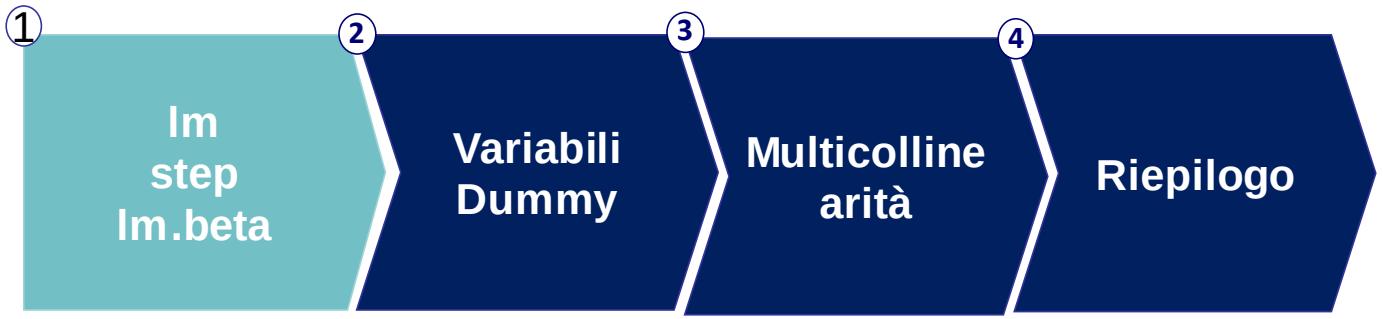
Regressione lineare

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Esercitazione n°9

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:

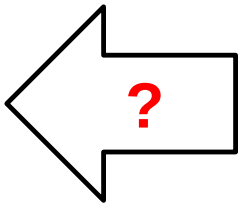


Modello di Regressione Lineare

L'analisi della regressione lineare è una metodologia asimmetrica che si basa sull'ipotesi dell'esistenza di una relazione di tipo **causa-effetto** tra una o più variabili indipendenti (o esplicative, X_i) e la variabile dipendente (Y).

Y

Variabile «target»: rappresenta un fenomeno di interesse (variabile quantitativa continua)



$X_1, X_2, \ldots, X_p$

Variabili che si ritiene possano influenzare Y

OBIETTIVO:

Individuare quali variabili tra X1,…,Xp (variabili «indipendenti») influenzano la variabile Y (variabile «dipendente») e come la influenzano

Modello di Regressione Lineare

Y	X_1	X_2	X_3	…	…	…	X_p
y_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	…	…	…	x_{1p}
y_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	…	…	…	x_{2p}
y_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	…	…	…	x_{3p}
…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…
y_n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	…	…	…	x_{np}
(nx1)				(nxp)			

- n righe → n unità statistiche
- Y = variabile quantitativa continua oggetto dell'analisi
- p colonne corrispondenti alle variabili indipendenti ($X_1,\ldots,X_p$) (consideriamo variabili di natura quantitativa)
- in corrispondenza di ogni riga abbiamo (p+1) misurazioni: $(y_i,x_{i1},x_{i2},x_{i3},\ldots,x_{ip})$ $i=1,\ldots,n$

Modello di Regressione Lineare

Vogliamo descrivere la relazione esistente tra la variabile dipendente Y e le variabili indipendenti (X1,…Xp) tramite una funzione lineare.

Equazione di regressione lineare multipla

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i$$

- Y_i: i-esima oss. su Y
- β_0: intercetta
- β_1: coefficiente di X1
- X_{i1}: i-esima oss. su X1
- ε_i: errore relativo all'i-esima oss.

lm– Esempio

Variabile dipendente (soddisfazione globale) e 9 regressori (variabili indipendenti)

Nome variabile	Descrizione variabile
AltriOperatori_2	Livello di soddisfazione relativo ai costi verso altri operatori
assistenza_2	Livello di soddisfazione relativo al servizio di assistenza
Autoricarica_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di autoricarica
CambioTariffa_2	Livello di soddisfazione relativo alla facilità di cambiamento della tariffa
ChiamateTuoOperatore_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di effettuare chiamate a costi inferiori verso numeri dello stesso operatore
ComodatoUso_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di rivecere un cellulare in comodato d'uso
CostoMMS_2	Livello di soddisfazione relativo al costo degli MMS
Promozioni_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di attivare promozioni sulle tariffe
vsPochiNumeri_2	Livello di soddisfazione relativo alle agevolazioni verso uno o più numeri di telefono
soddisfazione_globale	Livello di soddisfazione globale relativo al telefono cellulare

lm – Sintassi

La funzione che in R calcola il modello di regressione lineare è la ***lm (linear model).***

Modello di regressione lineare – a partire da *p* regressori (variabili indipendenti)

```
Nome_dataset = lm (variabile_dipendente

  ~ variabile_indipendente,

  data=dataset_input)
```

lm – Esempio

Modello di regressione lineare:

Variabile dipendente= SODDISFAZIONE_GLOBALE,

Regressori= 9 variabili di soddisfazione (livello di soddisfazione relativo a tariffe, promozioni, ecc.)

