



# Curva di apprendimento



# Definizione

La **curva di apprendimento** (o curva di progresso o *learning curve*) è uno strumento usato per progettare (o riorganizzare) sistemi di produzione in considerazione di variazioni che intervengono nel tempo a seguito del fenomeno dell'apprendimento.

**‘L’efficienza produttiva di ogni  
attività aumenta continuamente  
al ripetersi di tale attività’**

Concetto che, tradotto in modelli matematici adeguati, consente di poter prevedere con una ragionevole precisione la variazione nel tempo di grandezze dipendenti dall'apprendimento (e dal progresso) quali il costo unitario del prodotto, il tempo necessario per costruirlo, le ore di manutenzione necessarie, ecc.



# Apprendimento

L'apprendimento è somma di:

□ Fattori discreti: provocano una variazione praticamente istantanea e facilmente avvertibile della grandezza osservata

- Invenzioni
- Scoperte
- applicazioni., diffuse e in tempi brevi, di tecnologie innovative

□ Miglioramenti continui: eventi non avvertibili, se l'osservazione è superficiale, riconducibili alle aree

- progettuale
- tecnologico/tecnica
- organizzativo/gestionale



# Miglioramenti continui

- Area progettuale
  - documentazione sullo stato dell'arte
  - disegno del prodotto
  - migliore definizione dei metodi operativi
- Area tecnologica/tecnica
  - automazione
  - Applicazione di tecnologie alternative
  - Ottimizzazione delle procedure
  - Scelte più opportune di utensili e strumenti
- Area organizzativo gestionale
  - Organizzazione dei reparti
  - livello di addestramento
  - Controllo della produzione
  - Impiego della manodopera
  - Impiego dei materiali
  - Impiego dell'energia



# Miglioramenti continui

Per poter migliorare continuamente occorre comunque creare nell'azienda condizioni ideali. L'apprendimento infatti dipende da:

- **Attitudine/capacità di imparare**

- Adattabilità fisica
- Grado culturale
- Motivazione

- **Caratteristiche del lavoro da svolgere**

- complessità
- Lunghezza dei tempi di ciclo

- **Condizioni al contorno**

- Motivazioni esterne
- Cambiamenti di situazioni
- Condizioni legate al lavoro



# Modello 'classico' di Wright (1936)

$$y = a * x^{-b}$$

Dove:

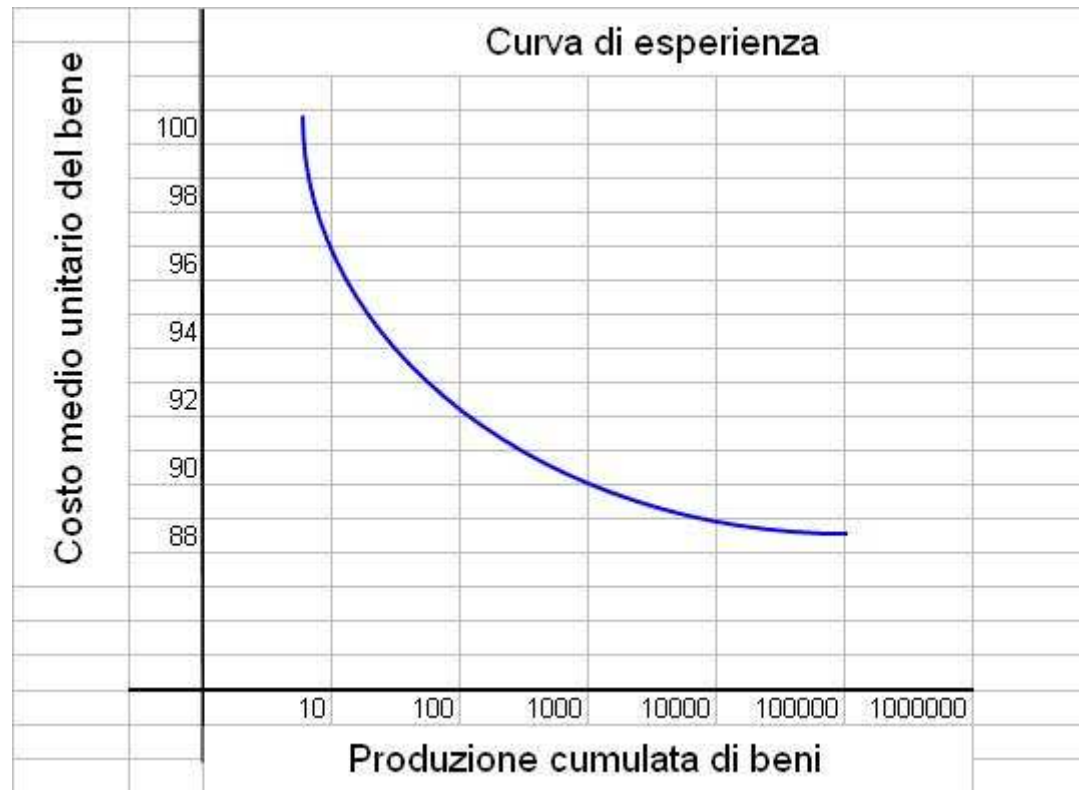
**y** = misura della produttività (p.e.: tempo di ciclo unitario, costo unitario, peso unitario)

