3. LA REGOLA FONDAMENTALE DELLA POLITICA ECONOMICA (O REGOLA DI TINBERGEN)

Risolvere un problema di politica economica significa, come abbiamo visto, individuare la manovra ottimale da attuare, ossia scegliere opportunamente gli strumenti giusti tra quelli disponibili e determinarne il valore ottimale per il raggiungimento degli obiettivi prefissati.

Avrete altresì notato che tutti i modelli di politica economica presi in esame fin qui godevano di una particolare caratteristica: il numero degli strumenti era uguale al numero degli obiettivi.

Questa caratteristica dei modelli di politica economica riflette il primo fondamentale requisito che deve essere soddisfatto affinché un problema di politica economica abbia una soluzione univoca: se i responsabili della politica economica vogliono raggiungere n obiettivi devono disporre di n strumenti.

Questo primo fondamentale requisito deriva dalla **regola fondamentale della politica economica (o regola di Tinbergen)**, secondo la quale: *condizione necessaria (anche se non sufficiente) perché un problema di politica economica abbia soluzione univoca è che il numero delle variabili obiettivo sia uguale al numero delle variabili strumento*.

La ragione di questa regola nasce dal fatto che nel modello in forma ridotta (modello di politica economica) ricavabile dal modello in forma strutturale (modello di economia politica) il numero delle equazioni è uguale al numero degli obiettivi, mentre il numero delle incognite coincide con il numero degli strumenti. Se il numero degli obiettivi è uguale al numero degli strumenti, allora nel modello in forma ridotta il numero delle equazioni sarà uguale al numero delle incognite, che è condizione necessaria per la risoluzione di un sistema di equazioni lineari, come normalmente, per semplicità, si ipotizza.

L'uguaglianza tra il numero delle equazioni ed il numero delle incognite è condizione non sufficiente ad assicurare che un sistema di equazioni lineari abbia soluzione univoca. Bisogna inoltre verificare che **le incognite, ossia gli strumenti, siano tra di loro linearmente indipendenti**, perché in caso contrario il sistema risulta sotto determinato ed ammette infinite soluzioni.

Affinché un problema di politica economica ammetta soluzione univoca devono pertanto essere soddisfatti due requisiti:

a) il numero degli strumenti a disposizione dei responsabili della politica economica deve essere uguale al numero degli obiettivi che si prefiggono di raggiungere (condizione necessaria);

b) gli n strumenti distinti strumenti a disposizione devono essere linearmente indipendenti.

La risoluzione di un problema di politica economica richiede, pertanto, che si segua il seguente procedimento:

1) Individuazione degli obiettivi (es. O_1 e O_2).
(Considerazioni economico – politiche)

2) Definizione del valore ottimale degli obiettivi O_1^*, O_2^*, attraverso minimizzazione di una funzione di perdita sociale

$$L = (O_1 - O_1^*)^2 + (O_2 - O_2^*)^2$$

3) Verifica del fatto che sia soddisfatta la seguente regola di Tinbergen

REGOLA DI TINBERGEN: *Condizione necessaria affinché un problema di Politica Economica abbia soluzioni univoche (la soluzione del modello sia unica) è che il numero delle variabili obiettivo sia eguale al numero delle variabili strumentali e queste ultime siano linearmente indipendenti*.

- Se il <u>numero delle variabili strumento è maggiore del numero degli obiettivi</u> si possono semplicemente eliminare le variabili strumentali in eccesso e ricondursi alla situazione descritta nell'enunciato.
- Se il <u>numero delle variabili strumentali è uguale al numero delle variabili obiettivo</u> bisogna risolvere il problema di politica economica partendo dal modello economico che lega obiettivi e strumenti, e quindi verificare che gli strumenti siano linearmente indipendenti.

Per vedere come procedere utilizziamo un semplice esempio in cui vi siano 2 strumenti e 2 obiettivi.