VARIABILE DIPENDENTE

```
Soddisfazione = lm (soddisfazione_globale
~ CambioTariffa_2 + ComodatoUso_2      +
AltriOperatori_2 + assistenza_2  +
ChiamateTuoOperatore_2  + Promozioni_2 +
Autoricarica_2  + CostoMMS_2  +
vsPochiNumeri_2, data=telefonia)
```

REGRESSORI

DATASET DI INPUT DEI DATI

Valutazione modello

Valutazione della bontà del modello (output della lm)

- Coefficiente di determinazione **R-quadro** per valutare la capacità esplicativa del modello → capacità di rappresentare la relazione tra la variabile dipendente e i regressori
  (varia tra 0 e 1, quanto più si avvicina ad 1 tanto migliore è il modello)

- Test F per valutare la significatività congiunta dei coefficienti (se il p-value del test è inferiore al livello di significatività fissato, rifiuto l'ipotesi che i coefficienti siano tutti nulli →il modello ha capacità esplicativa)

- Test **t** per valutare la significatività dei *singoli* coefficienti
  (se il p-value del test è inferiore al livello di significatività fissato, rifiuto l'ipotesi di coefficiente nullo → il regressore corrispondente è rilevante per la spiegazione della variabile dipendente)

lm – Output

Summary(soddisfazione)

```
> summary(soddisfazione)

Call:
lm(formula = soddisfazione_globale ~ CambioTariffa_2 + ComodatoUso_2 +
    AltriOperatori_2 + assistenza_2 + ChiamateTuoOperatore_2 +
    Promozioni_2 + Autoricarica_2 + CostoMMS_2 + vsPochiNumeri_2,
    data = telefonia)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.05388 -0.54353  0.02425  0.55546  2.86406

Coefficients:
                       Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)            1.655292   0.299960   5.518 9.38e-08 ***
CambioTariffa_2        0.118383   0.031784   3.725 0.000247 ***
ComodatoUso_2          0.074904   0.027020   2.772 0.006035 **
AltriOperatori_2       0.089570   0.032851   2.727 0.006904 **
assistenza_2           0.104721   0.035066   2.986 0.003136 **
ChiamateTuoOperatore_2 0.209688   0.035710   5.872 1.53e-08 ***
Promozioni_2           0.174532   0.039617   4.405 1.63e-05 ***
Autoricarica_2        -0.001675   0.026596  -0.063 0.949838
CostoMMS_2             0.009812   0.027645   0.355 0.722991
vsPochiNumeri_2        0.015711   0.030118   0.522 0.602437
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8868 on 225 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.5949,    Adjusted R-squared:  0.5787
F-statistic: 36.71 on 9 and 225 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

FORMULA

STIMA DEI COEFFICIENTI DEL MODELLO

TEST STATISTICI

lm – Output – TEST STATISTICI

attenzione!! → se la variabile dipendente o almeno uno dei regressori contiene un valore mancante, R scarta l'intero record nella stima del modello

```
Residual standard error: 0.8868 on 225 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.5949,    Adjusted R-squared:  0.5787
F-statistic: 36.71 on 9 and 225 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

R^2 : 0.5949, Il modello è abbastanza buono, spiega il 60% della variabilità della variabile dipendente. Quanto più R-Square si avvicina ad 1 tanto migliore è il modello.

R^2 corretto: il 57.87% della variabilità della soddisfazione può essere spiegato dal modello proposto, tenuto conto delle numero di regressori e dell'ampiezza campionaria

lm – Output – TEST STATISTICI

Test F per valutare la significatività congiunta dei coefficienti

$$H_0 : \beta_1 = \ldots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \text{almeno un } \beta_j \neq 0$$

```
Residual standard error: 0.8868 on 225 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.5949,    Adjusted R-squared:  0.5787
F-statistic: 36.71 on 9 and 225 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Test F: 36.71 e rispettivo p-value<0.05.

Fissato un livello di significatività pari a 0.05, il p-value associato al test F è < 0.05, quindi Rifiuto l'ipotesi H0.

Il modello ha capacità esplicativa

lm – Output – STIMA DEI COEFFICIENTI DEL MODELLO

Test t per valutare la significatività dei singoli coefficienti

$$H_0 : \beta_j = 0$$
$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