**a** = parametro legato alla misura della produttività ovvero produttività all'istante iniziale (p.e.: primo pezzo)

**x** = volume cumulato di produzione

**b** = tasso di apprendimento ovvero pendenza della produttività marginale

# Modello 'classico' di Wright





# Modello 'classico' di Wright

Il parametro  $b$  rappresenta di quanto varia percentualmente la produttività a ogni variazione percentuale del volume di produzione

$$\frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}} = -b$$

Ovvero, qual è il rapporto tra le produttività passando da un volume cumulato di produzione a un suo multiplo

$$\frac{y_k}{y_i} = n^{-b}$$

Nel caso particolare di  $n = 2$  si ha un incremento di produttività corrispondente a  $b$  al raddoppio del volume cumulato di produzione





# Modello 'classico' di Wright

La variazione di produttività è normalmente espressa in termini percentuali cui corrisponde evidentemente un preciso valore numerico del parametro **b**

Variazione di produttività  
(%)

Pendenza della curva  
(**b**)

55

0,8292

60

0,7372

70

0,514

80

0,322

90

0,152

95

0,074



# Modello 'classico' di Wright

Determinazione dei valori dei parametri **a** e **b**

Metodi di:

- Cochran
- Williams
- Baloff
- Westinghouse



# Modello 'classico' di Wright

## Determinazione dei valori dei parametri **a** e **b**

Metodo di Cochran:

- a. Determinare il valore della produttività a regime (p.e.: produttività standard dopo  $n$  produzioni)
- b. Stimare le percentuali di miglioramento di ciascuna delle attività nelle quali è ripartita la produzione
- c. Attribuire un peso a ciascuna attività per arrivare a un tasso di miglioramento **b** medio ponderale
- d. Partendo dalla produttività di regime ed avendo così stimato il tasso di miglioramento, determinare la produttività iniziale **a**.



# Modello 'classico' di Wright

## Determinazione dei valori dei parametri **a** e **b**

Metodo di Williams:

- a. Esame di curve per produzioni analoghe e confermate nella pratica
- b. Si considera la curva ritenuta più adatta tra le esaminate assumendo il suo tasso di miglioramento **b**
- c. Si misura la produttività della seconda produzione ne si calcola la produttività iniziale **a**

Metodo di Baloff:

Si considera una correlazione tra tasso di miglioramento **b** e produttività **y**

Metodo di Westinghouse:

Come Williams, assume una curva caratteristica per determinare il tasso di miglioramento **b** e produttività **y**

Come Cochran, stima la produttività a regime e il quantitativo di produzioni per raggiungerla per determinare la produttività iniziale **a**



# Determinazione dei valori dei parametri **a e b**

Incrementandosi la cumulata di produzione, a seguito di tassi di apprendimento relativi alle varie operazioni, si potrebbero generare **sbilanciamenti** tra le postazioni della linea. Per ovviare a questo inconveniente e ribilanciare le linee si può prendere spunto da quanto suggerito da Dar-El e Rubinovitz



