



**Facoltà di Ingegneria**

---

**MODELLO PER LA RAPPRESENTAZIONE  
DI SISTEMI DI PRODUZIONE A FLUSSO  
IN FUNZIONE DELLA QUALITÀ**

**Carlo Noè**

Università Carlo Cattaneo

e-mail: [cnoe@liuc.it](mailto:cnoe@liuc.it)

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

La scelta di **dove** e **come** effettuare i controlli qualità e **quanti** controlli effettuare in un processo di produzione è fondamentale per rendere il sistema tecnologico quanto più vicino agli obiettivi scelti come riferimento.

Infatti, per il “**dove**” si consideri, ad esempio, l’alternativa tra l’effettuare controlli al termine di ogni fase di lavorazione oppure al termine di tutto il ciclo. Che scegliere ? Nella prima ipotesi, tendenzialmente più costosa per quanto concerne i controlli, si eviterebbe di procedere nella lavorazione di un semilavorato difettoso risparmiando così costi di trasformazione. Nella seconda, invece, probabilmente meno costosa per i controlli, si sosterrrebbero i costi di lavorazione di prodotti che andranno poi verosimilmente scartati.

È necessario pertanto valutare sempre quale può essere il *trade-off*.

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

Per il “**come**”, si dovrebbero definire con precisione quali strumenti utilizzare e quali cicli attuare per la misurazione. Sinteticamente il “come” potrebbe tradursi nella “efficacia del controllo”, vale a dire nella percentuale di difetti intercettati realmente dal controllo.

Per “**quanti**” controlli, si dovrebbe, per esempio, valutare se effettuare il controllo a campione o su tutta la produzione.

Le soluzioni possibili si moltiplicano ulteriormente e per questo motivo è sicuramente giustificabile l'uso di modelli che consentano di orientare la meglio le scelte.

Il modello che segue è finalizzato alla valutazione dei flussi fisici che attraversano un processo di produzione in termini dimensionali e di livello della qualità, posto che si conosca l'efficacia controlli svolti.

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

Nel modello tutte le tipologie di operazioni che si possono svolgere in un sistema tecnologico sono assegnate a “**stazioni elementari**”. Le stazioni elementari sono collegate tra loro in modo da rappresentare compiutamente il sistema tecnologico.

Ogni tipo di stazione elementare agisce in modo differente sui flussi modificandone o le dimensioni e/o i livelli di qualità.

Ogni stazione elementare è descrivibile attraverso una relazione matematica che definisce le caratteristiche dei flussi uscenti rispetto a quelle dei flussi entranti.

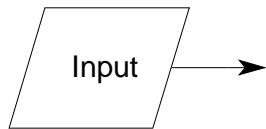
## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

Le stazioni elementari sono divisibili in tre gruppi:

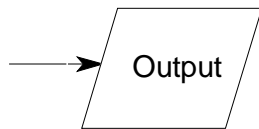
1. le stazioni di ***Input/ Output (I/O)***, sono quelle che immettono o tolgono dei flussi dal sistema tecnologico;
2. le stazioni ***Step***, sono quelle dove si compie una lavorazione sui flussi;
3. le stazioni **Nodo**, sono quelle dove uniscono o suddividono i flussi a seguito dell'esito di controlli o per altri motivi tecnici.

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

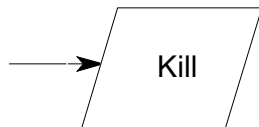
### Stazioni di *Input* - *Output* (I/O)



Stazione di *Input*: introduce all'inizio e durante il processo di lavorazione parti disassemblate



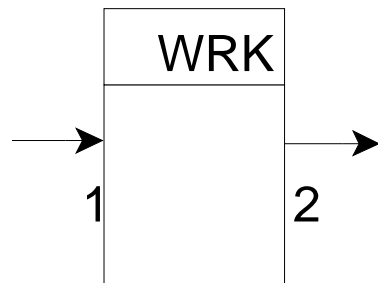
Stazione di *Output*: scarica alla fine del processo di lavorazione elementi completi