```
Coefficients:
                      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)           1.655292   0.299960   5.518 9.38e-08 ***
CambioTariffa_2       0.118383   0.031784   3.725 0.000247 ***
ComodatoUso_2         0.074904   0.027020   2.772 0.006035 **
AltriOperatori_2      0.089570   0.032851   2.727 0.006904 **
assistenza_2          0.104721   0.035066   2.986 0.003136 **
ChiamateTuoOperatore_2 0.209688   0.035710   5.872 1.53e-08 ***
Promozioni_2          0.174532   0.039617   4.405 1.63e-05 ***
Autoricarica_2       -0.001675   0.026596  -0.063 0.949838
CostoMMS_2            0.009812   0.027645   0.355 0.722991
vsPochiNumeri_2       0.015711   0.030118   0.522 0.602437
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

R identifica con gli * il livello di significatività del p-value associato al test T:

- se il p-value è <0.05, 1 asterisco
- se p-value<0.01, 2 asterischi
- se p-value<0.001, 3 asterischi

lm – Output – STIMA DEI COEFFICIENTI DEL MODELLO

Fissato un livello di significatività pari a 0.05, il **p-value associato al test t è < 0.05**
→ **Rifiuto l'ipotesi H0** di coefficiente nullo → il regressore corrispondente è rilevante per la spiegazione della variabile dipendente

```
Coefficients:
                      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)           1.655292   0.299960   5.518 9.38e-08 ***
CambioTariffa_2       0.118383   0.031784   3.725 0.000247 ***
ComodatoUso_2         0.074904   0.027020   2.772 0.006035 **
AltriOperatori_2      0.089570   0.032851   2.727 0.006904 **
assistenza_2          0.104721   0.035066   2.986 0.003136 **
ChiamateTuoOperatore_2 0.209688   0.035710   5.872 1.53e-08 ***
Promozioni_2          0.174532   0.039617   4.405 1.63e-05 ***
Autoricarica_2       -0.001675   0.026596  -0.063 0.949838
CostoMMS_2            0.009812   0.027645   0.355 0.722991
vsPochiNumeri_2       0.015711   0.030118   0.522 0.602437
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Se il **p-value associato al test t è > 0.05** (livello di significatività fissato a priori) si **accetta l'ipotesi H0** di coefficiente nullo → il regressore corrispondente **NON** è rilevante per la spiegazione della variabile dipendente.

Selezione regressori

- ✓ Nella scelta dei regressori bisogna cercare di mediare tra due esigenze:
  1) maggior numero di variabili per migliorare il fit
  2) parsimonia per rendere il modello più robusto e interpretabile

- ✓ Scelta dei regressori che entrano nel modello

metodi di selezione automatica

Selezione regressori

E' possibile ricorrere a procedure di calcolo automatico per selezionare il sottoinsieme di regressori ottimale tra quelli possibili

• **forward selection** → inserisce nel modello una variabile per volta, scegliendo ad ogni passo il regressore che contribuisce maggiormente alla spiegazione della variabilità di Y

• **backward selection** → parte da un modello che considera tutti i regressori; rimuove dal modello una variabile per volta, scegliendo ad ogni passo il regressore che comporta la minor perdita di capacità esplicativa della variabilità di Y

• **stepwise selection** (forward+backward selection) → ogni variabile può entrare/uscire dal modello

Selezione Stepwise

Procedura sequenziale che valuta l'ingresso/uscita dal modello dei singoli regressori:

- test statistico (test «F parziale») che valuta la significatività del contributo del regressore alla spiegazione della variabilità di Y;
- vengono fissati a priori due livelli di significatività (ingresso/uscita)

- **Step 0**→si considerano tutti i potenziali regressori

- **Step 1**→entra il primo regressore. Ossia, viene stimato un modello contenente un unico regressore tra quelli proposti (viene scelto il regressore che dà il contributo maggiore alla spiegazione della variabilità, purché sia significativo)

- **Step 2**→si valutano tutti i possibili modelli contenenti il regressore individuato allo step 1 e uno dei rimanenti regressori, e si tiene il modello con il fit migliore (ossia entra il regressore che dà il contributo maggiore alla spiegazione della variabilità, purché sia significativo)

Selezione Stepwise

- **Step 3 e seguenti** →si valuta l'uscita di ognuno dei regressori presenti (in base alla minor perdita di capacità esplicativa del modello) e l'ingresso di un nuovo regressore (in base al maggior incremento nella capacità esplicativa del modello).

- **NB**: un regressore incluso ai passi precedenti può essere rimosso a seguito dell'inserimento di altri regressori che rendono non più significativo il suo contributo originale alla spiegazione della variabilità di Y

- **Criterio di arresto** → la procedura si arresta quando nessun regressore rimanente può essere inserito in base al livello di significatività scelto (slentry) e nessun regressore incluso può essere eliminato in base al livello di significatività scelto (slstay). In pratica quando non si riesce in alcun modo ad aumentare la capacità esplicativa del modello

Esercizio

Variabile dipendente (soddisfazione globale) e 21 regressori (variabili di soddisfazione)

Nome variabile	Descrizione variabile
soddisfazione_globale	Livello di soddisfazione globale relativo al telefono cellulare
AccessoWeb_2	Livello di soddisfazione relativo al costo di accesso a internet
AltriOperatori_2	Livello di soddisfazione relativo ai costi verso altri operatori
assistenza_2	Livello di soddisfazione relativo al servizio di assistenza
Autoricarica_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di autoricarica
CambioTariffa_2	Livello di soddisfazione relativo alla facilità di cambiamento della tariffa
ChiamateTuoOperatore_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di effettuare chiamate a costi inferiori verso numeri dello stesso operatore
ChiarezzaTariffe_2	Livello di soddisfazione relativo alla chiarezza espositiva delle tariffe
ComodatoUso_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di rivecere un cellulare in comodato d'uso
copertura_2	Livello di soddisfazione relativo alla copertura della rete
CostoMMS_2	Livello di soddisfazione relativo al costo degli MMS
CostoSMS_2	Livello di soddisfazione relativo al costo degli SMS
diffusione_2	Livello di soddisfazione relativo alla diffusione
DurataMinContratto_2	Livello di soddisfazione relativo alla presenza di una durata minima del contratto
immagine_2	Livello di soddisfazione relativo all'immagine
MMSTuoOperatore_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità inviare MMS a costi inferiori verso numeri dello stesso operatore
NavigazioneWeb_2	Livello di soddisfazione relativo al costo di navigazione in internet
NoScattoRisp_2	Livello di soddisfazione relativo all'assenza di scatto alla risposta
NumeriFissi_2	Livello di soddisfazione relativo alle agevolazioni verso numeri fissi
Promozioni_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità di attivare promozioni sulle tariffe
SMSTuoOperatore_2	Livello di soddisfazione relativo alla possibilità inviare SMS a costi inferiori verso numeri dello stesso operatore
vsPochiNumeri_2	Livello di soddisfazione relativo alle agevolazioni verso uno o più numeri di telefono

step – Sintassi

1. **Stimo il modello di regressione lineare**
2. **Uso la funzione step per stimare il modello con il metodo stepwise**