4) Forma strutturale del modello:

$$\begin{cases} O_1 = \gamma_1 S_1 + \gamma_2 S_2 + \gamma_3 O_2 \\ O_2 = \delta_1 S_1 + \delta_2 S_2 + \delta_3 O_1 \end{cases}$$

5) Ricavare la forma ridotta (risolvere il modello rispetto agli obiettivi).

$$\begin{cases} O_1 = \dfrac{1}{1-\gamma_3\delta_3}\left[(\gamma_1+\gamma_3\cdot\delta_1)\cdot S_1+(\gamma_2+\gamma_3\cdot\delta_2)\cdot S_2\right]=\alpha_1\cdot S_1+\alpha_2\cdot S_2 \\ \\ O_2 = \left[\delta_1+\dfrac{\delta_3\cdot(\gamma_1+\gamma_3\cdot\delta_1)}{1-\gamma_3\delta_3}\right]\cdot S_1+\left[\delta_2+\dfrac{\delta_3\cdot(\gamma_2+\gamma_3\cdot\delta_2)}{1-\gamma_3\delta_3}\right]\cdot S_2=\beta_1\cdot S_1+\beta_2\cdot S_2 \end{cases} \qquad [\,1\,]$$

Ovvero riscrivendo il sistema in forma matriciale

$$\begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad O = A \times S$$

6) Se il <u>numero delle variabili strumentali è uguale al numero delle variabili obiettivo</u> come in questo caso, allora la Regola di Tinbergen è soddisfatta. Bisogna tuttavia ancora verificare una condizione, ossia se gli strumenti sono linearmente indipendenti. Per questo occorre stabilire se il determinante della matrice A è diverso da 0.

$$\det A = \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 \neq 0 .$$

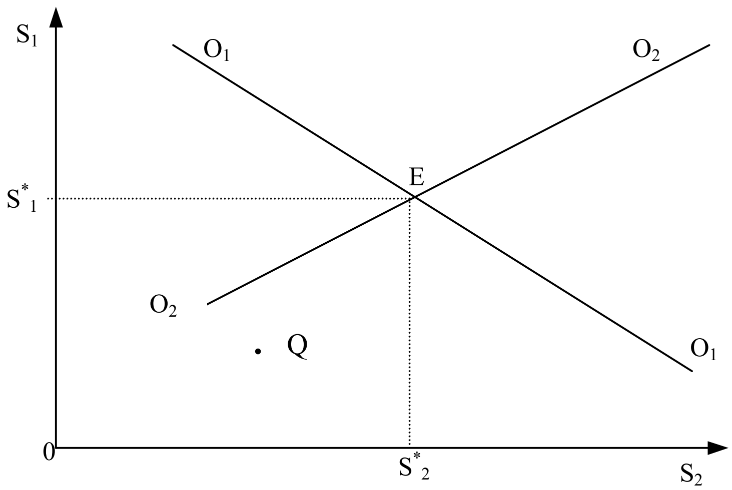
Se così è allora la matrice A e' invertibile e il problema di politica economica ha soluzione univoca ossia

$$S = A^{-1} \times O$$

7) Imporre il valore ottimale degli obiettivi e risolvere rispetto agli strumenti:

$$\begin{cases} S_1^* = \dfrac{\beta_2\cdot O_1^* - \alpha_2\cdot O_2^*}{\alpha_1\cdot\beta_2-\alpha_2\cdot\beta_1} \\ \\ S_2^* = \dfrac{\alpha_1\cdot O_2^* - \beta_1\cdot O_1^*}{\alpha_1\cdot\beta_2-\alpha_2\cdot\beta_1} \end{cases} \qquad [\,2\,]$$

8) Il valore ottimale degli strumenti (S^*_1, S^*_2) è individuato dall'intersezione tra le due rette del sistema [1] (oltre che dalla sua soluzione analitica [2]).



9) Se il sistema si trova fuori dall'equilibrio (Es. punto Q), allora per tornare ad esso si è soliti assegnare il raggiungimento di ciascun obiettivo ad uno specifico strumento. L'abbinamento obiettivi/strumenti segue **la regola di Mundell** .

3.1 La regola di Mundell

Mundell, si è posto il seguente problema: come abbinare gli strumenti giusti agli obiettivi giusti, una volta stabilito che il numero degli strumenti è appropriato e che essi sono indipendenti tra di loro?