# Determinazione dei valori dei parametri **a e b**

## Metodo di Dar-El e Rubinovitz

- a. Attraverso criteri abbastanza semplici, le operazioni si distinguono in due categorie
  - I. Fasi caratterizzate maggiormente da apprendimento intellettuale. Queste fasi si distinguono ulteriormente tra fasi ad alta e basso apprendimento intellettuale, rispettivamente con tassi di miglioramento **b** compresi tra 70% e 75% e tassi compresi tra 75% e 80%
  - II. Fasi caratterizzate maggiormente da acquisizione di abilità manuale. Queste fasi si distinguono ulteriormente tra fasi ad alta e bassa acquisizione di abilità manuale, rispettivamente con tassi di miglioramento **b** compresi tra 80% e 85% e tassi compresi tra 85% e 90%
- b. Si determina la curva ponderata da utilizzare
- c. Per mezzo di un algoritmo che tiene conto delle diverse regressioni, si perviene alla ridefinizione delle linee di produzione in funzione del crescere della cumulata delle produzioni



# Determinazione dei valori dei parametri **a e b**

Per tenere conto del fatto che la produzione può essere sospesa per un certo periodo di tempo e poi ripresa, tipico della produzione a lotti, occorre considerare la possibilità di dimenticare, il '***forgetting factor***'. In termini generali il *forgetting factor* dipende principalmente dall'intervallo di tempo intercorrente tra la produzione di un lotto e del successivo e dalla complessità delle operazioni.

Towill ha esemplificato che cosa può accadere al variare del *forgetting factor*.



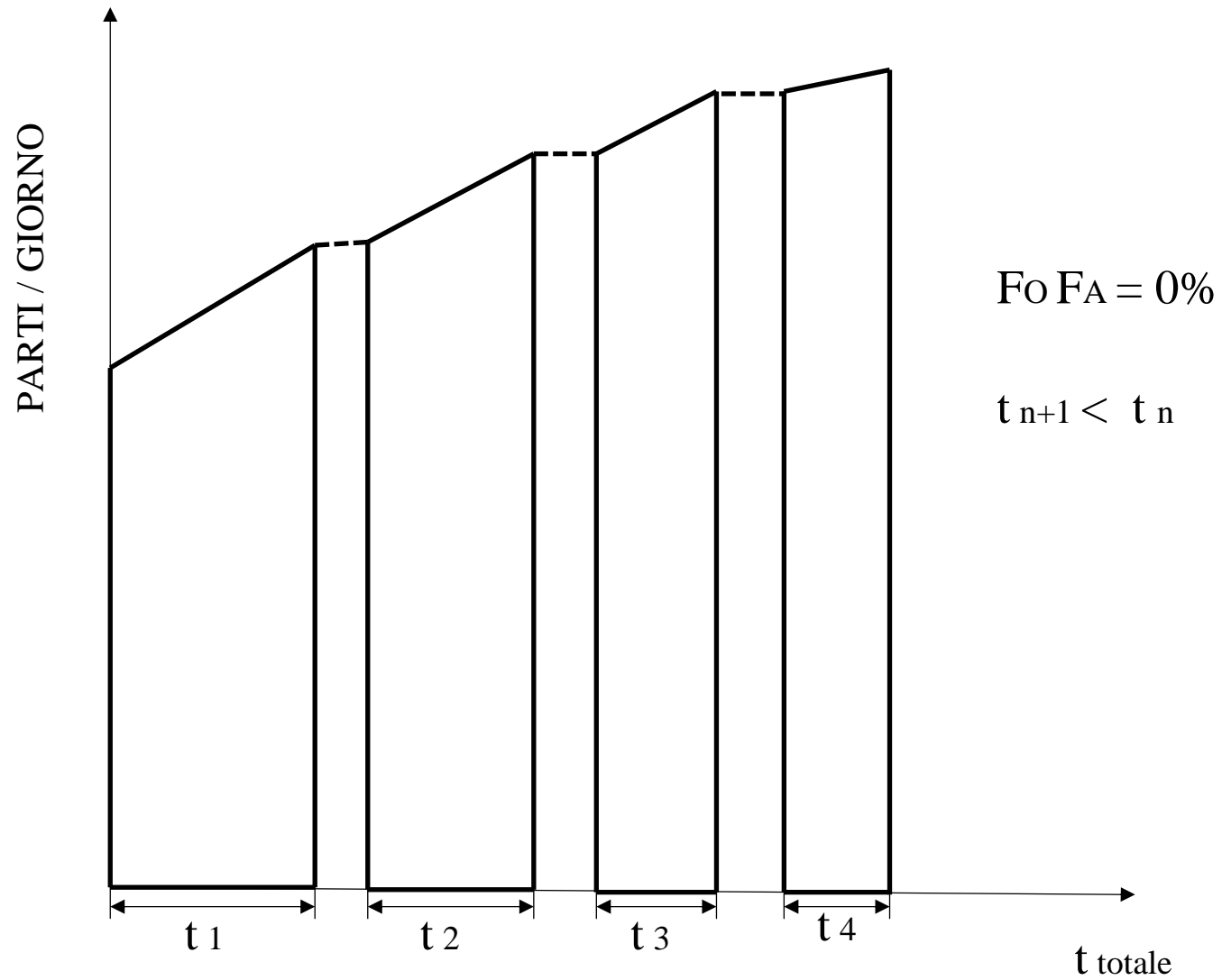
# Determinazione dei valori dei parametri **a e b**