```
Nome_modello_lm = step(nome_dataset_lm,
  direction='both')
```

applica la procedura stepwise per la selezione dei regressori

step – Esempio

Modello di regressione lineare:

Variabile dipendente= SODDISFAZIONE_GLOBALE,

Regressori= 21 variabili di soddisfazione (livello di soddisfazione relativo a tariffe, promozioni, ecc.)

1.

```
Soddisfazione2 = lm ( soddisfazione_globale ~ AccessoWeb_2 +
AltriOperatori_2 + assistenza_2 + Autoricarica_2 +
CambioTariffa_2 + ChiamateTuoOperatore_2 +
ChiarezzaTariffe_2 + ComodatoUso_2 + copertura_2 + CostoMMS_2
+ CostoSMS_2 + diffusione_2 + DurataMinContratto_2 +
immagine_2 + MMSTuoOperatore_2 + NavigazioneWeb_2 +
NoScattoRisp_2 + NumeriFissi_2 + Promozioni_2 +
SMSTuoOperatore_2 + vsPochiNumeri_2, data=telefonia)
```

2.

```
p<-step(soddisfazione2, direction='both')

summary(p)
```

criterio di selezione automatica dei regressori

step – Output

Il primo Output di R mostra tutti i vari passaggi della stepwise.
L'output della summary, invece, mostra il modello ottimale scelto dalla procedura.

```
> summary(p)

Call:
lm(formula = soddisfazione_globale ~ AltriOperatori_2 + CambioTariffa_2 +
    ChiamateTuoOperatore_2 + ChiarezzaTariffe_2 + ComodatoUso_2 +
    copertura_2 + diffusione_2 + NumeriFissi_2 + Promozioni_2,
    data = telefonia)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.74320 -0.57538 -0.00447  0.48309  2.50958

