Competizione, Mercati e Politiche Economiche
2015-2016
Seconda esercitazione

Federica Sottrici

Differenziazione orizzontale del prodotto à la Hotelling
Pubblicità

Esercizio 8.3 p. 122: Hotelling

- Due imprese, A e B, affittano pedalò identici su una spiaggia di lunga 1 Km: l'impresa A sta nell'estremo 0, la B nell'estremo 1.
- Entrambe le imprese hanno costi pari a $c_i = 2$ per ogni pedalò affittato, con $i = A, B$. In altre parole i costi marginali sono costanti e pari a due per ambo le imprese: $MC_i = 2$.
- Ci sono 1000 consumatori "sdraiati uniformemente" (= uno ogni metro) sulla spiaggia i quali desiderano affittare un pedalò.
- Nella spiaggia soffia un forte vento da destra tale per cui camminare controvento risulta più faticoso che farlo a favore di vento: chi va da sinistra verso destra ha un costo di trasporto pari a τ per Km camminato; chi va da destra verso sinistra ha un costo di trasporto pari a $\delta < \tau$ per Km camminato.[1]

[1] Fuor di metafora la diseguaglianza $\delta < \tau$ indica che i pedalò di A, *ceteris paribus*, piacciono un po' di più.

i) Indicando con p_A e p_B i prezzi di affitto di un pedalò presso le imprese A e B, rispettivamente, determinate il punto $x^* \in [0,1]$ della spiaggia in cui si trova il consumatore indifferente tra l'affittare un pedalò presso una o l'altra impresa.

- Il consumatore indifferente è quello che spende complessivamente la stessa cifra sia che vada presso A o presso B:

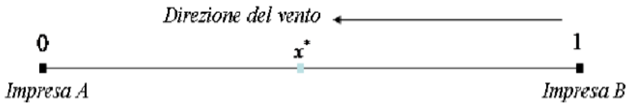
$$p_A + \delta\,(x - 0) = p_B + \tau\,(1 - x)\,. \tag{1}$$

Il lato sinistro sopra indica che se il consumatore che si trova in x va da A spende il prezzo richiesto p_A più il costo di trasporto $\delta\,(x - 0)$ per camminare da x a 0 dove sta l'impresa A. Il lato destro indica la spesa quando va da B: qui il costo di trasporto per Km camminato è maggiore $(\tau > \delta)$ per via del vento contro.[2]

Risolvendo la (1) per x

$$x^* = \frac{p_B - p_A + \tau}{\delta + \tau}. \tag{2}$$

Graficamente:



[2]Notate che non si tiene conto del "ritorno" nel calcolare i costi complessivi dei consumatori. La spiaggia ed il costo della camminata sono una metafora per indicare il costo che ciascun consumatore ha nell'adattare il proprio gusto ai prodotti disponibili in commercio.

ii) Trovate le funzioni di domanda delle due imprese.

- La funzione di domanda dell'impresa A, che indichiamo con q_A, è data da $x^* \times 1000$, ovvero $1000\frac{p_B - p_A + \tau}{\delta + \tau}$: infatti, tutti i consumatori a sinistra di x^*, ovvero quelli più vicini a A, spenderanno complessivamente meno affittando presso A.
- Vediamolo analiticamente: se x^* è tale per cui $p_A + \delta x^* = p_B + \tau(1 - x^*)$, per un consumatore che sta a sinistra di x^*, diciamo $x^* - \varepsilon$, varrà

$$p_A + \delta(x^* - \varepsilon) < p_B + \tau(1 - x^* + \varepsilon),$$

  ovvero preferirà comprare da A.
- Notate che $q_A = 1000\frac{p_B - p_A + \tau}{\delta + \tau}$ è decrescente in p_A, come c'è da aspettarsi, e crescente in p_B: se il rivale B alza i prezzi, più consumatori andranno da A!

Analogamente la funzione di domanda dell'impresa B sarà:

$$q_B = (1 - x^*)1000 = 1000\frac{p_A - p_B + \delta}{\delta + \tau}. \tag{3}$$

iii) Trovate le funzioni di risposta ottima delle due imprese, supponendo che le stesse competano sui prezzi.