Egli ha affermato che per raggiungere ciascuno degli obiettivi dovrò utilizzare quello strumento che si rivela relativamente più efficace per il raggiungimento di quel determinato obiettivo. Il problema era: come misurare l'efficacia relativa dei vari strumenti rispetto ad un determinato obiettivo?

Supponiamo di volere raggiungere l'obiettivo O_1 del nostro esempio, dovendo scegliere tra S_1 ed S_2. Mundell ha suggerito di misurare l'efficacia relativa dei due strumenti per il raggiungimento dell'obiettivo prefissato costruendo il rapporto $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ e confrontandolo con il rapporto $\frac{\beta_1}{\beta_2}$, dove $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ ci dice quanto S_1 ed S_2 influenzano O_1, e $\frac{\beta_1}{\beta_2}$ ci dice quanto S_1 ed S_2 influenzano O_2. In particolare, se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} > 1$ allora $\alpha_1 > \alpha_2$ e quindi S_1 è **in assoluto** più efficace di S_2 nel raggiungere O_1 (in modo analogo si può ragionare per $\frac{\beta_1}{\beta_2}$).

Tuttavia, se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} > \frac{\beta_1}{\beta_2}$ allora S_1 sarà anche **relativamente** più efficace di S_2 nel raggiungimento di O_1, e per contro S_2 sarà relativamente più efficace di S_1 nel raggiungimento di O_2.

In generale, vale, pertanto, secondo Mundell la seguente regola:

se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} > \frac{\beta_1}{\beta_2}$ $\quad$ $S_1 \Longleftrightarrow O_1$, $\quad S_2 \Longleftrightarrow O_2$

se $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} < \frac{\beta_1}{\beta_2}$ $\quad$ $S_1 \Longleftrightarrow O_2$, $\quad S_2 \Longleftrightarrow O_1$

Esempio 1

E' dato il seguente modello di Economia Politica, con il valore dei parametri specificato nella seconda colonna della tabella:

$Y = C + I + G + X - Q$		
$C = c_0 + c_1 (Y - T)$	$c_0 = 500$ $c_1 = 0{,}8$ $T = 200$	$C = 500 + 0{,}8\ (Y - 200)$
$I = \overline{I} + aY - b\ i$	$\overline{I} = 100$ $a = 0{,}1$ $b = 1000$	$I = 100 + 0{,}1\ Y - 1000\ i$
$N = Y/\ u$	$u = 0{,}5$	$N = 2Y$
$Q = mY$	$m = 0{,}2$	$Q = 0{,}2\ Y$
$KY - h\ i = M$	$k = 0{,}2$ $h = 2000$	$0{,}2Y - 2000\ i = M$
	$X = 300$	

Si considerino "N" e "i" come variabili obiettivo. In particolare si vuole N = 5000 e i = 15% in equilibrio.
Gli strumenti siano G e M.
Trovare i valori degli strumenti che consentono di avere la soluzione desiderata.

Soluzione:

$$\begin{cases} Y = \overbrace{500 + 0{,}8\ (Y - 200)}^{C} + \overbrace{100 + 0{,}1\ Y - 1000\ i}^{I} + G + \overbrace{300 - 0{,}2\ Y}^{X - Q} \\[2ex] i = \dfrac{0{,}2Y - M}{2000} \end{cases}$$

quindi:

$$Y = 500 + 0,8\,(Y-200) + 100 + 0,1\,Y - 1000\left(\frac{0,2Y - M}{2000}\right) + G + 300 - 0,2\,Y$$

$$Y = 500 + 0,8\,(Y-200) + 100 + 0,1\,Y - \frac{0,2Y - M}{2} + G + 300 - 0,2\,Y$$

$$Y = 500 + 0,8\,(Y-200) + 100 + 0,1\,Y - 0,1Y + \frac{M}{2} + G + 300 - 0,2\,Y$$

$$(1 - 0,8 - 0,1 + 0,1 + 0,2)\,Y = 500 - 160 + 100 + \frac{M}{2} + G + 300$$

$$0,4\,Y = 740 + \frac{M}{2} + G$$

$$Y = \frac{1}{0,4}\left(740 + \frac{M}{2} + G\right) = 2,5\left(740 + \frac{M}{2} + G\right) = 1850 + 1,25\,M + 2,5\,G$$