Stazione di *Kill*: elimina durante il processo di lavorazione parti o elementi disassemblati difettosi

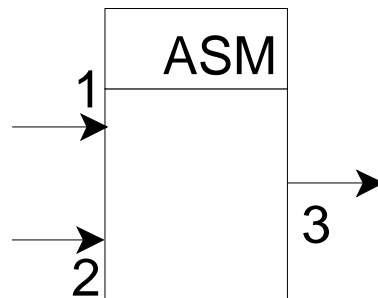
# ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

## Stazioni di *Step*



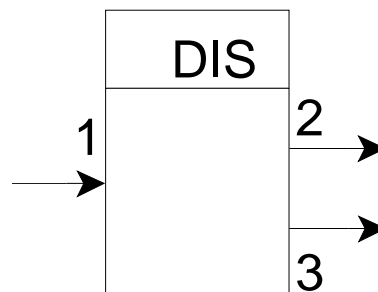
Stazione di lavorazione: vi si compie una lavorazione

Il flusso entrante è pari in dimensioni al flusso uscente



Stazione di assemblaggio: vi si assemblano due parti

ogni flusso entrante è pari in dimensioni al flusso uscente

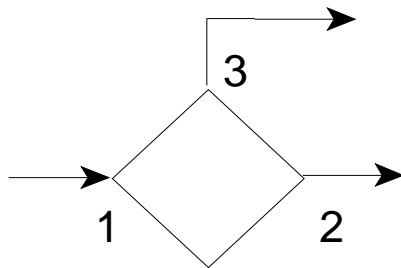


Stazione di disassemblaggio: vi si disassemblano due parti

ogni flusso uscente è pari in dimensioni al flusso entrante

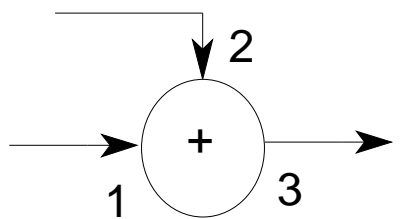
# ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

## Stazioni Nodo



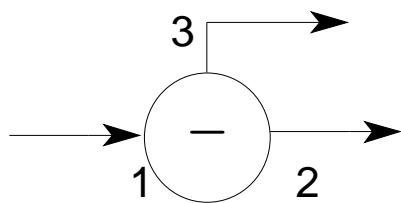
Stazione di *Test*:  
il flusso entrante  
si divide nei  
flussi delle parti  
buone e delle  
parti difettose

La somma dei flussi  
uscenti è pari al flusso  
entrante



Stazione di  
connessione  
flussi: si  
uniscono flussi di  
parti uguali

Il flusso uscente è pari  
alla somma dei flussi  
entranti



Stazione di  
suddivisione  
flussi: il flusso  
entrante si  
suddivide in due  
flussi di parti  
uguali

La somma dei flussi  
uscenti è pari al flusso  
entrante



## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Glossario del modello

**Entità:** tutto ciò cui è associabile un contenuto di qualità

**Parte o *Part Number* (componenti fisici):** entità fisica elementare trattata nel modello come indivisibile e che non può essere disassemblata

**Operazione (componenti logici):** entità logica elementare consistente in una lavorazione eseguita sulla parte o sull'elemento

**Qualità:** percentuale di entità rispondenti pienamente alla funzione richiesta (*Good*)

**Difettosità:** percentuale di entità che non soddisfa la funzione richiesta (*Defective*)

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Glossario del modello (segue)

**Adder.** difettosità espressa in termini percentuali aggiunta a ciascuna entità in ogni stazione *step* del processo

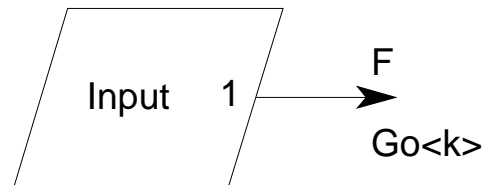
**Test Efficiency.** capacità della stazione di *test* espressa in termini percentuali di selezionare le entità *defective* dalle *good*

**Yield.** rapporto tra il numero di elementi considerati *good* uscenti da una stazione e il numero di elementi *good* entranti nella stazione stessa

**Start Factor.** numero di elementi che deve passare in ciascun punto del sistema per ottenere un elemento *good* alla fine del processo

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di *Input*



La relazione tipica della stazione è la seguente:

$$G_o <k> = 1 - (1 - QF <k>)$$

Dove  $G_o$  è la *Goodness* in output,  $k$  è l'entità fisica (*part number*) in ingresso e  $QF$  la Qualità di Fornitura.