- La funzione di risposta ottima dell'impresa A è il prezzo p_A ottimo (= che massimizza il profitto di A) scelto dall'impresa A in funzione del prezzo fissato dal rivale, p_B.

Il profitto di A è la differenza fra ricavi e costi totali:

$$\pi_A = p_A q_A - c_A q_A = 1000\,(p_A - 2)\,\frac{p_B - p_A + \tau}{\delta + \tau}$$

Per trovare il p_A ottimo calcoliamo la derivata di π_A rispetto a p_A e la poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = \frac{\tau - 2p_A + p_B + 2}{\tau + \delta} = 0.$$

Risolvendo rispetto a p_A otteniamo la funzione di risposta ottima dell'impresa A:

$$p_A = \frac{p_B + \tau + 2}{2} \tag{4}$$

- Con analogo procedimento otteniamo la funzione di risposta ottima dell'impresa B:

$$p_B = \frac{p_A + \delta + 2}{2}. \qquad (5)$$

Notate che le due funzioni di risposta ottima sono crescenti nel prezzo fissato dal rivale e nel costo di trasporto per andare dal rivale: nel caso della (5), ad esempio, se il rivale A alza i prezzi o se il costo δ di andare da A aumenta, più consumatori andranno da B che potrà quindi permettersi di alzare i prezzi a sua volta!

iv) Trovate i due prezzi di equilibrio in funzione di τ e δ.

- Mettiamo a sistema la (4) e la (5) e risolviamo per sostituzione:

$$\begin{cases} p_A = \frac{p_B+\tau+2}{2} \\ p_B = \frac{p_A+\delta+2}{2} \end{cases}$$

Otteniamo:

$$\begin{cases} p_A^* = \frac{2\tau+\delta+6}{3} \\ p_B^* = \frac{\tau+2\delta+6}{3} \end{cases}$$

Notate che $p_A^* > p_B^*$ dato $\tau > \delta$. L'impresa A approfitta del vento a favore (cioè del fatto che i suoi pedalò piacciono di più) per fissare un prezzo più alto!

v) Dopo aver ipotizzato che il vento sparisca e che dunque $\tau = \delta > 0$, spiegate perché il modello di Hotelling risolve il paradosso di Bertrand, secondo il quale le imprese realizzano profitti nulli.

- Notate che il modello presentato qui ha (quasi) le stesse ipotesi di Bertrand: le imprese sono infatte simmetriche quanto ai costi di produzione, pari a $2q$, hanno (i) **capacità produttiva illimitata**, competono scegliendo (ii) **simultaneamente** e (iii) **non cooperativamente** (iv) il **prezzo**.
- Tuttavia, sostituendo $\tau = \delta$ in p_A^* e p_B^* otteniamo

$$\begin{cases} p_A^* = \delta + 2 \\ p_B^* = \delta + 2 \end{cases} \tag{6}$$

  Notate che ora $p_A^* = p_B^*$. L'impresa A non può più approfittare del vento a favore per fissare un prezzo più alto!
- Notate pure che i prezzi sono superiori al costo marginale 2!

Sostituendo $p_A^* = p_B^* = \delta + 2$ in π_A e $\pi_B = p_B q_B - c_B q_B = (p_B - 2)\frac{p_A - p_B + \delta}{\delta + \tau}$ otteniamo:

$$\begin{cases} \pi_A^* = \frac{\delta}{2} \\ \pi_B^* = \frac{\delta}{2} \end{cases} \tag{7}$$