Da cui considerando che $N = 2Y = 2(1850 + 1,25\,M + 2,5\,G)$

$N = 3700 + 5\,G + 2,5\,M$ **(equazione 1 del modello ridotto)**

Per quanto riguarda l'obiettivo sul tasso di interesse abbiamo la seguente equazione:

$$i = \frac{0,2Y - M}{2000} = \frac{0,2(1850 + 1,25M + 2,5G)}{2000} - \frac{M}{2000}$$

$$i = \frac{0,1(1850 + 1,25M + 2,5G)}{1000} - \frac{M}{2000}$$

$$i = 0,0001(1850 + 1,25M + 2,5G) - \frac{M}{2000}$$

$i = 0{,}185 + \frac{G}{4000} - \frac{3}{8000} M$ **(equazione 2 del modello ridotto)**

Verifico che il determinante della matrice dei coefficienti delle variabili strumento nella forma ridotta sia diverso da zero e che quindi G ed M siano linearmente indipendenti.

Det A = $5 \times \left(-\frac{3}{8000} \right) - 2{,}5 \times \frac{1}{4000} \neq 0$

Ora si può sostituire il livello di disoccupazione desiderato (N = 5000) nell'equazione 1:

5000 = 3700 + 2,5 M + 5 G

1300 = 2,5 M + 5 G

G = 260 – $\frac{M}{2}$ (equazione 3)

L'equazione 3 indica la relazione tra G e M affinché sia raggiunto l'obiettivo di impiego desiderato.

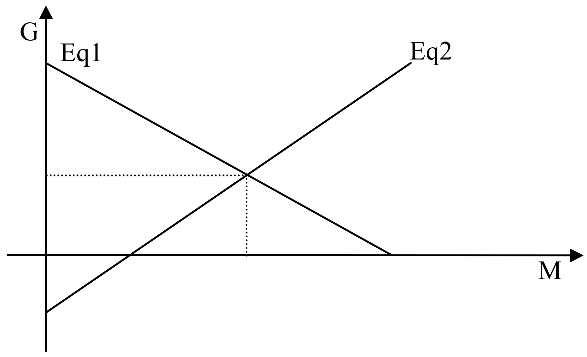
Se sostituiamo il livello di tasso d'interesse desiderato (i = 15%) nell'equazione 2:

$$0{,}15 = 0{,}185 + \frac{G}{4000} - \frac{3}{8000} M$$

$$G = (0{,}15 - 0{,}185)4000 + \frac{3}{8000} 4000M$$

$G = -140 + \frac{3}{2} M$ (equazione 4)

L’equazione 4 indica la relazione tra G e M affinché sia raggiunto l’obiettivo di tasso d'interesse desiderato.



Risolvendo il sistema si ottiene

G = 160

M = 200

Esempio 2

E' dato il seguente modello di Economia Politica, con il valore dei parametri specificato nella seconda colonna della tabella:

$Y = C + I + G + X - Q$		
$C = c_0 + c_1 (Y - T)$	$c_0 = 500$ $c_1 = 0,8$ $T = 200$	$C = 500 + 0,8 (Y - 200)$
$I = \bar{I} + aY$	$\bar{I} = 100$ $a = 0,1$	$I = 100 + 0,1 Y$
$N = Y/ u$	$u = 0,5$	$N = Y / 0,5$
$Q = mY$	$m = 0,2$	$Q = 0,2 Y$
$h/ i = M$	$h = 30$	$30 / i = M$
	$X = 300$	

Si considerino N e i come variabili obiettivo. In particolare si vuole N = 5000 e i = 15% in equilibrio.
Gli strumenti siano G e M.
Trovare i valori degli strumenti che consentono di avere la soluzione desiderata.

