Università C. Cattaneo, Corso di Laurea in Economia Aziendale, A.A. 2014-2015
STATISTICA – 08.01.15 - PROVA GENERALE (STANDARD)
Modalità A

(A) ai fini della valutazione verranno considerate **solo** le risposte riportate dallo studente **negli appositi riquadri** bianchi: in caso di necessità **si può anche andare fuori dai margini che delimitano i riquadri**.
(B) nello svolgimento del compito si utilizzino almeno tre cifre decimali.

COGNOME.....NOME.....MATR.....

ESERCIZIO 1 (4 punti)
Per descrivere il rendimento settimanale di un fondo si assume una distribuzione gaussiana con media -0.02 e scarto quadratico medio 0.04.
a) Si calcoli la probabilità che il rendimento settimanale del fondo sia positivo.
b) Si determini il quantile di ordine 0.6 del rendimento settimanale del fondo.

X = rendimento $X \sim N(-0.02, 0.04^2)$

a) $P(X>0) = P\left(Z > \frac{0+0.02}{0.04}\right) = P(Z>0.5) = 1-0.6915 = 0.3085$

b) $P(X \le k) = 0.6$; $P\left(Z \le \frac{k+0.02}{0.04}\right) = 0.6$

Quindi $\frac{k+0.02}{0.04} = z_{0.6} = 0.25$, per cui $k = (0.25)\cdot(0.04) - 0.02 = -0.01$

ESERCIZIO 2 (3 punti)
La probabilità di trovare posto su un treno per pendolari è pari a 0.8. Si considera una settimana lavorativa (5 giorni), supponendo che il fatto di trovare o meno posto in un giorno non dipenda da ciò che accade nei restanti 4 giorni.
a) Si calcoli la probabilità che, nei 5 giorni, si trovi posto almeno 3 volte.
b) Si calcoli il valore atteso della variabile Y=5-2X, dove X è il numero di giorni, sui 5, in cui si trova posto.

X = numero giorni (sui 5) in cui si trova posto $X \sim Bin(5, 0.8)$

a) $P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) =$
$= \frac{5!}{3!\,2!}(0.8)^3(0.2)^2 + \dots =$
$= 0.205 + 0.410 + 0.328 = 0.943$

b) $E(Y) = E(5-2X) = 5 - 2E(X) = 5 - 2\cdot(5\cdot 0.8) = -3$
(infatti $E(X) = n\cdot p = 5\cdot 0.8 = 4$)

ESERCIZIO 3 (4 punti)

Sia X una variabile aleatoria con distribuzione bernoulliana di parametro 0.3 e Y una variabile aleatoria con distribuzione binomiale di parametri 2 e 0.5; siano inoltre X e Y indipendenti.

a) Si scriva (esplicitamente o attraverso la tabella a doppia entrata) la funzione di probabilità congiunta di X e Y.

b) Si determini il coefficiente di correlazione lineare di (X,Y).

c) Si calcoli lo scarto quadratico medio di T=3-2X+Y.

$X \sim Bern(0.3)$; $Y \sim Bin(2, 0.5)$; X, Y indipendenti

a)

X \ Y	0	1	2	
0	0.175	0.350	0.175	0.7
1	0.075	0.150	0.075	0.3
	0.25	0.5	0.25	

b) $\rho(X,Y) = 0$ perché X e Y sono indipendenti

c) $Var(T) = Var(3-2X+Y) = 4\,Var(X) + Var(Y) = 4\cdot(0.3)\cdot(0.7) + 2\cdot(0.5)(0.5) = 0.84 + 0.5 = 1.34$

$\sigma(T) = \sqrt{1.34} = 1.158$

ESERCIZIO 4 (6 punti)

L'osservatorio del mercato immobiliare di una regione effettua un'indagine campionaria per stabilire se la quotazione media al metro quadrato (variabile X) di edifici ad uso residenziale è inferiore a 2 (migliaia di euro). Il campione utilizzato per l'analisi è relativo a 200 edifici; i dati rilevati hanno fornito le seguenti sintesi: $\sum x_i = 392$; $\sum x_i^2 = 788$.

a) Si determini una stima puntuale della quotazione media al metro quadrato nella regione.

b) Si determini una stima puntuale per la varianza della quotazione al metro quadrato nella regione.

c) Si determini un intervallo di confidenza al 99% per la quotazione media al metro quadrato, nella regione.

d) Si stabilisca, a livello 0.05, se la quotazione media al metro quadrato, nella regione, è inferiore a 2.

VEDI ESERCIZIO 1 II PROVA PARZIALE STANDARD A

ESERCIZIO 5 (5 punti)
Attraverso un'indagine campionaria effettuata su 120 aziende si vuole stimare la proporzione di aziende, in un determinato Paese, per le quali il numero di dipendenti a tempo indeterminato si è ridotto rispetto all'anno precedente. Tra le 120 aziende del campione, 78 hanno ridotto il numero di dipendenti a tempo indeterminato.
a) Si determini una stima puntuale della proporzione suddetta.
b) Si determini un intervallo al 95% per la proporzione suddetta.
c) Si verifichi, a livello 0.01, se la proporzione di aziende che hanno ridotto il numero di dipendenti è diversa da 2/3.

