ANALISI MATEMATICA
Esercizi 2018 – parte 1

1. Calcolo vettoriale in $\mathbf{R}^2$**.** Dati **u**=[-1,1] e **v**=[-5,0] calcolare il vettore **u+v** e rappresentarlo geometricamente. Dato a=2, calcolare a**u** e rappresentare geometricamente il vettore ottenuto.

2. Calcolo vettoriale in $\mathbf{R}^n$**.** Dati **u**=[3, -4, 5, 7] e **v**=[1,-2,5,1] calcolare il vettore **u+v**. Dato a=-3, calcolare a**v**.

3. Si determinino, se esistono, i coefficienti $c_1, c_2, c_3 \in \mathbf{R}$, tali che il vettore $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$ possa essere scritto come combinazione lineare dei vettori fondamentali $\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \mathbf{e}^3$.

4. Si dica se:

a) il vettore $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ può essere scritto come combinazione lineare dei vettori $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}$;

b) il vettore $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ può essere scritto come combinazione lineare dei vettori $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$;

5. Si dica se:

a) i vettori $\mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ed $\mathbf{x}^2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ costituiscono una base in $\mathbf{R}^2$;

b) i vettori $\mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}^2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ed $\mathbf{x}^3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ costituiscono una base in $\mathbf{R}^2$;

c) i vettori $\mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ed $\mathbf{x}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ costituiscono una base in $\mathbf{R}^3$.

4. Dopo aver verificato, in base alla definizione, che i tre vettori:

$$\mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

sono linearmente indipendenti, si esprima il vettore $\mathbf{y} = [-1, 0, 2]$ come combinazione lineare dei vettori $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \mathbf{x}^3$.

5. Assegnati i vettori: $\mathbf{x} = (1, 0, 2)$ ed $\mathbf{y} = (2, -1, 3)$, si determinino due numeri a e b tali che:

$$a \cdot \mathbf{x} + b \cdot \mathbf{y} = -\mathbf{e}^1 + 2 \cdot \mathbf{e}^2 \quad , \ (\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2 \text{ sono vettori fondamentali di } \mathbf{R}^3) .$$

6. Assegnati i vettori: $\mathbf{x} = (2, \ -3, \ 0, \ 1)$ ed $\mathbf{y} = (a, \ 6, \ b, \ -2)$, si determini, per quali valori dei parametri reali a e b **y** è ortogonale ad **x**