Università "Carlo Cattaneo"
Ingegneria gestionale
Analisi matematica
a.a. 2016/2017

SIMULAZIONE QUARTA PROVA PARZIALE

1. Dato il piano $2x - 3y + z = 1$, dopo aver stabilito se il punto $P(2, -1, -6)$ appartiene al piano, trovare la forma cartesiana della retta ortogonale al piano e passante per P.

2. Data la funzione $f(x,y) = \ln\left(\frac{y-x}{x}\right) - 1$, calcolarne il dominio e descriverne la sua topologia (aperto, chiuso, limitato, illimitato, compatto, convesso, connesso). Rappresentare le sue curve di livello. Calcolare la derivata direzionale nel punto $(1, 3)$ lungo la direzione data dal vettore $(-1, -4)$.

3. Enunciare il teorema degli zeri per funzioni a più variabili.
Verificare se le seguenti funzioni sono continue:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3(x^2+y^4)^3 - \sin(x^2+y^4)}{2(x^2+y^4)} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1-3xy) + \sqrt{x}y^2}{e^{x^2+y^4} - 1} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4. Classificare gli eventuali punti stazionari della seguente funzione:

$$f(x,y) = 7xy^2(y-x) + 3$$

5. Enunciare il teorema di Weierstrass per funzioni a più variabili.
Calcolare, con il metodo ritenuto più opportuno, i punti di massimo e minimo locale della funzione $f(x,y) = 2x - y^2$ con vincolo $x^2 + 3y^2 = 6$.

6. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2t \ln t \, y' = (y-1)^{2/3}$$

Stabilire se esiste unica la soluzione la soluzione del problema di Cauchy relativamente alla equazione differenziale data e la condizione $y(e) = 2$ e in caso affermativo trovarla.

7. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 3y'' + 5y' - 2y = 2e^{-2t} \\ y'(0) = 2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

8. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \left(\frac{1}{y^2} - e^{2x}\right) dx\, dy$$

relativamente al dominio $D = \{(x, y): 1 \le x \le 2,\ 1 \le y \le x\}$.