Soluzione

Questo esercizio serve a mostrare l'esempio di un sistema non integrato. Tra mondo reale e monetario non vi sono relazioni, così che le prime cinque equazioni possono essere risolte separatamente dalla 6 (provate a costruire la matrice di partecipazione)

$M = 30 / i$ se $i = 0,15$ $M =200$

Per trovare G bisogna risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} Y = C + I + G + X - Q \\ C = 500 + 0{,}8\ (Y - 200) \\ I = 100 + 0{,}1\ Y \\ N = Y/0{,}5 \\ Q = 0{,}2\ Y \end{cases}$$

$Y = 500 + 0{,}8\ Y - 160 + 100 + 0{,}1\ Y + G + 300 - 0{,}2\ Y$

$Y\ (1 - 0{,}8 - 0{,}1 + 0{,}2) = 740 + G$

$Y = 740/0{,}3 + G/0{,}3$ e quindi

$N = (740*2)/0{,}3 + (2/0{,}3)\ G$

Se imponiamo $N^* = 5000$ e risolviamo l'equazione rispetto a G, allora otteniamo il valore ottimale da assegnare a G per raggiungere l'obiettivo di occupazione prefissato

$5000 = (740*2) / 0{,}3 + (2 / 0{,}3)\ G$

$G = 750 - 740 = 10$

Esempio 3

E' dato il seguente modello di Economia Politica, con il valore dei parametri specificato nella seconda colonna della tabella:

Y = C + I + G + X – Q		
C = c (Y – T)	C = 0,8 T = 300	C = 0,8 (Y – 300)
I = A / i	A = 100	I = 100 / i
N = Y/ u	u = 0,5	N = 2Y
Q = mY	m = 0,2	Q = 0,2 Y
kY + h / i = M	k = 0,2 h = 50 M = 900 (l'offerta reale viene mantenuta costante adattando l'offerta nominale alle variazioni dei prezzi)	0,2Y + 50 / i = M
Q = b Y – d ε	b = 0,2 d = 50	Q = 0,2 Y – 50 ε
X = a ε	a = 400	X = 400ε
$\pi = \lambda (Y - Y^*) + f\varepsilon$	λ = 0,001 f = 0,03 $Y^* = 3000$	π = 0,001 (Y – 3000) + 0,03 ε

Si considerino N e π (inflazione) come variabili obiettivo. In particolare si vuole N = 6000 (pieno impiego) e π = 5% in equilibrio.

Gli strumenti siano G e ε.

Trovare i valori degli strumenti che consentono di avere la soluzione desiderata.

Soluzione:

Per trovare l'equazione che mette in relazione il valore di G e ε che consente di raggiungere l'obiettivo di piena occupazione occorre risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} Y = 0{,}8\,(Y - 300) + 100 / i + G + 400\,\varepsilon - 0{,}2\,Y + 50\,\varepsilon \\ i = \dfrac{50}{900 - 0{,}2Y} \end{cases}$$

$Y = 0,8\ Y - 240 + 100\ \frac{900 - 0,2Y}{50} + G + 400\ \varepsilon\ -0,2\ Y + 50\ \varepsilon$

$Y = 0,8Y - 240 + 1800 - 0,4Y + G + 400\ \varepsilon - 0,2Y + 50\ \varepsilon$

$(1 - 0,8 + 0,2 + 0,4)\ Y = -240 + 1800 + G + 450\ \varepsilon$

$$Y = \frac{1}{0,8}\left(1560 + G + 450\varepsilon\right)$$

E quindi poiché $N = 2Y = 2\frac{1}{0,8}\left(1560 + G + 450\varepsilon\right) = \frac{1}{0,4}\left(1560 + G + 450\varepsilon\right)$

N = 2,5 (1560 + G + 450 ε) = **3900 + 2,5 G + 1125 ε** **(equazione 1 del modello ridotto)**

Per quanto riguarda l'obiettivo inflazione abbiamo invece la seguente equazione:

$\pi = 0,001\ (Y - 3000) + 0,03\ \varepsilon$

$\pi = 0,001\ \left(\frac{1560 + G + 450\varepsilon}{0,8} - 3000\right) + 0,03\ \varepsilon$

π = 1,95 + 0,00125 G + 0,5625 ε - 3 + 0,03 ε = **-1,05 + 0,00125 G + 0,5925 ε (equazione 2 del modello ridotto)**

Quindi la forma ridotta del modello e' data dalle seguenti due equazioni

$N = 3900 + 2,5\ G + 1125\ \varepsilon$

$\pi = -1,05 + 0,00125\ G + 0,5925\ \varepsilon$

Verifichiamo che per tale sistema di equazioni sia soddisfatta la Regola di Timbergen

$$\text{Det}\begin{bmatrix} 2,5 & 1125 \\ 0,00125 & 0,5925 \end{bmatrix} = 2,5 * 0,5925 - 0,00125 * 1125 = 1,48125 - 1,40625 = 0,075 \neq 0$$

Abbiamo un sistema di due equazioni in due incognite (due strumenti per due obiettivi) ed i due strumenti sono tra loro indipendenti. Il nostro problema di politica economica ammette soluzione univoca.