#### **Esempio:**

Supponiamo di avere una stazione di *Input* relativa all'entità  $A$  della quale conosciamo  $QF$

$$F = 1$$

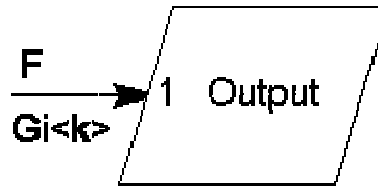
$$QF <A> = 0.9$$

Si ottiene:

$$G_o <A> = 1 - (1 - 0.9) = 0.9$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di *Output*



La relazione tipica della stazione è la seguente:

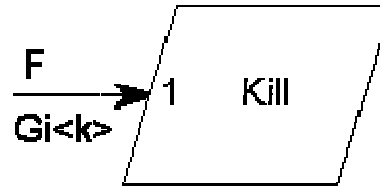
$$G \text{ < parte >} = \prod_{k=1}^n G_i \text{ < k >}$$

La stazione è priva di flusso di *output*.

Ogni entità in ingresso è caratterizzata dalla propria qualità.

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

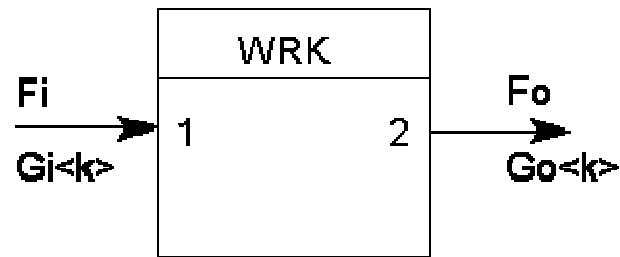
### Stazione di *Kill*



La stazione è priva di flussi di *output* e rappresenta l'uscita dal sistema delle parti scartate:  $G_i<k> = 0$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di Lavorazione



Le relazioni tipiche della stazione sono le seguenti:

$$G_o\langle k \rangle = G_i\langle k \rangle \cdot (1 - A\langle k \rangle)$$

dove  $k$  è esteso a tutte le entità a monte della stazione e  $A\langle k \rangle$  è la difettosità introdotta (*adder*) nell'entità  $k$ .

Inoltre:

$$G_o\langle WRK \rangle = 1 - A\langle WRK \rangle$$

#### Esempio:

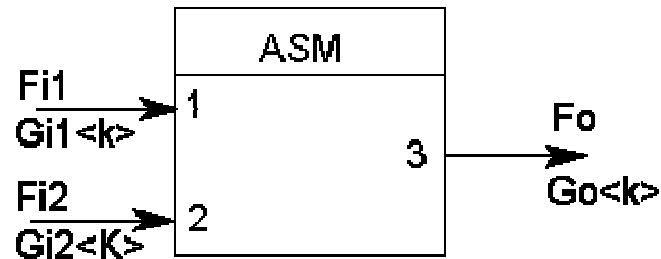
Supponiamo di avere all'ingresso della stazione di lavorazione un flusso unitario con due entità A e B di qualità nota e di conoscere gli *adder* introdotti dalla stazione. Si ottiene:

$$\begin{aligned} F_i &= 1 \\ G_i\langle A \rangle &= 0.9 \\ G_i\langle B \rangle &= 0.8 \\ A\langle A \rangle &= 0.01 \\ A\langle B \rangle &= 0.02 \\ A\langle WRK \rangle &= 0.05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_o &= 1 \\ G_o\langle A \rangle &= 0.9 * (1 - 0.01) = 0.891 \\ G_o\langle B \rangle &= 0.8 * (1 - 0.02) = 0.784 \\ G_o\langle WRK \rangle &= 1 - 0.05 = 0.95 \end{aligned}$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di Assemblaggio



