ANALISI MATEMATICA
Esercizi – Parte 2

1. Assegnate le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \\ 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, si calcolino,

se possibile: $\mathbf{AB}$, $\mathbf{BA}$, $\mathbf{AB}^T$, $\mathbf{A} + \mathbf{B}$.

2. Date le matrici: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 18 \end{bmatrix}$, si determini, se esiste, una matrice $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$
tale che $\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{B}$.

3. Date le matrici: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & a & 0 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{bmatrix}$, si determini, per quali valori di a e b,

risulta: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^{\boldsymbol{T}} = \mathbf{I}_2$

4. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 18 \end{bmatrix}$ si calcoli det**A** e det**B.**

5. Si considerino le matrici:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 30 & 3 & 10 \\ 1 & 5 & 20 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \ \text{ e } \ \mathbf{D} = \mathbf{A}^{\mathbf{2}},$$

e se ne calcolino i rispettivi determinanti, tenendo presente che a tale scopo non è necessario calcolare le matrici **C** e **D**.

6. Assegnata la matrice: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 3 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $a \in \mathbf{R}$,

si determini, per quale valore del parametro reale a, si ha det$\mathbf{A} = 0$.

7. Assegnata la matrice: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & (2-a) & 1 \\ 4 & 6 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $a \in \mathbf{R}$,

a) si determini, per quale valore del parametro reale a, la matrice è singolare;
b) si calcoli il complemento algebrico dell'elemento a_{33}.

8. Assegnate le matrici: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -2 \\ -7 & a & 8 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, $a \in \mathbf{R}$,

a) si determini il valore del parametro reale a per il quale: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{I}_3$;
b) si verifichi che $\mathbf{A}$ è invertibile;
c) si scriva $\mathbf{A}^{-1}$