Equazione 1 (obiettivo piena occupazione N= 6000):

$6000 = 3900 + 2{,}5\ G + 1125\ \varepsilon$

$2{,}5G = 2100 - 1125\ \varepsilon$

$\mathbf{G = 840 - 450\ \varepsilon}$

Equazione 2 (obiettivo inflazione $\pi = 0{,}05$):

$0{,}05 = -1{,}05 + 0{,}00125\ G + 0{,}5925\ \varepsilon$

$0{,}00125\ G = 1{,}1 - 0{,}05925\ \varepsilon$

$\mathbf{G = 880 - 474\ \varepsilon}$

Otteniamo quindi i valori da assegnare ai due strumenti risolvendo il sistema

$\mathbf{G = 840 - 450\ \varepsilon}$

$\mathbf{G = 880 - 474\ \varepsilon}$

Ovvero

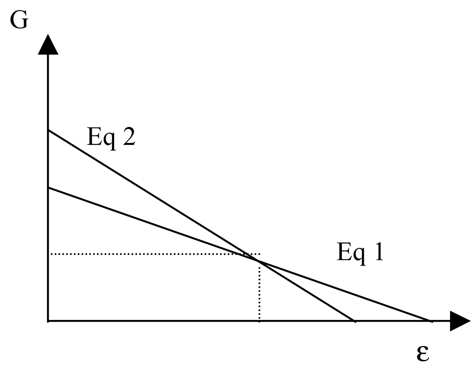
$840 - 450\ \varepsilon = 880 - 474\ \varepsilon$

$474\ \varepsilon - 450\ \varepsilon = 40$

$24\ \varepsilon = 40$

$$\varepsilon = \frac{40}{24} = \frac{10}{6} = 1{,}66$$

$$G = 840 - 450 \times \frac{10}{6} = 840 - 750 = 90$$



Nota Bene:

Cosa accade se il numero degli strumenti a disposizione dei policy – makers risulta inferiore a quello degli obiettivi prefissati?

Per vedere come procedere utilizziamo il semplice esempio in cui vi siano 2 strumenti e 2 obiettivi. Il modello è già presentato nella sua forma ridotta.

$$O_1 = aS_1 + bS_2$$
$$O_2 = cS_1 + dS_2$$

Il sistema si può riscrivere in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$$

O = A S

Per avere una soluzione univoca deve valere la condizione $\det A \neq 0$ ovvero
$a \cdot d - b \cdot c \neq 0$

Se ad = bc , allora <u>il numero degli strumenti è inferiore al numero delle variabili obiettivo</u> (ovvero è uguale, ma gli strumenti non sono linearmente indipendenti) si procede nel seguente modo ELIMINANDO UNO DEI DUE STRUMENTI (nel nostro caso S_2).

$$O_1 = aS_1$$
$$O_2 = cS_1$$

In generale, sarà possibile determinare una relazione tra le variabili obiettivo.

Nell’esempio precedente si può vedere che

$$O_2 = \frac{c}{a} O_1$$ **equazione 1**

A questo punto è possibile considerare la funzione di perdita sociale:

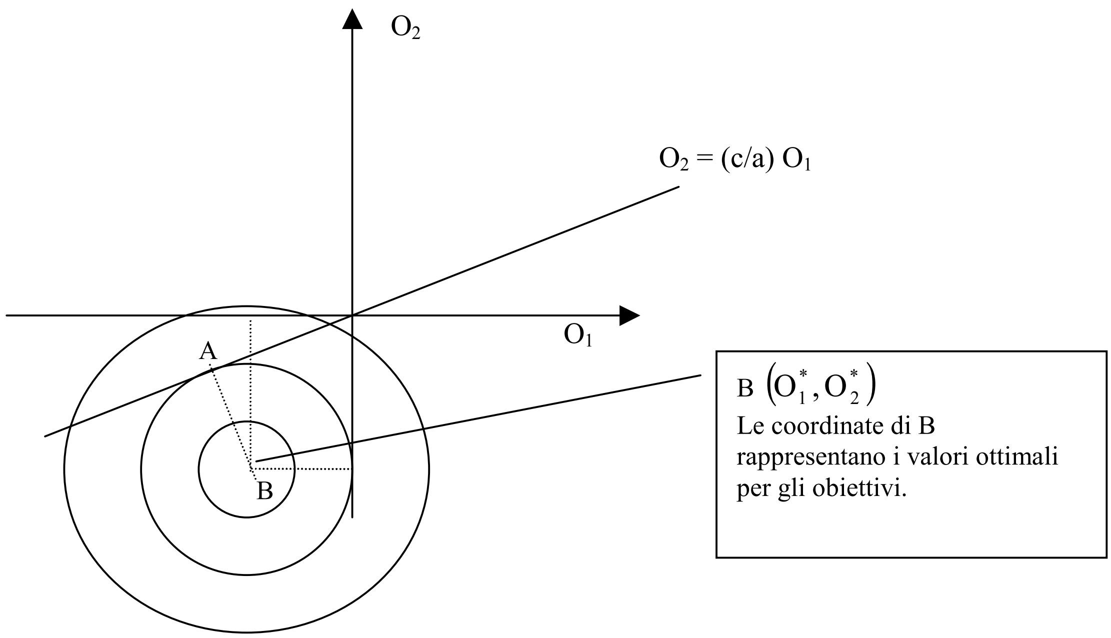
$$L = (O_1 - O_1^*)^2 + (O_2 - O_2^*)^2$$

La perdita sociale aumenta secondo il quadrato della distanza dell'economia dal punto di ottimo determinato dal raggiungimento degli obiettivi O_1^* e O_2^*

Bisognerà minimizzare L soggetti al vincolo espresso dalla eq 1 che ci dice le combinazioni dei valori degli obiettivi raggiungibili, dati gli strumenti a disposizione.

$\min\limits_{O_1, O_2} L = (O_1 - O_1^*)^2 + (O_2 - O_2^*)^2$ sotto il vincolo che $O_2 = c/a\ O_1$

Graficamente:



I cerchi concentrici rappresentano livelli di perdita sociale costanti. Maggiore è il raggio maggiore è la perdita. La perdita stessa verrà minimizzata nel punto A di tangenza tra la retta eq1 e la funzione di perdita sociale.

Una risposta più articolata richiederebbe la presentazione di alcuni esempi

Riprendiamo l'esercizio precedente nel quale eravamo giunti a scrivere che:

$N = 3900 + 2{,}5\ G + 1125\ \varepsilon$

$\pi = -1{,}05 + 0{,}00125\ G + 0{,}5925\ \varepsilon$

Verifichiamo che per tale sistema la regola di Tinbergen vale:

$2{,}5 * 0{,}5925 - 0{,}00125 * 1125 = 1{,}48125 - 1{,}40625 = 0{,}075 \neq 0$

Le equazioni possono essere scritte anche nella seguente forma:

$\Delta N = 2{,}5\ \Delta G + 1125\ \Delta\varepsilon$

$\Delta\pi = 0{,}00125\ \Delta G + 0{,}5925\ \Delta\varepsilon$

Supponiamo che il nostro paese aderisca ad un unione Monetaria e che di conseguenza abbandoni il tasso di cambio come strumento di Politica Economica.

E' possibile in questo caso raggiungere l'obiettivo di diminuzione dell'inflazione mantenendo costante l'occupazione ?

In particolare è data la funzione di perdita sociale:

$L = (\Delta N - \Delta N^*)^2 + (\Delta\pi - \Delta\pi^*)^2$

Trovare la soluzione di diminuzione di π e diminuzione di N che minimizzi la perdita sociale considerando che per ridurre l'inflazione del 5% le autorità sono disposte a perdere 20 posti di lavoro **(ΔN^* = -20, $\Delta\pi^*$ = -5)**

Soluzione:

$\Delta\varepsilon = 0$ poiché il tasso di cambio non varia.

