Analisi Bivariata: Test Statistici

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Esercitazione n°5

Prima di iniziare..

- Controllare se sul pc su cui state lavorando esiste già una cartella C:\corso. In tal caso eliminare tutto il contenuto. In caso contrario creare la cartella ***corso*** all'interno del disco C

- Andare sul disco condiviso F nel percorso ***F:\corsi\Metodi_Quantitativi_EFM_1617\esercitazione5*** e copiare il contenuto nella cartella C:\corso

- Aprire il programma R(Start → All Programs → R→ R 3.3.1)

- Cambiare la directory di lavoro puntando il percorso fisico C:\corso, utilizzando l'istruzione

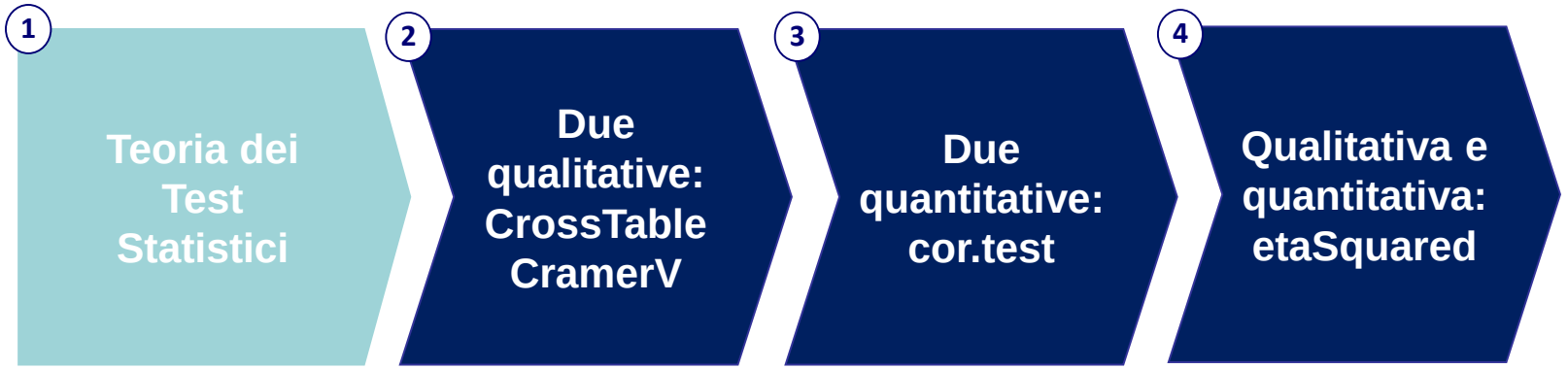
```
setwd('C:/Corso')
```

- Importare il file CSV telefonia.csv nell'oggetto R telefonia con il comando

```
telefonia=read.csv('telefonia.csv', header=TRUE)
```

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:



Scorsa lezione: Analisi Bivariata

TIPO DI VARIABILI	TIPO DI RELAZIONE INDAGATA	INDICI DI DIPENDENZA	FUNZIONI R
Due Variabili Qualitative	Indipendenza Statistica	Chi Quadro, Cramer V	CrossTable, CramerV
Due Variabili Quantitative	Indipendenza Lineare	coeff. di correlazione lineare	cor.test
Una Qualitative e Una Quantitativa continua	Indipendenza in media	indice eta-quadro	etaSquared

Teoria dei Test d'Ipotesi (1/6)

Cos'è un test d'ipotesi?

Il ricercatore fornisce ipotesi riguardo la distribuzione di una o più variabili della popolazione

Obiettivo del test:

decidere se accettare o rifiutare l'ipotesi statistica alla luce di un risultato campionario

TEST PARAMETRICI

Il ricercatore conosce la distribuzione delle variabili in analisi a meno di uno o più parametri e formula ipotesi sul valore dei parametri incogniti

TEST NON PARAMETRICI

Il ricercatore fornisce delle ipotesi sul comportamento delle variabili, indipendentemente dalla conoscenza della loro distribuzione

TEST per l'INDIPENDENZA DI DUE VARIABILI

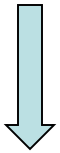
Teoria dei Test d'Ipotesi (2/6)

Vengono formulate due ipotesi:

- **H0** IPOTESI NULLA
- **H1** IPOTESI ALTERNATIVA (*rappresenta, di fatto, l'ipotesi che il ricercatore sta cercando di dimostrare*)