Coefficients:
                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)           0.95386    0.38247   2.494 0.013353 *
AltriOperatori_2      0.06421    0.03355   1.914 0.056899 .
CambioTariffa_2       0.12878    0.03143   4.097 5.84e-05 ***
ChiamateTuoOperatore_2 0.17471   0.03693   4.730 3.96e-06 ***
ChiarezzaTariffe_2    0.07886    0.03200   2.464 0.014488 *
ComodatoUso_2         0.06857    0.02572   2.667 0.008221 **
copertura_2           0.10223    0.04026   2.539 0.011784 *
diffusione_2          0.07766    0.04274   1.817 0.070574 .
NumeriFissi_2         0.04926    0.03380   1.457 0.146395
Promozioni_2          0.14375    0.03935   3.653 0.000322 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8686 on 225 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.6113,    Adjusted R-squared:  0.5958
F-statistic: 39.32 on 9 and 225 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Il metodo Stepwise seleziona 9 regressori tra le 21 variabili di soddisfazione, di cui 6 sono significative

step – Output

```
> summary(p)

Call:
lm(formula = soddisfazione_globale ~ AltriOperatori_2 + CambioTariffa_2 +
    ChiamateTuoOperatore_2 + ChiarezzaTariffe_2 + ComodatoUso_2 +
    copertura_2 + diffusione_2 + NumeriFissi_2 + Promozioni_2,
    data = telefonia)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.74320 -0.57538 -0.00447  0.48309  2.50958

Coefficients:
                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)           0.95386    0.38247   2.494 0.013353 *
AltriOperatori_2      0.06421    0.03355   1.914 0.056899 .
CambioTariffa_2       0.12878    0.03143   4.097 5.84e-05 ***
ChiamateTuoOperatore_2 0.17471   0.03693   4.730 3.96e-06 ***
ChiarezzaTariffe_2    0.07886    0.03200   2.464 0.014488 *
ComodatoUso_2         0.06857    0.02572   2.667 0.008221 **
copertura_2           0.10223    0.04026   2.539 0.011784 *
diffusione_2          0.07766    0.04274   1.817 0.070574 .
NumeriFissi_2         0.04926    0.03380   1.457 0.146395
Promozioni_2          0.14375    0.03935   3.653 0.000322 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8686 on 225 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.6113,    Adjusted R-squared:  0.5958
F-statistic: 39.32 on 9 and 225 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Fissato un livello di significatività pari a 0.05, il p-value associato al test t è < 0.05 → i regressori selezionati sono rilevanti per la spiegazione della variabile dipendente

Interpretazione coefficienti

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_p X_p + \varepsilon$$

- Il coefficiente esprime la variazione che subisce la variabile dipendente Y in seguito a una variazione unitaria del regressore, posto che il valore degli altri regressori rimanga costante

- ATTENZIONE!!→ i valori dei coefficienti dipendono dall'unità di misura della variabile a cui sono associati, quindi non sono direttamente confrontabili ed utilizzabili per stabilire un ordine di importanza tra i regressori rispetto all'impatto sulla variabile Y.

- in genere si considerano i coefficienti standardizzati (lm.beta in R) che non sono influenzati dall'unità di misura delle variabili

lm.beta – Sintassi

Per calcolare le stime standardizzate dei coefficienti, è necessario scaricare un pacchetto: **QuantPsyc** e richiamarlo.

Successivamente si potrà usare la funzione **lm.beta**

```
library(QuantPsyc)
```

```
lm.beta(nome_modello_lm)
```

lm.beta – Interpretazione output

Interpretiamo solo i coefficienti delle variabili che nell'output della regressione lineare erano significativi (p-value < 0.05).