- Le imprese realizzano profitti positivi, quindi il paradosso di Betrand è risolto! Perché?
- Si noti che i prezzi tendono al costo marginale (e i profitti tendono a zero) se i costi di trasporto δ tendono a zero, nel qual caso ricadiamo nel paradosso di Bertrand: sono dunque i costi di trasporto positivi δ che lo risolvono.
- Il parametro δ cattura la differenziazione del prodotto: un consumatore più vicino a A è disposto, per evitare di farsi una lunga camminata fino a B, a pagare un prezzo più alto di quello che pagherebbe se camminare non gli costasse nulla, cioè con $\delta = 0$. La differenza tra i prodotti sta nella loro distanza dal consumatore.
- Se invece $\delta = 0$ allora ai consumatori non costa nulla camminare, quindi valutano solo il prezzo, scegliendo il bene che costa meno, indipendentemente dalla sua lontananza. In questo caso si ricade nel paradosso di Betrand, infatti sostituendo $\delta = 0$ in (6).

$$\begin{aligned} p_A^* &= 0 + 2 = 2 \\ p_B^* &= 0 + 2 = 2 \end{aligned}$$

e nella (7) $\pi_A^* = \pi_B^* = 0$.

Esercizio 9.2 p. 141: pubblicità

- L'impresa Domino è monopolista e ha funzione di domanda $Q(p;h) = 11 - p + h$, dove Q è la quantità domandata, p il prezzo e h le ore di spot pubblicitari in TV del prodotto venduto.
- L'impesa ha costi totali di produzione $TC(Q) = 2Q$.
- La relazione tra spese pubblicitarie indicate con a e ore di spot è $a = h^2$.

i) Scrivere l'espressione del profitto per l'impresa.

- Il profitto è la differenza fra i ricavi e i costi totali:

$$\Pi = pQ - 2Q - a = (p-2)(11 - p + h) - a.$$

Notate che i costi totali sono quelli di produzione $TC(Q) = 2Q$ più i costi pubblicitari a, che permettono di incrementare la quantità domandata.

ii) Determinate prezzo ottimo e spese pubblicitarie ottime per l'impresa.

- L'impresa sceglie p e a in modo da massimizzare il suo profitto Π.

Riscriviamo dunque il profitto in funzione di p e a, tenendo conto del fatto che $a = h^2$, ovvero $h = \sqrt{a}$:

$$\Pi(p; a) = (p-2)\left(11 - p + \sqrt{a}\right) - a = \\ 13p - a - p^2 - 2\sqrt{a} + p\sqrt{a} - 22.$$

Calcoliamo la derivata di Π rispetto a p e la poniamo uguale a zero, trovando così il valore ottimo di p:

$$\frac{\partial \Pi(p; a)}{\partial p} = 13 - 2p + \sqrt{a} = 0$$

Risolvendo si ottiene

$$p = \frac{13 + \sqrt{a}}{2}. \tag{8}$$

- Ripetiamo il procedimento per a: la derivata di Π rispetto a a è

$$\frac{\partial \Pi(p; a)}{\partial a} = -1 + \frac{1}{2\sqrt{a}}(p-2).$$

La poniamo uguale a zero, così trovando il valore ottimo di a:

$$a = \left(\frac{p-2}{2}\right)^2. \tag{9}$$

L'ultimo passaggio prevede di mettere a sistema la (8) e la (9) in modo da trovare i valori numerici di p e a:

$$\begin{cases} p = \frac{11+\sqrt{a}+2}{2} \\ a = \left(\frac{p-2}{2}\right)^2. \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si ottiene $p^* = 8$ e $a^* = 9$.

- Il prezzo di equilibrio è dunque 8 mentre, l'ammontare ottimo di ore pubblicitarie sarà $h^* = \sqrt{a^*} = 3$.

iii) Calcolate la percentuale delle spese pubblicitarie sul fatturato totale.

- Le spese pubblicitarie sono $a^* = 9$. Il fatturato è il ricavo ottimo, ovvero $p^* Q^*$, dove $p^* = 8$ e $Q^* = 11 - p^* + h^* = 6$. Dunque $p^* Q^* = 48$.
- La percentuale delle spese pubblicitarie sul fatturato totale è dunque

$$\frac{a^*}{p^* Q^*} = \frac{9}{48} = 0.18$$

iv) Date le definizioni di elasticità ε della domanda rispetto al prezzo e di elasticità η della domanda rispetto alle spese pubblicitarie e poi calcolatene i valori nell'ottimo (p^*, a^*, Q^*).