Esempio (test d'indipendenza)

H0: X e Y sono indipendenti
H1: X e Y non sono indipendenti



L'obiettivo è verificare la plausibilità di un'affermazione (**ipotesi statistica**) riguardante la popolazione, ovvero il parametro da cui dipende, sulla base dell'evidenza campionaria

Teoria dei Test d'Ipotesi (3/6)

Si possono commettere diversi tipi di errore:

Le due variabili sono realmente indipendenti

Esiste in natura una dipendenza tra le variabili

	STATO DI NATURA	
DECISIONE	H_0 Vera	H_0 Falsa
Accetto H_0	No errore	ERRORE SECONDO TIPO (β)
Rifiuto H_0	ERRORE PRIMO TIPO (α)	No errore

Sulla base del campione decido che c'è indipendenza

Sulla base del campione decido che c'è dipendenza

Teoria dei Test d'Ipotesi (4/6)

Si possono commettere diversi tipi di errore:

ERRORE PRIMO TIPO

- Rifiutare un'ipotesi nulla vera
- Considerato un tipo di errore molto serio
- La probabilità dell'errore di primo tipo è α

Livello di significatività del test

ERRORE SECONDO TIPO

- Non rifiutare un'ipotesi nulla falsa
- La probabilità dell'errore di secondo tipo è **β**
- **(1 – β)** è definito come la **potenza del test (**probabilità che un'ipotesi nulla falsa venga rifiutata)

Teoria dei Test d'Ipotesi (5/6)

- Il ricercatore fissa a priori il livello di significatività del test (i valori comuni sono 0.01, 0.05, 0.10)
- L'obiettivo è quello di scegliere una delle due ipotesi, in modo che la probabilità di commettere un errore del primo tipo, sulla base dei dati campionari, sia bassa, o meglio inferiore al livello di significatività scelto:

$$P(\text{rifiutare } H_0 \mid H_0 \text{ vera}) < \alpha$$

P-value (**«livello di significatività osservato»**)

- Viene determinato sulla base di una statistica calcolata sui dati campionari (**statistica test**), che dipende dal test che si sta conducendo
- Rappresenta la probabilità di commettere l'errore di primo tipo sulla base del campione
- Deve essere confrontato con il valore di significatività scelto a monte

Teoria dei Test d'Ipotesi (6/6)

1) Sistema di Ipotesi

- Formulazione ipotesi nulla e ipotesi alternativa
- Impostazione a priori del livello di significatività α

2) Calcolo Statistica test

- Calcolo del valore della statistica test (specifica del test che si sta conducendo) sulla base dei dati campionari

3) Calcolo P-value

- Calcolo del livello di significatività osservato

- Se **p-value < α** → sulla base dei dati campionari, la probabilità di rifiutare H0 quando H0 è vera è inferiore alla soglia scelta → **rifiuto H0**
- Se **p-value ≥ α** → **accetto H0**

Teoria dei Test d'Ipotesi - Esempio

1) Sistema di Ipotesi

$\begin{cases} H0: X \text{ e } Y \text{ sono indipendenti} \\ H1: X \text{ e } Y \text{ dipendenti} \end{cases}$

- Fissiamo $\alpha = 0.05$

2) Calcolo Statistica test

3) Calcolo P-value

- Se **p-value < 0.05** → **rifiuto H0** → *concludo che X e Y sono dipendenti*
- Se **p-value ≥ 0.05** → **accetto H0** → *concludo che X e Y sono indipendenti*