## Analisi di Towill

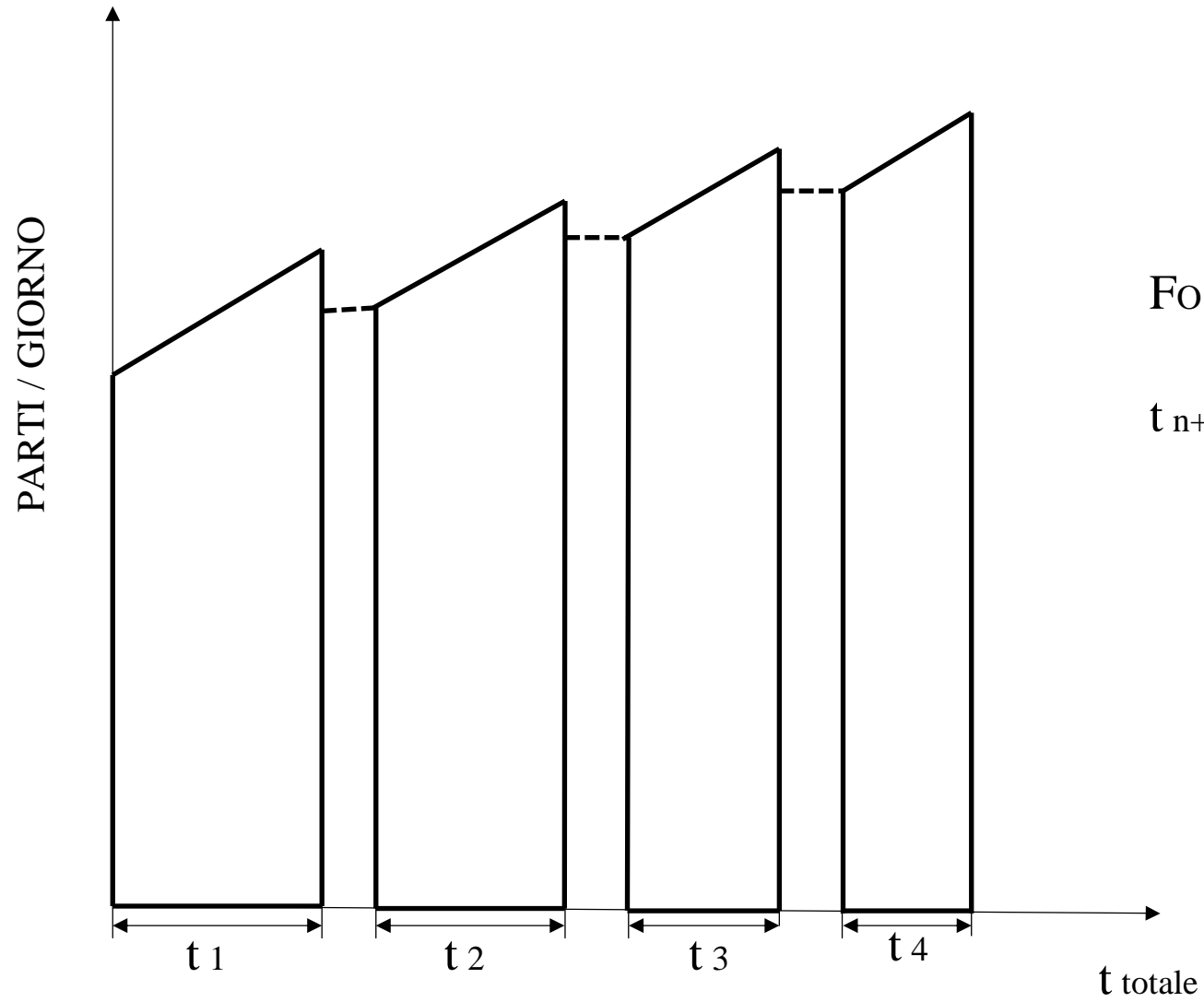
- a. Si considera un quantitativo determinato di parti identiche da produrre in  $n$  lotti di pari dimensioni intervallati da periodi tempi uguali
- b. Si fa variare la dimensione dei lotti
- c. Si fa variare il valore del *forgetting factor* espresso in termini percentuali
- d. Si analizza il risultato in funzione del tempo complessivo necessario per la produzione di tutto il quantitativo ipotizzato.