$X = \begin{cases} 1 & \text{se azienda ha ridotto dipend.} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ $\quad X \sim Bern(p)$

$n = 120$

a) $\bar{x} = 78/120 = 0.65$

b) $\left(\bar{x} \pm 1.96\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}\right) = \left(0.65 \pm 1.96\sqrt{\frac{0.65-0.35}{120}}\right) = (0.565, 0.735)$

c) $\begin{cases} H_0: p = 2/3 \\ H_1: p \neq 2/3 \end{cases}$ Rifiuto se $\left|\frac{\bar{x} - 2/3}{\sqrt{\frac{2/3 \cdot 1/3}{120}}}\right| > 2.576$.

Poiché $\left|\frac{\bar{x} - 2/3}{\sqrt{\frac{2/3 \cdot 1/3}{120}}}\right| = \left|\frac{0.65 - 0.667}{\sqrt{\frac{0.667 \cdot 0.333}{120}}}\right| = 0.395 \not> 2.576$ non si rifiuta H_0 a livello 0.01

ESERCIZIO 6 (4 punti) (Analisi dei dati Excel, I parte - per tutti)
Con un campione casuale si sono osservati i valori x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 di una variabile X con, rispettivamente, le frequenze assolute f(x) = 25, 15, 5, 10, 20, 25 di tali valori x. Con riferimento a tali dati osservati:
a) Si specifichi la tabella delle frequenze.
b) Si determinino il quinto decile ed il terzo quartile dei dati osservati.
c) Si calcoli la media dei dati osservati e si precisi se vi siano (o non vi siano) le condizioni (in caso affermativo si precisino quali) per considerare tale media una stima puntuale (affidabile) del valore medio atteso della variabile X.

(a)					(c)
x	fr.as.	fr.re.%	fr.as.c.	fr.re.c.%	x * fr.re.
0	25	25,00%	25	25,00%	0
1	15	15,00%	40	40,00%	0,15
2	5	5,00%	45	45,00%	0,1
3	10	10,00%	55	55,00%	0,3
4	20	20,00%	75	75,00%	0,8
5	25	25,00%	100	100,00%	1,25
	100	100,00%			2,6
(b) quinto decile = 3; terzo quartile = 4					media

la dimensione del campione e' n = 100 e 2,6 e' il valore osservato della media campionaria, dunque 2,6 e' una stima (affidabile) della media della variabile aleatoria X.

Università C. Cattaneo, Corso di Laurea in Economia Aziendale, A.A. 2014-2015

ESERCIZIO 7 (4 punti) (Analisi dei dati Excel, II parte- solo per chi non ha sostenuto la prova SAS)

7.1 (2 punti). Al fine di testare al livello di significatività 0.1 se le varianze di due popolazioni statistiche X e Y entrambe gaussiane siano differenti si sono considerate due realizzazioni campionarie (da campioni indipendenti) sulla base delle quali si è prodotto il tabulato Excel "Test F a due campioni per varianze" riportato in basso. Sulla base di quanto precede e dei dati del tabulato:

a) si specifichino l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa da testare.

b) si esegua il test delle ipotesi in a) specificando ed utilizzando, a scelta dello studente, o il p-value, o la regione di rifiuto.

VEDI ESERCIZIO 5.2 II PROVA PARZIALE STANDARD A

7.2 (2 punti). Al fine di testare se il risultato medio mensile gestionale di due supermercati "X" e "Y" sia differente al livello di significatività 0.1 si sono considerate come realizzazioni campionarie (di campioni indipendenti) i risultati gestionali mensili avuti in 20 mesi e 15 mesi rispettivamente dai due supermercati e si è assunto che i risultati gestionali mensili dei due supermercati siano due variabili aleatorie X e Y entrambe gaussiane con varianze note pari a 0,25 e 0,36 rispettivamente. Sulla base delle due realizzazioni campionarie si è prodotto il tabulato Excel "Test z: due campioni per medie" riportato in basso. Sulla base di quanto precede e facendo esplicito riferimento ai dati del tabulato:

a) si specifichino l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa da testare

b) si esegua il test delle ipotesi in a) specificando ed utilizzando, a scelta dello studente, o il p-value, o la regione di rifiuto.

VEDI ESERCIZIO 5.3 II PROVA PARZIALE STANDARD A

Test z: due campioni per medie	(Es. 7.2)	
	sample X	sample Y
Media	5,101136	5,308989
Varianza nota	0,25	0,36
Osservazioni	20	15
Differenza ipotizzata per le medie	0	
z	-1,08795	
P(Z<=z) una coda	0,138308	
z critico una coda	1,281552	
P(Z<=z) due code	0,276616	
z critico due code	1,644854	

Test F a due campioni per varianze	(Es. 7.1)	
	pop. X	pop. Y
Media	5,066331	9,777154
Varianza	0,736063	0,546194
Osservazioni	10	15
gdl	9	14
F	1,347622	
P(F<=f) una coda	0,2975	
F crtitico una coda	2,645791	