

**Università "Carlo Cattaneo"**

**Ingegneria gestionale**

**Analisi matematica**

**a.a. 2017/2018**

**SIMULAZIONE QUARTA PROVA PARZIALE**

1. Data la funzione  $f(x, y) = \ln\left(\frac{y-x}{x}\right) - 1$ , calcolarne il dominio e descriverne la sua topologia (aperto, chiuso, limitato, illimitato, compatto, convesso, connesso). Rappresentare le sue curve di livello.  
Calcolare la derivata direzionale nel punto  $(1, 3)$  lungo la direzione data dal vettore  $(-1, -4)$ .

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 - 3xy) + \sqrt{xy^2}}{e^{x^2+y^4} - 1}$$

3. Verificare se la seguente funzione è continua nel suo dominio:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3(x^2 + y^4)^3 - \sin(x^2 + y^4)}{2(x^2 + y^4)} & \text{se } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

4. Classificare gli eventuali punti stazionari della seguente funzione:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y) + 2$$

5. Calcolare, con il metodo ritenuto più opportuno, i punti di massimo e minimo locale della funzione  $f(x, y) = 2x - y^2$  con vincolo  $x^2 + 3y^2 = 6$ .

6. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 2t \ln t y' = (y - 1)^{2/3} \\ y(e) = 2 \end{cases}$$

7. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \left( \frac{1}{y^2} - e^{2x} \right) dx dy$$

relativamente al dominio  $D = \{(x, y): 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq x\}$ .

8. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$3y'' + 5y' - 2y = 0$$