Le relazioni tipiche della stazione sono le seguenti:

$$G_o \langle k \rangle = G_i \langle k \rangle \cdot (1 - A \langle k \rangle)$$

dove  $k$  è esteso a tutte le entità a monte della stazione e  $A \langle k \rangle$  è la difettosità introdotta (*adder*) nell'entità  $k$ .

Inoltre:

$$G_o \langle ASM \rangle = 1 - A \langle ASM \rangle$$

#### **Esempio:**

Supponiamo di avere all'ingresso della stazione di lavorazione un flusso unitario con due entità A e B di qualità nota e di conoscere gli *adder* introdotti dalla stazione. Si ottiene:

$$F_{i1} = F_{i2} = 1$$

$$G_{i \langle A \rangle} = 0.8$$

$$G_{i \langle B \rangle} = 0.85$$

$$A \langle A \rangle = 0.03$$

$$A \langle B \rangle = 0.05$$

$$A \langle ASM \rangle = 0.02$$

$$F_o = 1$$

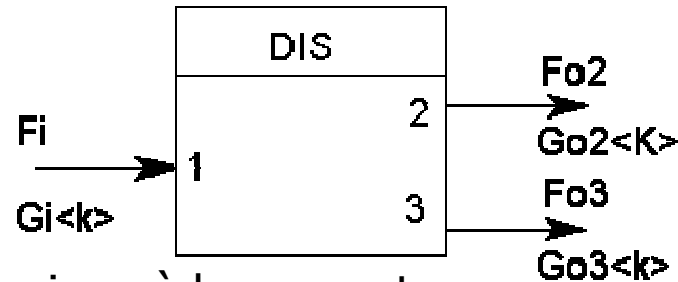
$$G_{o \langle A \rangle} = 0.8 * (1 - 0.03) = 0.776$$

$$G_{o \langle B \rangle} = 0.85 * (1 - 0.05) = 0.8075$$

$$G_{o \langle ASM \rangle} = 1 - 0.02 = 0.98$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di Disassemblaggio



La relazione tipica della stazione è la seguente:

$$G_o \langle k \rangle = G_i \langle k \rangle \cdot (1 - A \langle k \rangle)$$

dove  $k$  è esteso a tutte le entità a monte della stazione tranne che per l'assemblaggio che scompare con il disassemblaggio relativo e  $A \langle k \rangle$  è la difettosità introdotta (*adder*) nell'entità  $k$ .

#### **Esempio:**

Supponiamo di avere all'ingresso della stazione di disassemblaggio un flusso unitario con entità A e B e assemblaggio A+B di qualità nota e di conoscere gli *adder* introdotti dalla stazione. Si ottiene:

$$F_1 = 1$$

$$G_i \langle A \rangle = 0.9$$

$$G_i \langle B \rangle = 0.85$$

$$G \langle ASMA+B \rangle = 0.9$$

$$A \langle A \rangle = 0.03$$

$$A \langle B \rangle = 0.05$$

$$F_{O2} = F_{O3} = 1$$

$$G_o \langle A \rangle = 0.9 * (1 - 0.03) = 0.873$$

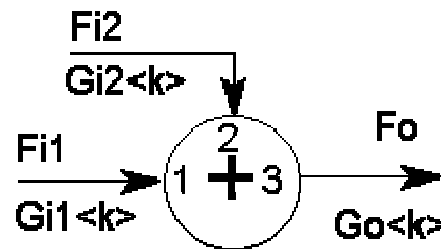
$$G_o \langle B \rangle = 0.85 * (1 - 0.05) = 0.8075$$

$$G \langle ASMA+B \rangle \text{ scompare}$$



## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di Connessione flussi



Le relazioni tipiche della stazione sono le seguenti:

$$G_o \langle k \rangle = \frac{F_{i1} \cdot G_{i1} \langle k \rangle + F_{i2} \cdot G_{i2} \langle k \rangle}{F_{i1} + F_{i2}}$$

$$F_{i1} + F_{i2} = F_o$$

dove k è esteso a tutte le entità presenti nella stazione.