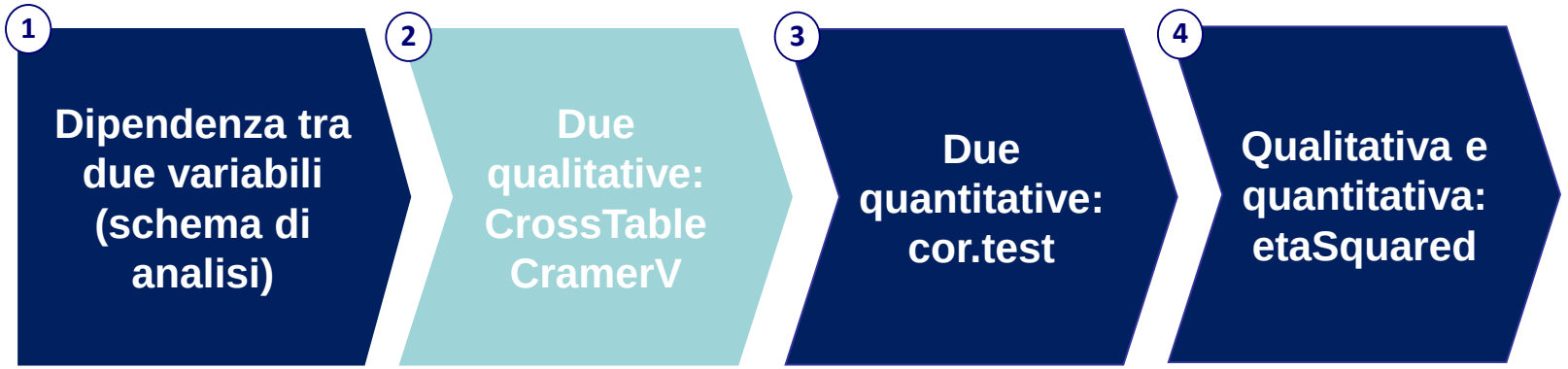
Test per l'indipendenza statistica

Il test per la valutazione dell'indipendenza di due variabili dipende dalla natura delle variabili considerate:

Due Variabili Qualitative	Test per l'Indipendenza Statistica	CrossTable CramerV
Due Variabili Quantitative	Test per l'Indipendenza Lineare	cor.test
Una Qualitative e Una Quantitativa continua	Test per l'Indipendenza in media	etaSquared

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:



Test per l'indipendenza statistica

X e Y due variabili qualitative/quantitative discrete

Ipotesi:

H0: X e Y sono statisticamente indipendenti
H1: X e Y sono statisticamente dipendenti

Statistica test:

Statistica Chi-Quadro

Regola di decisione:

Se p-value < α → rigetto H0 → X e Y sono statisticamente dipendenti

Se p-value ≥ α → accetto H0 → X e Y sono statisticamente indipendenti

CrossTable

Test d'indipendenza statistica tra due variabili qualitative o quantitative discrete

Variabili qualitative: sesso e operatore telefonico

```
CrossTable(dataset$variabile1,
  dataset$variabile2,
  prop.chisq=FALSE, chisq=TRUE)
```

Test d'indipendenza statistica tra due variabili qualitative o quantitative discrete

N.B. Per usare questa funzione è necessario richiamare la libreria descr, scaricata nella lezione 3.

CrossTable – Esempio

C’è indipendenza statistica tra le variabili sesso del rispondente (SESSO) e possesso del computer (COMPUTER)?

```
CrossTable(telefonia$sesso,
  telefonia$computer,
  prop.chisq=FALSE, chisq=TRUE)

CramerV(telefonia$sesso,
  telefonia$computer)
```

Scorsa lezione: tabella di contingenza

```
   Cell Contents
|-------------------------|
|                       N |
|           N / Row Total |
|           N / Col Total |
|         N / Table Total |
|-------------------------|

=========================================
                 telefonia$computer
telefonia$sesso        0        1   Total
-----------------------------------------
F                     16       84     100
                   0.160    0.840   0.424
                   0.286    0.467
                   0.068    0.356
-----------------------------------------
M                     40       96     136
                   0.294    0.706   0.576
                   0.714    0.533
                   0.169    0.407
-----------------------------------------
Total                 56      180     236
                   0.237    0.763
=========================================
```

Femmine:

- **16% computer=0**
- **84% computer=1**

Maschi:

- **29.41% computer=0**
- **70.59% computer=1**

Le distribuzioni della variabile computer, condizionate al sesso, sono diverse (viceversa quelle del sesso condizionate al possesso del computer)

→ ci fa pensare alla presenza di dipendenza tra le due variabili!