Quindi le due equazioni precedenti diventano:

$$\begin{cases} \Delta N = 2{,}5\ \Delta G \\ \Delta\pi = 0{,}125\ \Delta G \end{cases}$$

Determiniamo la relazione tra le variabili obiettivo

$$\begin{cases} \Delta N = 2{,}5\ \Delta G \\ \Delta G = \dfrac{1}{0{,}125}\Delta\pi = 8\Delta\pi \end{cases}$$

e quindi

$\Delta N = 2{,}5*8\ \Delta\pi$

$\Delta N = 20\ \Delta\pi$

Il problema e'

$$\min_{\Delta N, \Delta\pi} L = \left(\Delta N - (-20)\right)^2 + \left(\Delta\pi - (-5)\right)^2 \quad \text{sotto il vincolo } \Delta N = 20\ \Delta\pi$$

$L = (\Delta N + 20)^2 + (\Delta\pi + 5)^2$ e sostituendo il vincolo

$L = (20\Delta\pi + 20)^2 + (\Delta\pi + 5)^2$

$L = 400\ \Delta\pi^2 + 800\ \Delta\pi + 400 + \Delta\pi^2 + 10\Delta\pi + 25$

$L = 401\ \Delta\pi^2 + 810\Delta\pi + 425$

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta\pi} = 802\ \Delta\pi + 810 = 0$$

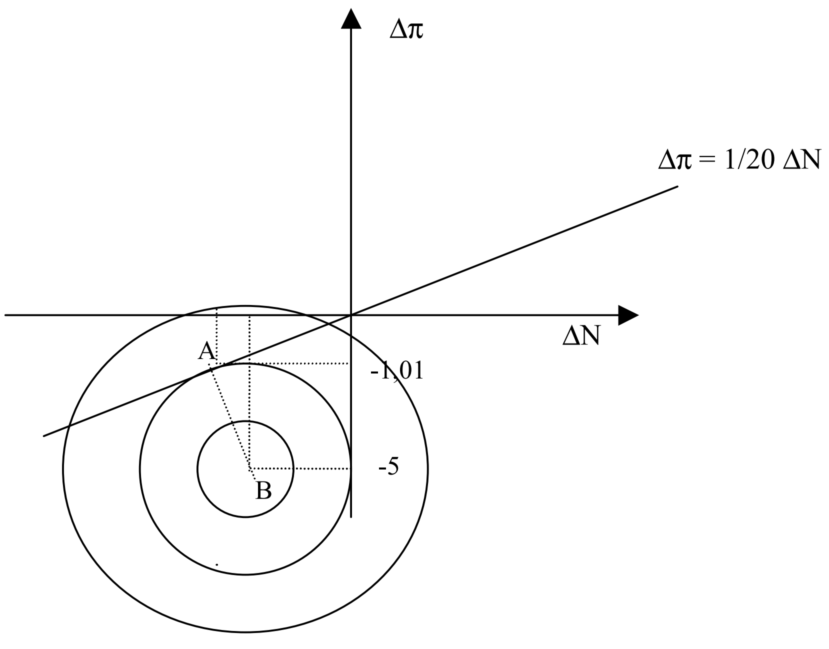
Da cui

$$\Delta\pi = \frac{-810}{802} = -1{,}01\,\%$$

$\Delta N = 20\ \Delta\pi = 20*1{,}01 = -20$ (circa)

Il governo non può raggiungere una riduzione dell'inflazione del 5% perché troppo costosa in termini di perdita di posti di lavoro.

Graficamente:



Nel punto A, tangente alla retta che determina le possibili combinazioni di variazione dell'inflazione e dell'occupazione viene minimizzata la perdita sociale.
Il punto B ha coordinate (-20, -5) e rappresenta il punto in cui la perdita sociale è nulla. Le circonferenze concentriche rappresentano il luogo dei punti in cui la perdita sociale è costante. Maggiore è il raggio del cerchio maggiore è la perdita sociale.