```
> lm.beta(p)
     AltriOperatori_2      CambioTariffa_2 ChiamateTuoOperatore_2     ChiarezzaTariffe_2
           0.09532746           0.20958047           0.24807429           0.12966234
      ComodatoUso_2          copertura_2          diffusione_2          NumeriFissi_2
           0.11681706           0.11527455           0.08362539           0.07125797
      Promozioni_2
           0.20801836
```

Se la variabile CambioTariffa_2 aumenta di una unità allora la soddisfazione globale aumenta del 20%

Se la variabile CambioTariffa_2 diminuisce di una unità allora la soddisfazione globale diminuisce del 20%

N.B.: **Attenzione al segno del coefficiente!!**

lm.beta – Esempio Output

Se il regressore3 aumenta di una unità allora la variabile dipendente diminuisce del 31%

Se il regressore3 diminuisce di una unità allora la variabile dipendente aumenta del 31%

N.B.:attenzione al segno del coefficiente!!

Parameter Estimates						
Variable	**DF**	**Parameter Estimate**	**Standard Error**	**t Value**	**Pr > |t|**	**Standardized Estimate**
Intercept	**1**	1.71	0.283	6.03	<.0001	**0**
regressore 1	**1**	0.12	0.032	3.77	<.0001	**0.19**
regressore 2	**1**	0.08	0.026	2.99	<.0001	**0.13**
regressore 3	**1**	-0.22	0.034	6.29	<.0001	**-0.31**
regressore 4	**1**	0.18	0.037	4.81	<.0001	**0.26**

Importanza dei regressori

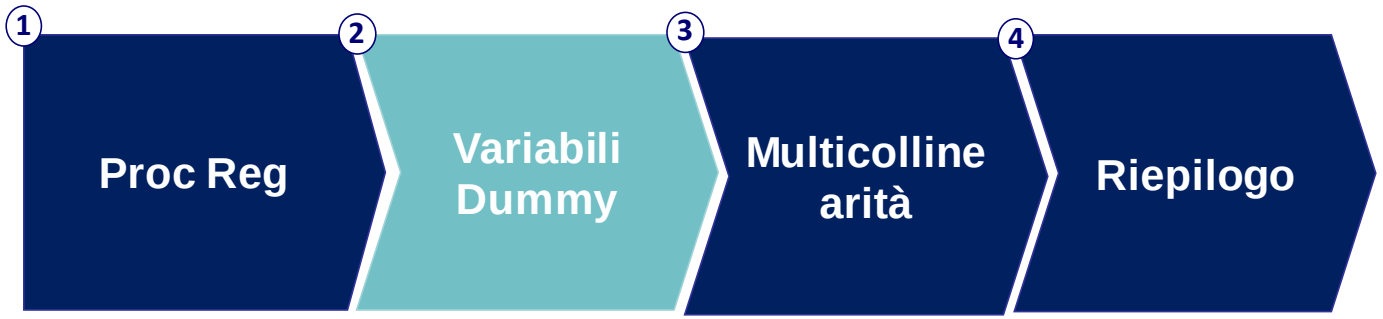
Parameter Estimates						
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|	Standardized Estimate
Intercept	1	1.71	0.283	6.03	<.0001	0
regressore 1	1	0.12	0.032	3.77	<.0001	0.19
regressore 2	1	0.08	0.026	2.99	<.0001	0.13
regressore 3	1	-0.22	0.034	6.29	<.0001	-0.31
regressore 4	1	0.18	0.037	4.81	<.0001	0.26

- I coefficienti standardizzati sono utili per valutare l'importanza relativa dei regressori. Possiamo ordinare i regressori in base all'importanza che hanno nello spiegare la variabile dipendente. Il regressore con valore assoluto del coefficiente standardizzato più alto è il più importante.

- Nell'esempio il regressore 3 è il più importante, poi il regressore 4, l'1 e infine il 2.

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:



Regressione lineare – Variabili qualitative

Considerazioni da fare <u>prima di stimare il modello</u>

- Non si possono inserire variabili qualitative tra i regressori
- Per considerare questo tipo di variabili all'interno del modello bisogna costruire delle variabili dummy (dicotomiche (0-1)) che identificano le modalità della variabile originaria.

Variabile qualitativa con k modalità → costruire (k-1) dummy

- Le variabili dummy saranno utilizzate come regressori.

Costruzione variabili dummy - esempio

Es. Si vuole considerare tra i regressori la variabile qualitativa nominale "Area" che identifica l'area di residenza degli intervistati

N° questionario	AREA
1	nord
2	nord
3	sud
4	nord
5	centro
6	nord
7	centro
8	sud
9	nord
10	centro

La variabile "Area" assume tre modalità (nord-centro-sud) → si costruiscono due variabili dummy

Costruzione variabili dummy - esempio

Le variabili dummy da costruire sono due (la terza sarebbe ridondante→può essere ottenuta come combinazione delle altre due)

- Area_nord→vale 1 se l'intervistato è residente al nord e 0 in tutti gli altri casi
- Area_centro→vale 1 se l'intervistato è residente al centro e 0 in tutti gli altri casi

Costruzione variabili dummy - esempio

N° questionario	AREA	AREA_NORD	AREA_CENTRO
1	nord	1	0
2	nord	1	0
3	sud	0	0
4	nord	1	0
5	centro	0	1
6	nord	1	0
7	centro	0	1
8	sud	0	0
9	nord	1	0
10	centro	0	1

VARIABILE ORIGINARIA (non entra nel modello)

VARIABILI DUMMY (entrano nel modello)

Costruzione variabili dummy - esempio

Nella lm si inseriscono le due variabili dummy (ma non la variabile originaria!) nella lista dei regressori→i relativi coefficienti rappresentano l'effetto della singola modalità (nord/centro) della variabile "Area".