Scorsa lezione: Indici di connessione

```
Statistics for All Table Factors

Pearson's Chi-squared test
------------------------------------------------------------
Chi^2 = 5.727462      d.f. = 1      p = 0.0167

Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction
------------------------------------------------------------
Chi^2 = 5.010379      d.f. = 1      p = 0.0252
```

```
> CramerV(telefonia$sesso,telefonia$computer)
[1] 0.1557848
```

Come valutiamo la presenza di indipendenza a partire dagli indici calcolati? Chi-quadro “vicino” a 0, Cramer V “prossimo” a 0

→ Vediamo cosa dice il **Test d’ipotesi**

Risultato del Test

```
Statistics for All Table Factors

Pearson's Chi-squared test
------------------------------------------------------------
Chi^2 = 5.727462      d.f. = 1      p = 0.0167

Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction
------------------------------------------------------------
Chi^2 = 5.010379      d.f. = 1      p = 0.0252
```

P-value=0.0167

H0: X e Y sono statisticamente indipendenti

H1: X e Y sono statisticamente dipendenti

Sia α =0.05:

p-value < α → rigetto H0 →

concludo che X e Y sono statisticamente dipendenti

Se avessimo scelto un livello di significatività diverso?

…con α =0.01:

p-value ≥ α → accetto H0 → X e Y sono statisticamente indipendenti

A seconda del livello di significatività fissato possiamo raggiungere conclusioni differenti!

NB. Se considerando i valori più comuni di α (0.01, 0.05, 0.1), si ottengono conclusioni diverse, si può dire che sulla base del campione la presunta relazione di dipendenza non è così forte.

CrossTable - Esempio 2

C’è indipendenza statistica tra le variabili SESSO e MARCA?

```
CrossTable(telefonia$sesso,
  telefonia$marca, prop.chisq=FALSE,
  chisq=TRUE)
```

CrossTable : Esempio 2

telefonia$sesso	telefonia$marca Altro	Lg	Motorola	Nek	Nokia	PalmOne	Samsung	Siemens	Sony Ericsson	Total
F	2	8	19	2	45	1	15	1	7	100
	0.020	0.080	0.190	0.020	0.450	0.010	0.150	0.010	0.070	0.424
	0.333	0.615	0.365	0.500	0.437	1.000	0.375	0.200	0.583	
	0.008	0.034	0.081	0.008	0.191	0.004	0.064	0.004	0.030	
M	4	5	33	2	58	0	25	4	5	136
	0.029	0.037	0.243	0.015	0.426	0.000	0.184	0.029	0.037	0.576
	0.667	0.385	0.635	0.500	0.563	0.000	0.625	0.800	0.417	
	0.017	0.021	0.140	0.008	0.246	0.000	0.106	0.017	0.021	
Total	6	13	52	4	103	1	40	5	12	236
	0.025	0.055	0.220	0.017	0.436	0.004	0.169	0.021	0.051	

Attenzione:

molte celle con frequenze congiunte assolute molto basse **(<5)**→test non affidabile

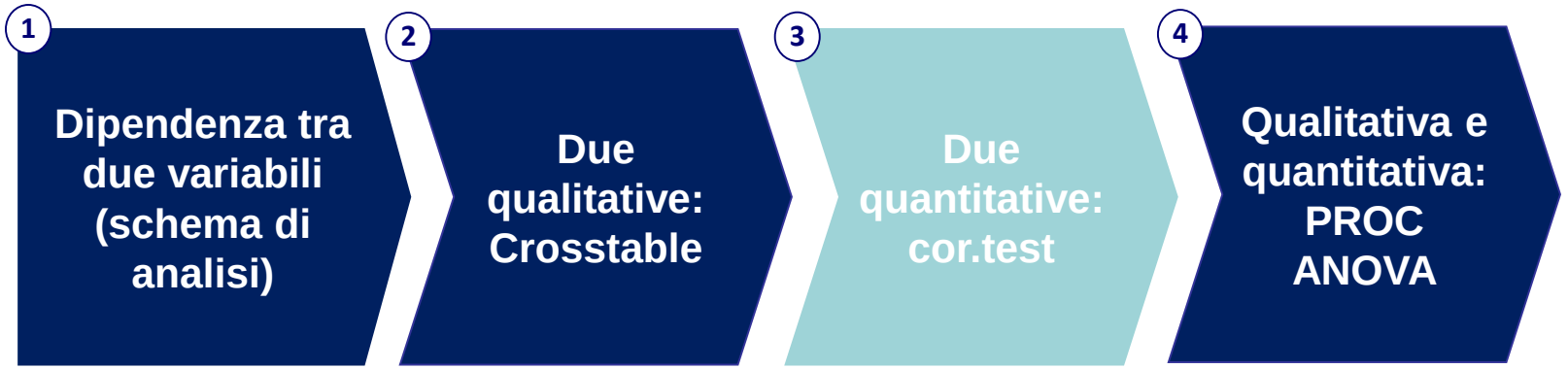
CrossTable: Esempio 2

```
Statistics for All Table Factors

Pearson's Chi-squared test
------------------------------------------------------------
Chi^2 = 7.075429      d.f. = 8      p = 0.529

Warning message:
In chisq.test(tab, correct = FALSE, ...) :
  Chi-squared approximation may be incorrect
> |
```

Se più del 20% delle celle ha frequenza assoluta < 5, R segnala che il test non è affidabile!