#### **Esempio:**

Supponiamo di avere all'ingresso di una stazione di Connessione due flussi entranti con entità A e B di qualità nota e di valore dato. Si ottiene:

$$F_{i1} = 0.8$$

$$F_o = 0.8 + 0.4 = 1.2$$

$$F_{i2} = 0.4$$

$$G_{i1} \langle A \rangle = 0.9$$

$$G_o \langle A \rangle = (0.8 * 0.9 + 0.4 * 0.75) / (0.8 + 0.4) = 0.85$$

$$G_{i1} \langle B \rangle = 0.85$$

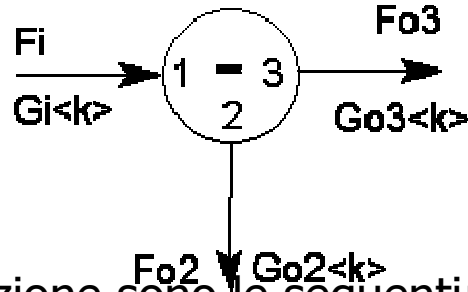
$$G_o \langle B \rangle = (0.8 * 0.85 + 0.4 * 0.8) / (0.8 + 0.4) = 0.83$$

$$G_{i2} \langle A \rangle = 0.75$$

$$G_{i2} \langle B \rangle = 0.80$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di Suddivisione flussi



Le relazioni tipiche della stazione sono le seguenti:

$$G_i \langle k \rangle = G_{o2} \langle k \rangle = G_{o3} \langle k \rangle$$

$$F_i = F_{o2} + F_{o3}$$

dove  $k$  è esteso a tutte le entità presenti nella stazione.

#### **Esempio:**

Supponiamo di avere all'ingresso di una stazione di suddivisione un flusso unitario con entità A e B di qualità nota e di conoscere la ripartizione del flusso da operare. Si ottiene:

$$F_i = 1$$

$$F_{o2} = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$F_{o3} = 0.3$$

$$G_i \langle A \rangle = 0.9$$

$$G_{o2} \langle A \rangle = 0.9$$

$$G_i \langle B \rangle = 0.8$$

$$G_{o2} \langle B \rangle = 0.8$$

$$G_i \langle A \rangle = 0.9$$

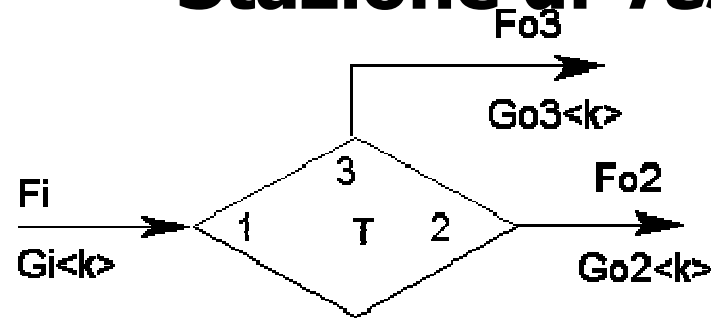
$$G_{o3} \langle A \rangle = 0.9$$

$$G_i \langle B \rangle = 0.8$$

$$G_{o3} \langle B \rangle = 0.8$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di *Test*



Le relazioni tipiche della stazione sono le seguenti:

$$F_{o3} = F_i \cdot TE\langle k \rangle \cdot (1 - G_i\langle k \rangle) \quad ; \quad F_{o2} = F_i - F_{o3}$$

$$G_{o2}\langle k \rangle = 1 - \frac{(1 - TE\langle k \rangle) \cdot (1 - G_i\langle k \rangle)}{1 - TE\langle k \rangle \cdot (1 - G_i\langle k \rangle)} \quad ; \quad G_{o3}\langle k \rangle = 0$$

dove  $k$  è esteso a tutte le entità presenti nella stazione e  $TE\langle k \rangle$  è la *test efficiency* relativa all'entità  $k$ .