```
area= lm ( y ~ x1 x2 … area_nord area_centro,
data=dataset_input)

summary(area)
```

Interpretazione variabili dummy

Soddisfazione_globale=b0+area_nord*b1+area_centro*b2+chiamte_estero+error

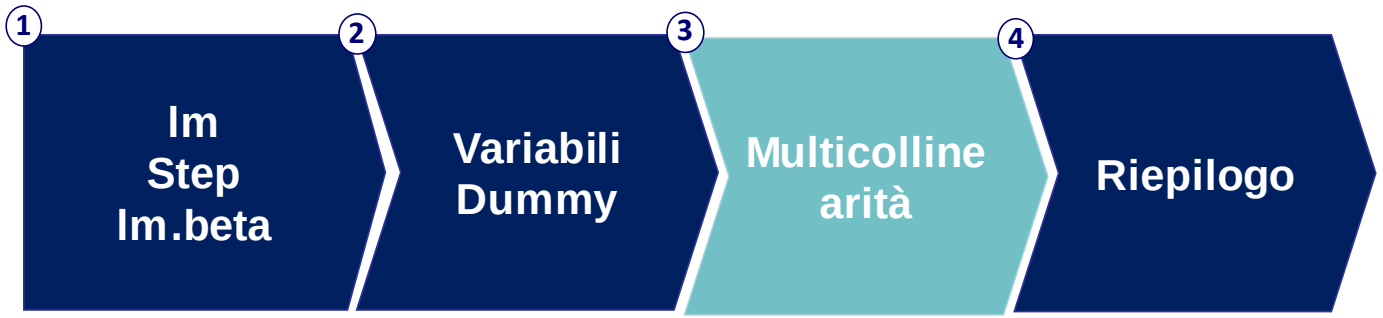
Parameter Estimates						
Variable	**DF**	**Parameter Estimate**	**Standard Error**	**t Value**	**Pr > |t|**	**Standardized Estimate**
Intercept	**1**	0.7	0.283	6.03	<.0001	**0**
Area_nord	**1**	1.8	0.032	3.77	<.0001	**0.30**
Area_centro	**1**	-0.8	0.026	2.99	<.0001	**-0.19**
Chiamate_estero	**1**	-0.3	0.034	6.29	<.0001	**-0.22**

- A **parità di altre condizioni**, chi abita al nord ha un incremento della soddisfazione globale del 30% rispetto a chi abita al sud

- A **parità di altre condizioni**, chi abita al centro ha un decremento della soddisfazione globale del 19% rispetto a chi abita al sud

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:



Multicollinearità

Quando un regressore è combinazione lineare di altri regressori nel modello, le stime sono instabili e hanno standard error elevato. Questo problema è chiamato multicollinearità.

VIF: indicatore che serve per individuare la presenza di multicollinearità ed è calcolato per ciascuna variabile del modello.

Variance Inflation Factors

VIF>2 = multicollinearità

Multicollinearità

R^2	VIF
0.1	1.11
0.2	1.25
0.3	1.43
0.4	1.67
0.5	2.00
0.6	2.50
0.7	3.33
0.8	5.00
0.9	10.00
0.95	20.00
0.98	50.00
0.99	100.00

Per verificare la presenza di multicollinearità:

- regressione lineare di X_j sui rimanenti p-1 regressori

  - R_j^2 misura la quota di varianza di X_j spiegata dai rimanenti p-1 regressori → **valori > 0.2 / 0.3 → presenza di multicollinearità**

- $VIFj = 1 / (1 – Rj^2)$ misura il grado di relazione lineare tra Xj e i rimanenti p-1 regressori → valori > 2 → presenza di multicollinearità

vif – Sintassi

Verifica presenza multicollinearità

Per calcolare l' indicatore VIF, è necessario scaricare un pacchetto: **usdm** e richiamarlo.

Successivamente si potrà usare la funzione **vif**

```
library(usdm)
```

```
vif(nome_subset_input)
```

vif – Sintassi

Verifica presenza multicollinearità

Creiamo prima il subset delle sole variabili su cui vogliamo verificare la presenza di multicollinearità.

```
tel = telefonia[ ,c("AccessoWeb_2", "AltriOperatori_2", "assistenza_2",
"Autoricarica_2", "CambioTariffa_2", "ChiamateTuoOperatore_2",
"ChiarezzaTariffe_2", "ComodatoUso_2", "copertura_2", "CostoMMS_2",
"CostoSMS_2", "diffusione_2", "DurataMinContratto_2", "immagine_2",
"MMSTuoOperatore_2", "NavigazioneWeb_2", "NoScattoRisp_2",
"NumeriFissi_2", "Promozioni_2", "SMSTuoOperatore_2",
"vsPochiNumeri_2")]
```

vif – Sintassi

Verifica presenza multicollinearità