# Analisi di Towill



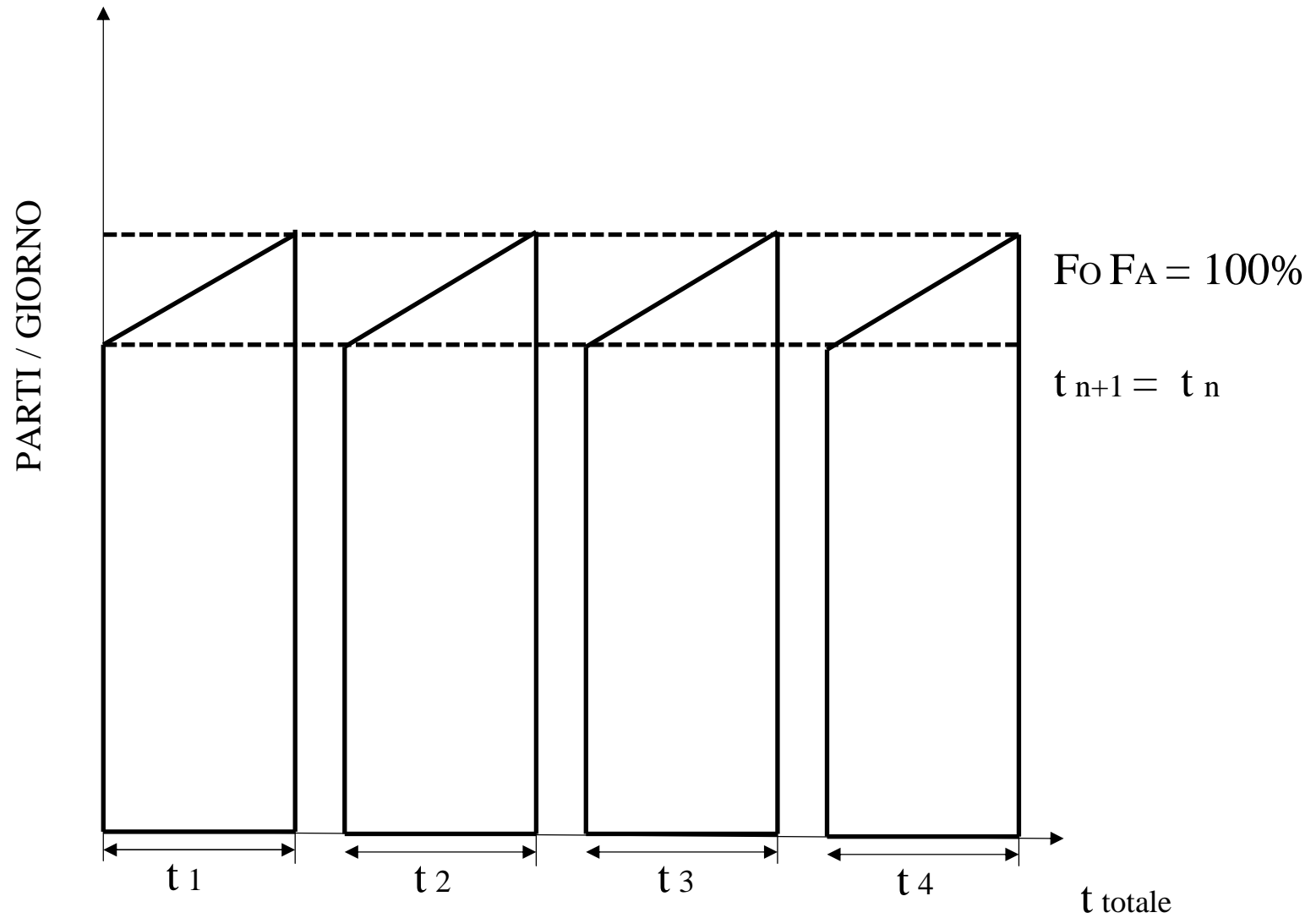
# Analisi di Towill



$$F_O F_A = 50\%$$

$$t_{n+1} < t_n$$

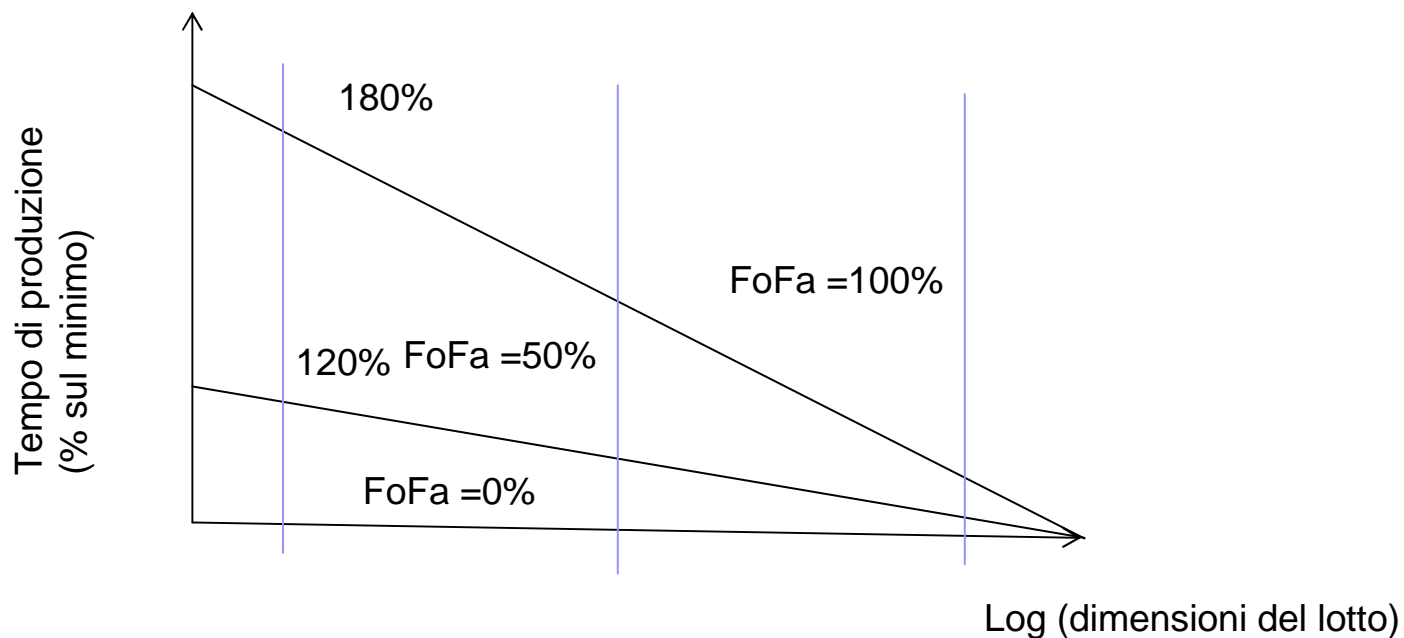
# Analisi di Towill



# Determinazione dei valori dei parametri **a** e **b**

## Analisi di Towill

Analogamente il tempo complessivo di produzione, in funzione di **b** e delle dimensioni dei lotti potrà variare come segue