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:



Test per l'indipendenza lineare

X e Y due variabili quantitative

Ipotesi:

H0: X e Y sono linearmente indipendenti ($\rho_{popolaz}=0$)

H1: X e Y sono linearmente dipendenti ($\rho_{popolaz}\neq 0$)

Statistica test:

Statistica t di Student

Regola di decisione:

Se p-value < α → rigetto H0 → X e Y sono linearmente dipendenti

Se p-value ≥ α → accetto H0 → X e Y sono linearmente indipendenti

Cor.test – Ripasso sintassi

Test per la correlazione tra due o più variabili quantitative

```
cor.test(nome_dataset$variabile1,
  nome_dataset$variabile2)
```


Cor.test – Esempio1

Correlazione tra il numero medio di ore di utilizzo del telefono cellulare e del fisso al giorno

```
cor.test(telefonia$cell_h,
telefonia$fisso_h)
```

Scorsa Lezione: Indice di correlazione

```
        Pearson's product-moment correlation

data:  telefonia$cell_h and telefonia$fisso_h
t = 3.6117, df = 206, p-value = 0.0003821
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.1117014 0.3678627
sample estimates:
      cor
0.2440342
```

P-value = 0.00038

Coefficiente di correlazione lineare ρ(X,Y): presenza di relazione lineare positiva

- Sia fissando α =0.05 che α =0.01

p-value < α → rigetto H0 → X e Y sono linearmente dipendenti

- Conclusione: esiste una relazione lineare tra le due variabili, anche se non molto forte (il coefficiente di correlazione lineare non è nullo, ma ha valore non molto elevato)

Correlazione tra più variabili
Sintassi

```
rcorr(as.matrix(nome_dataset_new ))
```

Per svolgere questa funzione:

- E' necessario creare un subset contenente solo le variabili di interesse su cui applicare l'analisi di correlazione.

- È necessario scaricare il pacchetto Hmisc

Correlazione tra più variabili Esempio2

Correlazione tra il numero medio di ore di utilizzo del telefono cellulare,numero ore di utilizzo del fisso al giorno,durata media delle chiamate effettuate, durata media delle chiamate ricevute

```
new_telefonia<-telefonia[,c("durata_chiamate_e","durata_chiamate_r",
   "cell_h", "fisso_h")]
```

```
rcorr(as.matrix(new_telefonia))
```

Esempio2: Risultati

```
> rcorr(as.matrix(telefonia[,c("durata_chiamate_e","durata_chiamate_r", "cell_h$
                 durata_chiamate_e durata_chiamate_r cell_h fisso_h
durata_chiamate_e              1.00              0.79   0.23    0.25
durata_chiamate_r              0.79              1.00   0.32    0.28
cell_h                         0.23              0.32   1.00    0.24
fisso_h                        0.25              0.28   0.24    1.00

n
                 durata_chiamate_e durata_chiamate_r cell_h fisso_h
durata_chiamate_e               236               236    236     208
durata_chiamate_r               236               236    236     208
cell_h                          236               236    236     208
fisso_h                         208               208    208     208

P
                 durata_chiamate_e durata_chiamate_r cell_h fisso_h
durata_chiamate_e                 0e+00             3e-04  3e-04
durata_chiamate_r 0e+00                             0e+00  0e+00
cell_h            3e-04           0e+00                    4e-04
fisso_h           3e-04           0e+00             4e-04
>
```