```
vif(tel)
```

```
> vif(tel)
                Variables      VIF
1            AccessoWeb_2 5.237226
2         AltriOperatori_2 1.575417
3             assistenza_2 1.719988
4           Autoricarica_2 1.363115
5          CambioTariffa_2 1.642613
6   ChiamateTuoOperatore_2 2.152962
7       ChiarezzaTariffe_2 1.780802
8             ComodatoUso_2 1.356863
9               copertura_2 1.485851
10              CostoMMS_2 1.575195
11              CostoSMS_2 2.246523
12            diffusione_2 1.776925
13   DurataMinContratto_2 1.496311
14              immagine_2 1.949202
15       MMSTuoOperatore_2 1.328668
16        NavigazioneWeb_2 5.257093
17          NoScattoRisp_2 1.258780
18           NumeriFissi_2 1.526655
19            Promozioni_2 2.153628
20       SMSTuoOperatore_2 2.113280
21         vsPochiNumeri_2 1.418556
```

Alcuni dei VIF_j presentano valori alti

Multicollinearità

Esempio

Possibile risoluzione: utilizzo dell'analisi fattoriale

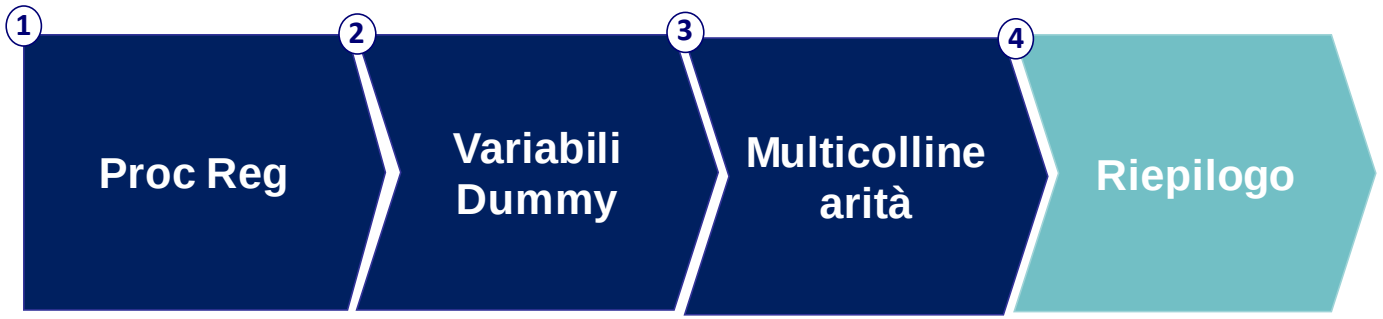
Variabile dipendente (SODDISFAZIONE_GLOBALE) e 6 fattori creati con un'analisi fattoriale sulle 21 variabili di soddisfazione

Parameter Estimates							
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|	Standardized Estimate	Variance Inflation
Intercept	1	6.49839	0.05783	112.38	<.0001	0	0
Factor1	1	0.51102	0.05838	8.75	<.0001	0.37142	1.00102
Factor2	1	0.437	0.05822	7.51	<.0001	0.31847	1.00080
Factor3	1	0.06409	0.05821	1.1	0.272	0.04672	1.00079
Factor4	1	0.69395	0.05813	11.94	<.0001	0.50651	1.00064
Factor5	1	0.24529	0.05833	4.2	<.0001	0.17843	1.00096
Factor6	1	0.32203	0.05782	5.57	<.0001	0.23622	1.00000

L'analisi fattoriale ci permette di trasformare i regressori in componenti non correlate e risolvere il problema della multicollinearità. Tutti i Variance Inflation Factors sono prossimi a 1, cioè l'R_j^2 della regressione lineare di X_j sui rimanenti p-1 regressori è prossimo a zero.

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:



Regressione lineare – Riepilogo

1. Individuazione variabili dipendente e regressori
2. Trasformazione di eventuali variabili qualitative in dummy
3. Stimare un modello di regressione lineare utilizzando la procedura automatica di selezione delle variabili (stepwise)
4. Valutare la bontà del modello (R-square, Test F, Test t)
5. Se la procedura stepwise non ha prodotto tutte stime significative, provare a stimare un modello di regressione lineare con i soli parametri le cui stime sono significative. Tornare al punto 4, poi al punto 6.

Regressione lineare – Riepilogo

6. Verificare la presenza di multicollinearità (se i regressori del modello sono i fattori di un'analisi fattoriale non è necessario perchè risultano non correlati per costruzione → tutti i VIFj =1)
   - ✓ Se si è in presenza di multicollinearità: azioni per eliminarla e ripetere i punti 3, 4
   - ✓ In assenza di multicollinearità: passare al punto 7
7. Verificare l'impatto dei regressori nella spiegazione del fenomeno (ordinarli usando il valore assoluto dei coefficienti standardizzati e controllare il segno dei coefficienti)
8. Interpretazione del coefficienti standardizzati