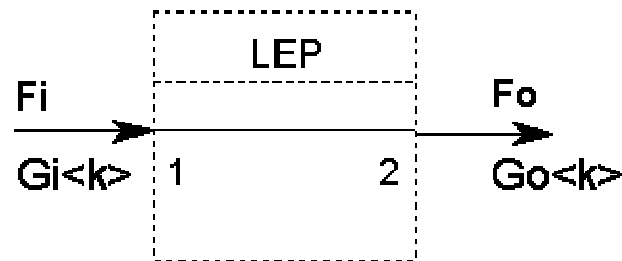
#### **Esempio:**

Supponiamo di avere all'ingresso di una stazione di test su A un flusso unitario con entità A, B e C di qualità nota e di conoscere la *test efficiency* della stazione. Si ottiene:

$F_i = 1$	$F_{o3} = 1 * 0.8 * (1 - 0.9) = 0.08$
$TE\langle A \rangle = 0.8$	$F_{o2} = 1 - 0.08 = 0.92$
$G_i\langle A \rangle = 0.9$	$G_{o2}\langle A \rangle = 1 - [(1 - 0.8) * (1 - 0.9)] / (1 - 0.8 * (1 - 0.9)) = 0.9783$
$G_i\langle B \rangle = 0.8$	$G_{o2}\langle B \rangle = 0.8$
$G_i\langle C \rangle = 0.85$	$G_{o2}\langle C \rangle = 0.85$
$G_i\langle C \rangle = 0.85$	
$G_i\langle A \rangle = 0.9$	$G_{o3}\langle A \rangle = 0$
$G_i\langle B \rangle = 0.8$	$G_{o3}\langle B \rangle = 0.8$
$G_i\langle C \rangle = 0.85$	$G_{o3}\langle C \rangle = 0.85$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione LEP



Le relazioni tipiche della stazione sono le seguenti:

$G_o \langle t \rangle = \text{non definibile}$

$G_i \langle k \rangle = G_o \langle k \rangle$

dove  $t$  sono le entità logiche annullate dalla stazione e  $k$  sono le entità non annullate dalla stazione.

#### **Esempio:**

Supponiamo di avere all'ingresso della stazione LEP un flusso unitario con entità  $A, B$ ; assemblaggio  $A+B$ , lavorazione 1 e lavorazione 2, con parametri qualitativi noti e di conoscere l'entità annullata dalla stazione.

Si ottiene:

$$F_i = 1$$

$$G_i \langle A \rangle = 0.9$$

$$G_i \langle B \rangle = 0.8$$

$$G_i \langle \text{ASM } A+B \rangle = 0.75$$

$$G_i \langle \text{WRK } 1 \rangle = 0.8$$

$$G_i \langle \text{WRK } 2 \rangle = 0.85$$

$$F_o = 1$$

$$G_o \langle A \rangle = 0.9$$

$$G_o \langle B \rangle = 0.8$$

$$G_o \langle \text{ASM } A+B \rangle = 0.75$$

$$G_o \langle \text{WRK } 1 \rangle = \text{annullata}$$

$$G_o \langle \text{WRK } 2 \rangle = 0.85$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

Di ogni sistema di produzione può essere quindi costruito il modello combinando e legando tra loro le stazioni elementari atte a rappresentare quello che accade realmente nel sistema.

Tenuto conto delle relazioni caratteristiche che reggono ogni stazione, nel rispetto delle congruenze, è possibile calcolare con esattezza le dimensioni dei flussi che attraversano il sistema nei passaggi tra le varie stazioni. Per ogni flusso è possibile inoltre determinare con precisione anche la *goodness* complessiva e quelle relative a ogni entità (fisica o logica) presente nel flusso stesso.