Valore della correlazione

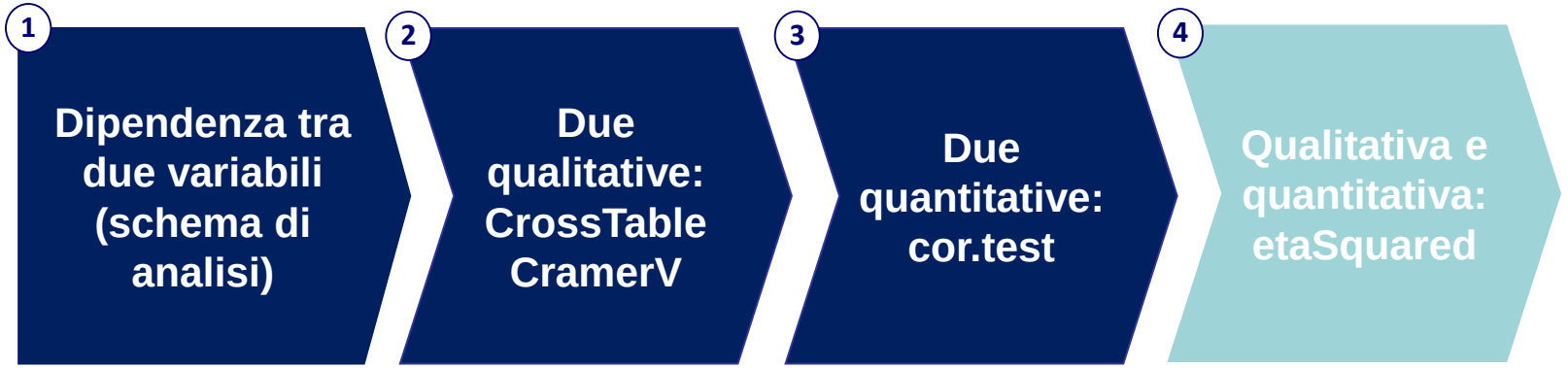
La correlazione tra la durata della chiamata in uscita è correlata con la durata delle chiamate in entrata

Valore p-value per ogni singola correlazione

La correlazione tra durata chiamata in entrata e durata chiamata in uscita è significativa, poichè p-value pari a zero, quindi rifiutiamo H0

Metodi Quantitativi per Economia, Finanza e Management

Obiettivi di questa esercitazione:



Test per l'indipendenza in media

X variabile qualitativa, Y variabile quantitativa

Ipotesi:

H_0: X e Y sono indipendenti in media ↔
$\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$ (le medie di Y nei gruppi sono tutte uguali tra loro)

H_1: X e Y sono dipendenti in media ↔
le μ_i non sono tutte uguali (esistono almeno due medie diverse tra loro)

Statistica test:

Statistica F di Fisher

Regola di decisione:

Se p-value < α → rigetto H_0 → X e Y sono dipendenti in media

Se p-value ≥ α → accetto H_0 → X e Y sono indipendenti in media

aov – Sintassi generale (1/2)

Sia Y una variabile quantitativa e X una variabile qualitativa

```
aov(y~x, data=nome_dataset)
```

~ è il simbolo TILDE, da tastierino numerico tenere premuto ALT e digitare 126 (ALT+126)

aov – Sintassi generale (2/2)

Sia Y una variabile quantitativa e X una variabile qualitativa

```
anova=aov(y~x, data=nome_dataset)
```

OUTPUT 1:

```
model.tables(anova, type="means")
```

OUTPUT 2:

```
summary(anova)
```

Esempio

C’è relazione tra la soddisfazione del cliente (SODDISFAZIONE_GLOBALE) e l’operatore telefonico da lui scelto (OPERATORE)?

```
anova=aov(soddisfazione_globale~operatore,
data=telefonia)

model.table(anova,types="means")

Summary(anova)
```

Esempio

```
> anova=aov(soddisfazione_globale~operatore, data=telefonia)
> summary(anova)
             Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
operatore     3    8.9   2.977   1.608  0.188
Residuals   231  427.8   1.852
1 observation deleted due to missingness
```

Interpretazione:

Ai fini dell'interpretazione, si deve ricordare che l'ipotesi nulla è che le varianze siano uguali fra di loro, e che dunque la variabile indipendente non produca effetti sulla variabile dipendente.