# Altri modelli

Modello esponenziale

$$\frac{dy}{dx} = k * y \qquad \frac{dy}{y} = k * dx$$

Quindi, integrando e passando ai numeri reali, si ottiene il modello esponenziale con  $y_0 = \text{costante}$

$$y = y_0 * e^{-kx}$$

Modelli derivati di Pegel, De Jong, Levy

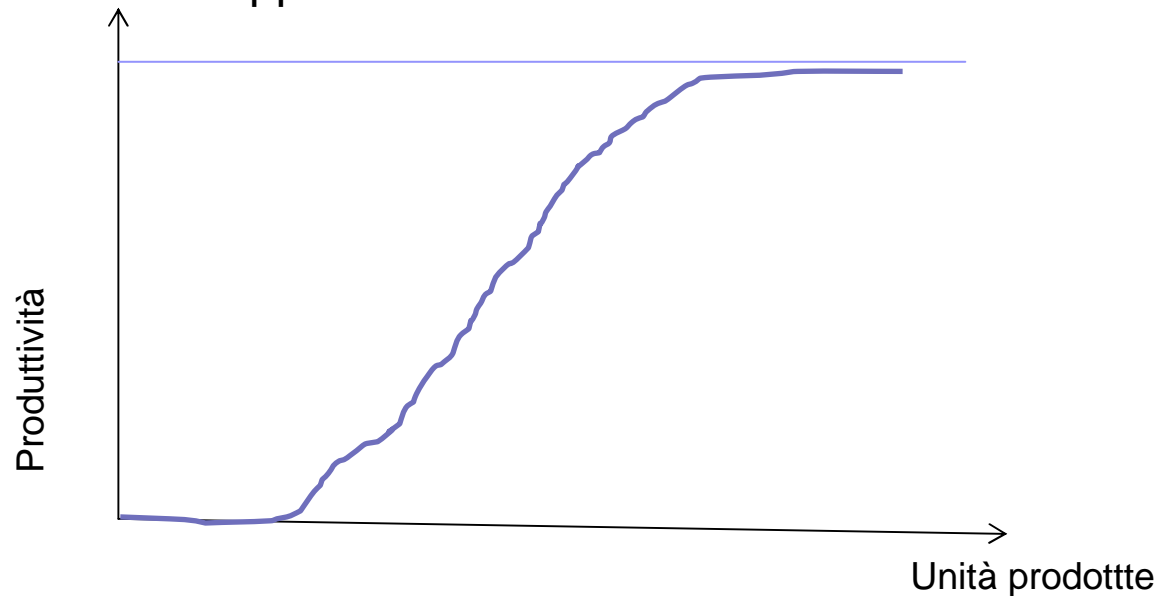
Introducono, secondo diversi criteri, un asintoto alla curva

# Altri modelli

## Curve a S

La curva a S canonica prevede:

- una prima fase ad apprendimento lento
- una seconda fase ad apprendimento rapido
- una terza fase ad apprendimento lento tendente a un asintoto



Le varianti al modello canonico sono le:

- curve a S a più stadi
- curve a S asimmetriche



# Altri modelli

## Modello di Crawford

$$y = a * k^{-b}$$

Dove:

**y** = misura della produttività media per un lotto di osservazioni (p.e.: tempo di ciclo unitario, costo unitario, peso unitario)

**a** = parametro legato alla misura della produttività ovvero produttività all'istante iniziale (p.e.: primo pezzo)

**k** = considerato un lotto di osservazioni, valore di produttività riferito al punto centrale del lotto

**b** = tasso di apprendimento ovvero pendenza della produttività marginale