Quindi n almeno 175

ESERCIZIO 4 (4 punti)

Attraverso un'analisi effettuata su un campione di 24 famiglie si vuole stimare la spesa media sostenuta dalle famiglie di una certa regione per il pranzo di Natale. Si assume un modello gaussiano per descrivere la spesa per il pranzo di Natale nella regione in esame. I dati rilevati sul campione di 24 famiglie hanno fornito una spesa media pari a 94 euro, con una deviazione standard (scarto quadratico medio) pari a 12 euro.

a) Si determini un intervallo al 95% per tale spesa media.

b) Si stabilisca, mediante un test di livello 0.05, se la spesa media è diversa da 90 euro.

X = spesa per pranzo $\quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$n = 24 \quad \bar{x} = 94 \quad s = 12$

a) $\left(\bar{x} \pm t^{n-1}_{1-\alpha/2} \cdot s/\sqrt{n}\right) = \left(94 \pm 2.068 \cdot 12/\sqrt{24}\right) = (94 \pm 5.068) =$

$= (88.932, 98.068)$

b) Poiché 90 appartiene all'intervallo al 95%, non si rifiuta H_0 a livello 0.05. $\begin{cases} H_0: \mu = 90 \\ H_1: \mu \neq 90 \end{cases}$

ESERCIZIO 5 (8 punti) (Analisi dei dati Excel, II parte - Solo per chi non ha sostenuto la prova SAS)

5.1 (4 punti). Un campione di 170 clienti di un concessionario di auto ha dato la realizzazione campionaria riportata nella tabella a doppia entrata qui sotto per nazionalità (estera o italiana) di produzione dell'auto acquistata, ed età del cliente (minore di 30 anni o no):

	estera	italiana	
eta'<30	30	40	70
eta'>=30	20	80	100
	50	120	

Si proceda a testare al livello di significatività 0.1 se non vi sia indipendenza fra la nazionalità dell'auto acquistata ed età del cliente.

VEDI ESERCIZIO 5.1 II P.PARZIALE STANDARD A

5.2 (2 punti). Al fine di testare al livello di significatività 0.1 se le varianze di due popolazioni statistiche X e Y entrambe gaussiane siano differenti, si sono considerate due realizzazioni campionarie (da campioni indipendenti) sulla base delle quali si è prodotto il tabulato Excel "Test F a due campioni per varianze" riportato in basso. Sulla base di quanto precede e dei dati del tabulato:

a) si specifichino l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa da testare.

b) si esegua il test delle ipotesi in a) specificando ed utilizzando, a scelta dello studente, o il p-value, o la regione di rifiuto.

VEDI ESERCIZIO 5.2 II PROVA PARZIALE STANDARD A

5.3 (2 punti). Al fine di testare se il risultato medio mensile gestionale di due supermercati "X" e "Y" sia differente al livello di significatività 0.1 si sono considerate come realizzazioni campionarie (di campioni indipendenti) i risultati gestionali mensili avuti in 20 mesi e 15 mesi rispettivamente dai due supermercati e si è assunto che i risultati gestionali mensili dei due supermercati siano due variabili aleatorie X e Y entrambe gaussiane con varianze note pari a 0,25 e 0,36 rispettivamente. Sulla base delle due realizzazioni campionarie si è prodotto il tabulato Excel "Test z: due campioni per medie" riportato in basso. Sulla base di quanto precede e facendo esplicito riferimento ai dati del tabulato:

a) si specifichino l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa da testare.

b) si esegua il test delle ipotesi in a) specificando ed utilizzando, a scelta dello studente, o il p-value, o la regione di rifiuto

VEDI ESERCIZIO 5.3 II PROVA PARZIALE STANDARD A

Test z: due campioni per medie	(Es. 5.3)	
	sample X	sample Y
Media	5,101136	5,308989
Varianza nota	0,25	0,36
Osservazioni	20	15
Differenza ipotizzata per le medie	0	
z	-1,08795	
P(Z<=z) una coda	0,138308	
z critico una coda	1,281552	
P(Z<=z) due code	0,276616	
z critico due code	1,644854	

Test F a due campioni per varianze		(Es. 5.2)
	pop. X	pop. Y
Media	5,066331	9,777154
Varianza	0,736063	0,546194
Osservazioni	10	15
gdl	9	14
F	1,347622	
P(F<=f) una coda	0,2975	
F crtitico una coda	2,645791	