La probabilità che sia vera l'ipotesi nulla è indicata dal valore Pr (p-value). Nel caso in esempio, la relazione non è significativa (accettiamo H0) ed anzi le due variabili sono quasi perfettamente indipendenti.

etaSquared - Sintassi

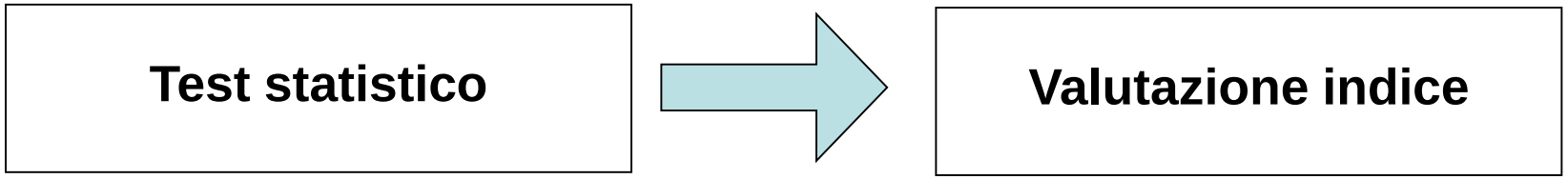
```
etaSquared(anova)
```

```
> etaSquared( anova)
                eta.sq eta.sq.part
operatore 0.020451   0.020451
```

eta quadro

Anche il valore di eta-quadro è molto vicino a 0 →avvalora l'ipotesi di indipendenza in media

Approccio di analisi



1) Eseguire l'opportuno test statistico in dipendenza dalla tipologia delle variabili poste a confronto;

2) Analizzare l'esito del test (p-value):
   a) Indipendenza tra le due variabili → verificare se il valore dell'indice conferma l'esito del test;
   b) Dipendenza tra le due variabili → valutare il valore dell'indice per indagare la forza della relazione.

Dataset

Il dataset DENTI contiene dati sul consumo di dentifricio (di marca A e di marca B). Le variabili sono:

#	Variable	Type	Label
1	CODCLI	Num	CODICE CLIENTE
2	SESSO	Char	SESSO
3	ETACLASS	Char	CLASSE DI ETA'
4	REGIONE	Char	REGIONE ITALIANA
5	PRESBAMB	Char	PRESENZA BAMBINI (1:SI / 2:NO)
6	TRATTOT	Num	CLIENTE ABITUALE DI DENTIFRICI SI/NO
7	ALTOCON	Num	ALTO CONSUMANTE SI/NO
8	CONSTOT	Num	TOTALE CONSUMO DI DENTIFRICI NEL PERIODO
9	ACQTOT	Num	TOTALE ACQUISTI DI DENTIFRICI NEL PERIODO
10	STOCKTOT	Num	TOTALE ACCUMULO DI DENTIFRICI NEL PERIODO
11	TATTITOT	Num	NUMERO DI CONTATTI PUBBLICITARI TOTALI
12	TRIP	Num	PERIODO OSSERVAZIONE
13	CITYSIZE	Char	DIMENSIONE CITTA' DI RESIDENZA IN CLASSI
14	AREA	Char	AREA GEOGRAFICA
15	ACQ_A	Num	ACQUISTI DI DENTIFRICI DELLA MARCA A NEL PERIODO
16	STOCK_A	Num	ACCUMULO DI DENTIFRICI DELLA MARCA A NEL PERIODO
17	CONS_A	Num	CONSUMO DI DENTIFRICI DELLA MARCA A NEL PERIODO
18	TRAT_A	Num	CLIENTE ABITUALE DI DENTIFRICI DELLA MARCA A SI/NO
19	TATTI_A	Num	NUMERO DI CONTATTI PUBBLICITARI (DENTIFRICI MARCA A)
20	ACQ_B	Num	ACQUISTI DI DENTIFRICI DELLA MARCA B NEL PERIODO
21	STOCK_B	Num	ACCUMULO DI DENTIFRICI DELLA MARCA B NEL PERIODO
22	CONS_B	Num	CONSUMO DI DENTIFRICI DELLA MARCA B NEL PERIODO
23	TRAT_B	Num	CLIENTE ABITUALE DI DENTIFRICI DELLA MARCA B SI/NO
24	TATTI_B	Num	NUMERO DI CONTATTI PUBBLICITARI (DENTIFRICI MARCA B)

Esercizi

1. Allocare l'area di lavoro, in modo che punti alla cartella fisica dove è contenuto il file Excel DENTI_NEW.csv
2. Analizzare la relazione di indipendenza tra area geografica e sesso
3. Analizzare la relazione di indipendenza tra le variabili consumo di dentifrici della marca A e numero di contatti pubblicitari totali
4. Analizzare la relazione di indipendenza tra la variabile consumo di dentifrici della marca A e area geografica e confrontarla con quella tra consumo di dentifrici della marca A e dimensione della città di residenza.