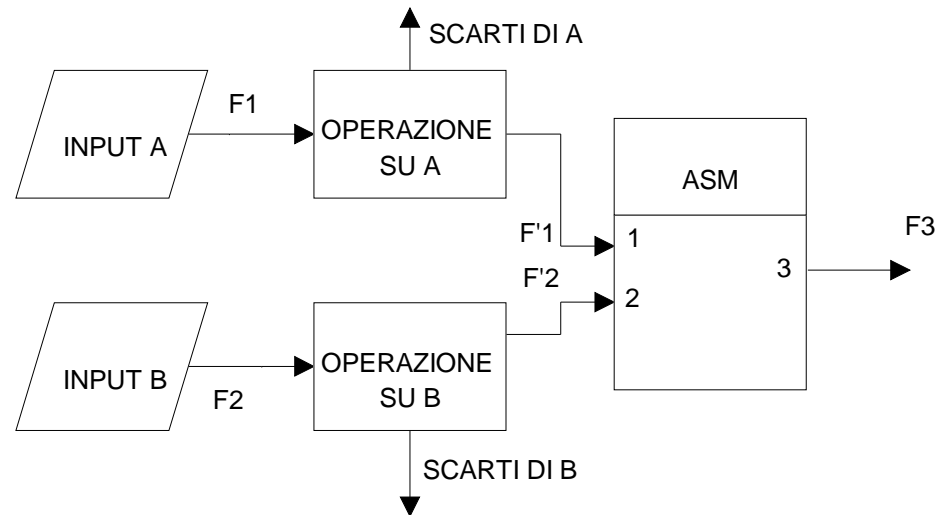
Questo ci consente di valutare se gli obiettivi di qualità del prodotto finale sono soddisfatti e, in caso negativo, di capire come si potrebbe operare per raggiungerli.

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

La determinazione delle dimensioni dei flussi e dei rispettivi livelli di qualità si complica nel caso della presenza di flussi di ricircolo di materiali a seguito di disassemblaggi. In questo caso occorre introdurre nell'algoritmo risolutivo il fattore di congruenza che fa in modo che il rapporto tra le dimensioni dei flussi entranti in una stazione di assemblaggio sia pari ad 1.

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

Esempio criterio di congruenza:



Quando si hanno ricircoli di flussi non è detto che, a fronte di flussi di *input* uguali ( $F_1$  e  $F_2$ ), i flussi  $F'_1$  e  $F'_2$  siano equivalenti, quindi non si rispetterebbe la condizione di congruenza della stazione ( $F'_1 / F'_2 = 1$ ).

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

Quindi, per rispettare la condizione di congruenza si introduce un fattore di congruenza  $Z$  definito come:

$$\frac{F_1'}{F_2'} = Z \neq 1$$

Supponendo di mantenere unitario il flusso iniziale  $F_1$ , si avrà:

$$F_2'' = F_2 \cdot Z$$

Generalizzando:

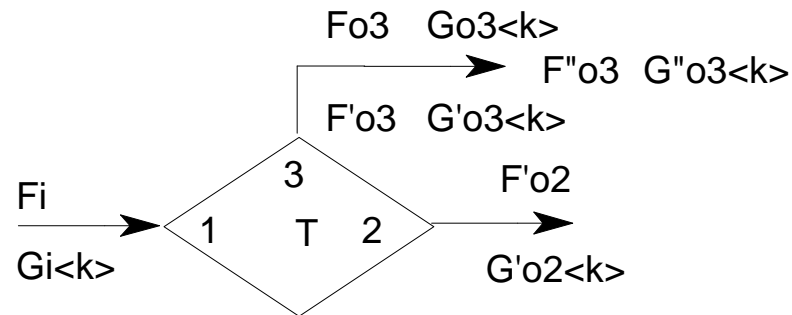
$$F''(i) = F(i) \cdot \prod_{j=1}^n Z(i, j)$$

dove:  $i = 1, m$  flussi di ingresso iniziali  
 $j = 1, n$  condizioni di congruenza



## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Estensione del modello Stazione di *test* imperfetta



Posto che:

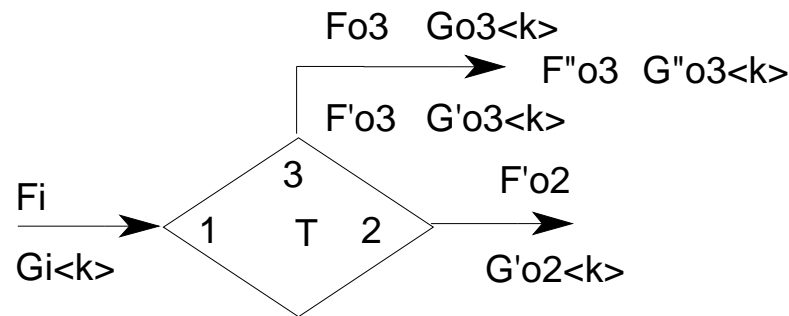
$$TE < k > = \frac{\text{Entità difettose scartate}}{\text{Entità difettose totali}}$$
$$1 - TE < k > = \text{Errore del primo tipo}$$

$$TE' < k > = \frac{\text{Entità buone scartate}}{\text{Entità buone totali}}$$

$$TE' < k > = \text{errore del secondo tipo}$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di *test* imperfetta



Le relazioni tipiche della stazione sono le seguenti:

$$F_{o3} = F_i \cdot TE\langle k \rangle \cdot (1 - G_i\langle k \rangle)$$

$$G_{o3}\langle k \rangle = 0$$

$$F'_{o3} = F_i \cdot TE'\langle k \rangle \cdot G_i\langle k \rangle$$

$$G_{o3}\langle k \rangle = G_i \quad (= 1 ?)$$

$$F''_{o3} = F_i \cdot [TE\langle k \rangle + G_i\langle k \rangle \cdot (TE'\langle k \rangle - TE\langle k \rangle)]$$

$$F'_{o2} = F_i \cdot [(1 - TE\langle k \rangle) + G_i\langle k \rangle \cdot (TE\langle k \rangle - TE'\langle k \rangle)]$$

$$G''_{o3}\langle k \rangle = \frac{TE'\langle k \rangle \cdot G_i\langle k \rangle}{TE\langle k \rangle \cdot (1 - G_i\langle k \rangle) + TE'\langle k \rangle \cdot G_i\langle k \rangle}$$

$$G'_{o2}\langle k \rangle = 1 - \frac{(1 - TE\langle k \rangle) \cdot (1 - G_i\langle k \rangle)}{1 - TE\langle k \rangle \cdot (1 - G_i\langle k \rangle) - TE'\langle k \rangle \cdot G_i\langle k \rangle}$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di *test* imperfetta

Esempio:

Supponiamo di avere all'ingresso della stazione di *test* sull'entità A un flusso unitario e di conoscere le *test efficiency* della stazione:

$$F_i = 1$$

$$G_i < A > = 0.9$$

$$TE < A > = 0.9 \quad (\text{errore del primo tipo} = 10\%)$$

$$TE' < A > = 0.05 \quad (\text{errore del secondo tipo} = 5\%)$$

si ottiene

$$F''_{o3} = 1 * [ 0.9 + 0.9 * ( 0.05 - 0.9 ) ] = 0.135$$

$$G''_{o3} < A > = \frac{0.05 * 0.9}{0.9 * ( 1 - 0.9 ) + 0.05 * 0.9} = 0.33333$$

## ❖ QUALITÀ IN PRODUZIONE

### Stazione di *test* imperfetta (segue esempio)

$$F'_{o2} = 1 * [ ( 1 - 0.9 ) + 0.9 * ( 0.9 - 0.05 ) ] = 0.865$$

$$G'_{o2} <A> = 1 - \frac{(1-0.9) * (1-0.9)}{1 - 0.9 * (1-0.9) - 0.05 * 0.9} = 0.9884$$

$$G''_{o3} <B> = 0.8 \text{ (non cambia)}$$

$$G''_{o3} <C> = 0.85 \text{ (non cambia)}$$