- L'elasticità della domanda rispetto ad una certa grandezza ci dice l'incremento percentuale della domanda ($\Delta domanda/domanda$) associato ad ogni variazione percentuale unitaria della grandezza considerata ($\Delta grandezza/grandezza$). E' dunque una misura della sensibilità della domanda rispetto a quella grandezza.

- L'elasticità rispetto al prezzo nel punto di ottimo si calcola come il prodotto tra la derivata della domanda rispetto al prezzo valutata nel punto di ottimo e il rapporto $\frac{p^*}{Q^*}$.

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial p}\frac{p^*}{Q^*} = -1\frac{8}{6} = -1.33:$$

se il prezzo sale dell'1% allora la quantità domandata scende dell'1.33%.

- L'elasticità rispetto alla spesa pubblicitaria nel punto di ottimo si calcola come il prodotto tra la derivata della domanda rispetto alla spesa pubblicitaria valutata nel punto di ottimo e a^*/Q^*:

$$\eta = \frac{\partial Q}{\partial a}\frac{a^*}{Q^*}$$

Ricordando che $Q = 11 - p + h = 11 - p + \sqrt{a}$ si ha

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = \frac{1}{2\sqrt{a}}.$$

Nell'ottimo $a^* = 9$ dunque $\frac{\partial Q}{\partial a} = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{6}$ e $\eta = \frac{1}{6}\cdot\frac{9}{6} = 0.25$: se la spesa in pubblicità sale dell'1% la quantità domandata sale dello 0.25%.

v) Vale la condizione di Dorfman-Steiner nell'ottimo?

- La formula di Dorfman-Steiner dice

$$\frac{PUBBLICITA'}{FATTURATO} = \frac{\eta}{|\varepsilon|}:$$

ossia la spesa sostenuta da un'impresa in pubblicità in rapporto al fatturato (detta anche intensità delle spese pubblicitarie) è pari al rapporto $\frac{\eta}{|\varepsilon|}$, dove l'elasticità ε della domanda rispetto al prezzo è considerata in valore assoluto in quanto $\varepsilon < 0$, come visto sopra.

- Secondo la formula di Dorfman-Steiner l'intensità della pubblicità cresce se η sale, cioè se la pubblicità è molto efficace, e scende se $|\varepsilon|$ sale, cioè se la domanda è molto sensibile al prezzo.
  - Nel nostro caso $\frac{PUBBLICITA'}{FATTURATO} = \frac{a^*}{p^* \quad Q^*} = 0.18$ e

$\frac{\eta}{|\varepsilon|} = \frac{0.25}{1.33} = 0.18$, dunque la condizione di Dorfman-Steiner vale.

vi) L'intensità della pubblicità (ovvero il rapporto $\frac{PUBBLICITA'}{FATTURATO}$) è più elevata in mercati più concentrati, ossia con meno imprese?

- La risposta è: *in genere* sì (vedere Cabral par. 13.2)! Bisogna tuttavia studiare l'effetto della concentrazione sul rapporto tra le elasticità: $\frac{\eta}{|\varepsilon|}$.
- Partiamo dall'effetto su $|\varepsilon|$, tenendo fermo η: se aumenta la concentrazione, intesa come riduzione del numero delle imprese, allora $|\varepsilon|$ si riduce, perché il prodotto ha pochi sostituti (in monopolio $|\varepsilon|$ è bassa): la condizione $\frac{PUBBLICITA'}{FATTURATO} = \frac{\eta}{|\varepsilon|}$ ci dice dunque che l'intensità della pubblicità aumenta all'aumentare della concentrazione.
- Invece, è stato empiricamente mostrato che una variazione del numero delle imprese ha scarso effetto su η.
- L'effetto complessivo della concentrazione su $\frac{PUBBLICITA'}{FATTURATO}$ è quindi positivo visto che secondo la condizione $\frac{PUBBLICITA'}{FATTURATO} = \frac{\eta}{|\varepsilon|}$, $|\varepsilon|$ si riduce con la concentrazione mentre l'effetto su η è minimo.